ЭВОЛЮЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В РЕГУЛЯРНЫХ СТРУКТУРАХ С НЕСТАЦИОНАРНЫМИ СРЕДАМИ

*Глущенко А.Г., Ефимова А.А.

Поволжская государственная академия телекоммуникаций и информатики

E-mail: *gag@pgati.da.ru

Вопросам взаимодействия электромагнитных полей со средами с временными изменениями электромагнитных параметров (диэлектрической и магнитной проницаемостей, проводимости) посвящено много публикаций [1-6]. Рассматривались волны в природных средах (ионосфера, флуктуирующие слои тропосферы и др.), искусственных средах (ядерный взрыв, плазма в газоразрядных лампах и др.); в плазменных образования, при релаксации среды после прохождения лазерного импульса. Метод модового базиса [3,5,6] удобен для исследования колебаний в резонаторах с нестационарной, неоднородной средой; для разработки нового подхода к изучению электромагнитных волн в нестационарных волноводах и безграничных средах.

Рассмотрим метод построения модового базиса для геометрически регулярных волноводов. Волновод предполагается геометрически регулярным вдоль оси OZ, его поперечное сечение S произвольным. С учетом материальных уравнений:

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{\mathrm{E}} + 4\pi\vec{P}\left(\vec{\mathrm{E}}\right); \qquad \vec{B} = \mu\vec{\mathrm{H}} + 4\pi\vec{M}\left(\vec{\mathrm{H}}\right) \tag{1}$$

систему уравнений Максвелла для поля в волноводе можно записать в виде:

$$\nabla\times\vec{\mathrm{E}} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu\vec{\mathrm{H}}\right) - \frac{4\pi}{c}\vec{J}_M \qquad \nabla\times\vec{\mathrm{H}} = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon\vec{\mathrm{E}}\right) + \frac{4\pi}{c}\vec{J}_Э$$

$$\nabla\cdot\vec{D} = 4\pi\left(\rho_s + \rho_0\right) \qquad \nabla\cdot\vec{B} = 0 \tag{2}$$

$\vec{J}_Э$, $\vec{J}_M$ - плотности электрического и магнитного токов, ρ_0, ρ_s - плотность свободного заряда и плотность заряда сторонних источников.

Граничные условия на стенках:

$$\vec{n}\cdot\vec{\mathrm{H}}\big|_L = 0 \qquad \vec{n}\times\vec{\mathrm{E}}\big|_L = 0 \tag{3}$$

Вектора напряженностей электрического $\vec{\mathrm{E}}$ и магнитного $\vec{\mathrm{H}}$ полей, представим в виде:

$$\vec{\mathrm{E}} = \vec{E} + \vec{z}_0 E_z\ ; \qquad \vec{\mathrm{H}} = \vec{H} + \vec{z}_0 H_z \tag{4}$$

$$\vec{J}_Э = \vec{j}^{\,Э} + \vec{z}_0 j_z^{э} \qquad \vec{J}_m = \vec{j}^{\,M} + \vec{z}_0 j_z^{M}$$

Представляя оператор Гамильтона в виде продольной и поперечной составляющих $\nabla = \nabla_t + \vec{z}_0\,\partial/\partial t$ из векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ создается четырехмерный вектор-столбец:

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix} \tag{5}$$

Вводится функциональное пространство четырехмерных вектор-функций $\vec{X}(\vec{r})$ с энергетической метрикой вида:

$$\langle\vec{X}_1, \vec{X}_2\rangle = \frac{1}{8\pi S}\int_S ds\left(\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2^{\,*} + \vec{H}_1\cdot\vec{H}_2^{\,*}\right) \tag{6}$$

Вводится два матричных дифференциальных оператора:

$$\hat{W}_H = \begin{pmatrix} 0 & [\vec{z}_0\times\nabla_t]\nabla_t\,\cdot \\ \nabla_t[\vec{z}_0\times\nabla_t]\cdot & 0 \end{pmatrix} \tag{7}$$

$$\hat{W}_E = \begin{pmatrix} 0 & \nabla_t[\nabla_t\times\vec{z}_0]\cdot \\ [\nabla_t\times\vec{z}_0]\nabla_t\,\cdot & 0 \end{pmatrix} \tag{8}$$

Тогда уравнения (1) – (3) можно представить в виде операторных уравнений:

$$\hat{W}_H \vec{X} = \\ = \begin{pmatrix} \frac{1}{m}\frac{\partial}{\partial z} m\left\{\frac{\partial}{\partial t}\frac{e}{c}\vec{E} + \frac{\partial}{\partial z}\left[\vec{H}\times\vec{z}_0\right]\right\} + \frac{4p}{m}\left\{\frac{\partial}{\partial z}\frac{m}{c}\vec{j} + \left[\vec{z}_0\times\nabla_t r^M\right]\right\} \\ -\frac{\partial}{\partial t}\frac{m}{c}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\frac{e}{c}\left[\vec{z}_0\times\vec{E}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\vec{H}\right\} - \frac{4p}{c}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\frac{m}{c}\left[\vec{z}_0\times\vec{j}\right]\times\nabla_t j^{э}\right\} \end{pmatrix} \qquad (9)$$

$$\hat{W}_E \vec{X} = \\ = \begin{pmatrix} -\frac{\partial}{\partial t}\frac{e}{c}\left\{\frac{\partial}{\partial z}\vec{E} + \frac{\partial}{\partial t}\frac{m}{c}\left[\vec{H}\times\vec{z}_0\right]\right\} - \frac{4p}{c}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\frac{e}{c}\left[\vec{j}^M\times\vec{z}_0\right]\times\nabla_t j_z\right\} \\ \frac{1}{e}\frac{\partial}{\partial z} e\left\{\frac{\partial}{\partial z}\left[\vec{z}_0\times\vec{E}\right] + \frac{\partial}{\partial t}\frac{m}{c}\vec{H}\right\} + \frac{4p}{e}\left\{\frac{\partial}{\partial z}\frac{e}{c}\vec{j}^M + \left[\nabla_t r\times\vec{z}_0\right]\right\} \end{pmatrix} \qquad (10)$$

Левые части уравнений (9), (10) включают операторы дифференцирования по поперечным координатам, которые можно дополнить граничными условиями.

Поставим задачу на собственные значения для операторов (7) и (8):

$$\hat{W}_H \vec{Y}_m = p_m \vec{Y}_m, \qquad (11)$$

$$\hat{W}_E \vec{Z}_n = q_n \vec{Z}_n \qquad (12)$$

где $\vec{Y}_m$, $\vec{Z}_n$ - собственные вектора, а p_m и q_n - отвечающие им собственные числа. Вектор $\vec{X}$ (5) можно разложить в ряд Фурье по системе собственных векторов:

$$\vec{X} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m(z,t)\vec{Y}_m + \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n(z,t)\vec{Z}_n \qquad (13)$$

Подлежат определению коэффициенты A_m, B_n.

$$\vec{E}_{mn} = \sum_{m=1}^{\infty} e_m\left[\nabla_t \Psi_m \times \vec{z}_0\right] + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \nabla_t \Phi_n \qquad (14)$$

$$\vec{H}_{mn} = \sum_{m=1}^{\infty} h_m \nabla_t \Psi_m + \sum_{n=1}^{\infty} b_n\left[\vec{z}_0 \times \nabla_t \Phi_n\right] \qquad (15)$$

$A_{\pm m} = \frac{e_m \pm h_m}{2}$, $B_{\pm n} = \frac{a_n \pm b_n}{2}$, Ψ_m, Φ_n - собственные функции задач Неймана и Дирихле для скалярных мембранных функций:

$$-\nabla_t^2 \Psi_m(\vec{r}) = p_m \Psi_m(\vec{r}) \qquad \frac{\partial}{\partial n}\Psi_m\big|_L = 0 \qquad (16)$$

$$-\nabla_t^2 \Phi_n(\vec{r}) = q_n \Phi_n(\vec{r}) \qquad \Phi_n\big|_L = 0 \qquad (17)$$

Собственные числа $p_m \rangle 0$ и $q_n \rangle 0$ в векторных задачах (11), (12) совпадают соответственно с собственными числами в задачах (16), (17).

Для коэффициентов разложения поля по базису e_m, h_m, a_n, b_n получается система эволюционных уравнений [5]:

$$\begin{cases} \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} m \frac{\partial}{\partial t} e e_m + \frac{\partial}{\partial t} m \frac{\partial}{\partial z} h_m + c p_m^2 e_m = -p_m j_m^M - \frac{\partial}{\partial t} m I_m \\ \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial z} m \frac{\partial}{\partial t} e e_m + \frac{\partial}{\partial z} m \frac{\partial}{\partial z} h_m - m p_m^2 h_m = p_m r_m^M - \frac{\partial}{\partial z} m I_m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial}{\partial t}e\dfrac{\partial}{\partial t}b_n + \dfrac{\partial}{\partial t}e\dfrac{\partial}{\partial z}a_n + cq_n^2 b_n = -q_n j_n - \dfrac{\partial}{\partial t}eI_n^M \\ \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial}{\partial z}e\dfrac{\partial}{\partial t}mb_n + \dfrac{\partial}{\partial z}e\dfrac{\partial}{\partial z}a_n - eq_n^2 a_n = q_n r_n^Э - \dfrac{\partial}{\partial z}eI_n^M \end{cases}$$

В случае Н-волн составляющие векторов напряженностей электрического и магнитного полей $\vec{E}_{\pm m}$ и $\vec{H}_{\pm m}$ (4) могут быть представлены в виде:

$$\vec{E}_{\pm m} = A_{\pm m}(z,t)[\nabla_t \Psi_m \times \vec{z}_0], \qquad \vec{H}_{\pm m} = \pm A_{\pm m}(z,t)\nabla_t \Psi_m,$$

$$E_{\pm mz} = 0, \qquad H_{\pm mz} = \pm\Psi_m \int_{z_0}^{z} A_{\pm m}(z',t)dz'$$

В случае регулярного волновода с однородной средой, когда диэлектрическая проницаемость изменяется по линейному закону $e(t) = e_0 + c_1 t$ напряженность электрического поля Н-волны меняется по закону отличному от гармонического:

$$E_{\pm m} = E_0 \cdot \exp(-i\Gamma_m z)\left\{[J_1(w_m t) + Y_1(w_m t)] \pm [J_0(w_m t) + Y_0(w_m t)]\frac{1}{c_1 t}\right\}\left[\nabla_t \Psi_m \times \vec{z}_0\right]$$

$t = \dfrac{\sqrt{e_0 + c_1 t}}{c_1}$. Амплитуда и частота колебаний во времени медленно убывают. Для волновода с нестационарной средой, когда за промежуток времени 10^{-7} с диэлектрическая проницаемость среды (c_1 =10^7 1/с) меняется от 1 до 2, амплитуда и частота уменьшаются до 0,84 от начальных значений. При c_1 =10^5 (1/с) изменение амплитуды составляет менее 1% от начальной, напряженность электрического поля изменяется во времени практически по гармоническому закону. Поперечные и продольные составляющие вектора напряженности магнитного поля в случае Н-волн имеют такую же зависимость от времени, как $E_{\pm m}$.

При изменении диэлектрической проницаемости среды по квадратичному закону:

$$e(t) = e_0 + c_2 t^2$$

$$E_{\pm m} = E_0 \cdot \exp(-i\Gamma_m z)\cdot F\left\{[j_m],[j_m],\left[\frac{1}{2}\right],\left[-\frac{c_2}{e_0}t^2\right]\right\}\left[\nabla_t \Psi_m \times \vec{z}_0\right]$$

где $F\{[a_1],[a_2],[a_3],[x]\}$- гипергеометрическая функция с параметрами a_1, a_2, a_3, $j_m = \dfrac{3}{4} + \sqrt{17 + \dfrac{c^2 p_m^2}{c_2}}$.

С ростом диэлектрической проницаемости среды, описываемым соотношением амплитуда и частота колебаний вектора напряженности электрического поля медленно уменьшаются. Рост диэлектрической проницаемости приводит к уменьшению амплитуды и частоты колебаний со скоростью, зависящей от параметров модуляции среды χ_1 и χ_2.

Установлено, что полученные в данной работе уравнения для коэффициентов разложения векторов напряженностей электромагнитного поля по модовому базису позволяют в отличие от других подходов получить аналитические решения для многих видов функций ε(t), что позволяет лучше понять физические свойства структур с нестационарными средами.

1. *Шварцбург А. Б., Дисперсия электромагнитных волн в слоистых и нестационарных средах.// Успехи физических наук*. 2000. Т. 170. №12. с. 1314-1324.

2. *Шварцбург А. Б. Отражение электромагнитных волн от нестационарных сред.// Квантовая электроника. 1998. Т. 25. №5. с. 201-205.*
3. *Tretyakov O.A. // Proc. Sino-British Joint Meeting on Optical Fiber Communications. Beijing, 1986. p. 333.*
4. *Назаров З. Ф., Шматько А. А. Электромагнитные колебания в резонансных объемах с нестационарной средой. // Радиотехника и электроника. 1988., Т.33., в.5., с. 1079-1081.*
5. *Третьяков О. А. Эволюционные волновые уравнения.// Радиотехника и электроника. 1989. Т.34., в. 5., с 917-926.*
6. *Глущенко А. Г., Ефимова А. А. Исследование регулярного волновода с модулируемой во времени диэлектрической проницаемостью среды. // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2004, Т. 7, № 2, с. 36-39.*