

МОДЕЛЬ ДОЛГА С ФУНКЦИЕЙ МАКСИМУМА НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЗАИМСТВОВАНИЙ

Т.Ю. Чернышева

Юргинский технологический институт Томского политехнического университета

Юрга, Россия

tatch@list.ru

При статистическом исследовании финансово-экономических показателей в ходе анализа вычисляют простейшие характеристики, выявляют закономерности прошлого развития и оценивают возможность их перенесения на будущее. Является актуальной задача прогнозирования и планирования структуры и объема долга субъекта Российской Федерации. Процентные ставки имеют большое значение в моделях управления государственным долгом. Но чаще всего они нелинейно входят в бюджетное ограничение и неоднозначно влияют на выбор оптимальной структуры государственного долга [1].

Актуальной является задача выбора вида заимствований. При этом необходимо распределить ресурсы между альтернативами (затраты на оформление заимствований). В частности, интерес представляют задачи комбинаторной оптимизации, самая простая из которых — определение комбинации (альтернатив, проектов заимствований), максимизирующей "общие выгоды" при ограничениях на издержки. Общая постановка задачи определения комбинации альтернатив с максимальной эффективностью (или эффективностью на единицу требуемого ресурса) заключается в определении сочетаний альтернатив [2], удовлетворяющих следующим целевым функциям:

$$\max \mathcal{E} = \max \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i, \quad (1)$$

$$\max \mathcal{E} / P_T = \max \left(\frac{\sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i}{\sum_{i=1}^n P_{T_i}} \right), \quad (2)$$

при выполнении одного из следующих условий:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min(P_H - P_T) = \min \left(\sum_{i=1}^n P_{H_i} - \sum_{i=1}^n P_{T_i} \right), \\ \text{или} \\ P_H - P_T \leq C, \text{ или } -P_T \leq P_H, \end{array} \right. , \quad (3)$$

где

\mathcal{E} — эффективность рассматриваемой комбинации альтернатив, полученной генерацией множества сочетаний с различным числом альтернатив;

\mathcal{E}_i — эффективность i -й альтернативы, входящей в рассматриваемую комбинацию из n альтернатив;

P_T — требуемый ресурс рассматриваемой комбинации альтернатив;

P_{T_i} — требуемый ресурс i -й альтернативы, входящей в рассматриваемую комбинацию из n альтернатив;

P_H — имеющийся в наличии ресурс рассматриваемой комбинации альтернатив;

P_{H_i} — имеющийся в наличии ресурс i -й альтернативы, входящей в рассматриваемую комбинацию из n альтернатив;

C — заданное пороговое значение ресурса.

В качестве ресурса можно рассматривать как денежные средства, так и интервалы времени. Эффективность каждой альтернативы рассчитывается как отношение разности приведенной стоимости обязательства и затрат на обслуживание к самой приведенной стоимости обязательства: $\mathcal{E} = (PV - Z) / PV$.

Эффективность исходного множества альтернатив рассчитывается на основе множества критериев и может быть определена либо на одной иерархии, отражающей критерии

эффективности, либо на основе отражения значений векторов приоритетов альтернатив, характеризующих выгоды и издержки, получаемые от их реализации.

Существуют ситуации, в которых при распределении ресурсов руководствуются следующим правилом: делать как можно больше при ограниченных (имеющихся в наличии) ресурсах. Целевая функция в данной задаче имеет вид:

$$\max N_a = \sum_{i=1}^n A_i$$

при выполнении одного из условий

$$\left\{ \begin{array}{l} \min(P_{II} - P_T) = \min \left(\sum_{i=1}^n P_{II_i} - \sum_{i=1}^n P_{T_i} \right), \\ \text{или} \\ P_{II} - P_T \leq C, \text{ или } - P_T \leq P_{II}, \end{array} \right.$$

где

N_a — число возможных сочетаний альтернатив;

A_i — альтернатива, на которую распределяется ресурс.

Таким образом, для решения задачи комбинаторной оптимизации необходимо, прежде всего, сгенерировать множество всех возможных сочетаний (комбинаций) из n -го числа альтернатив. В указанное множество должны входить парные сочетания, тернарные сочетания и далее все $n - 1$ сочетания, а также сочетание, состоящее из всех n альтернатив. Максимальное число возможных сочетаний N_K для данной задачи определяется на основе следующей формулы:

$$N_K = \sum_{K=0}^M \frac{M!}{(M-K)!K!},$$

где

K — число альтернатив в i -й комбинации, принимающее значение в диапазоне $[0, M]$;

M — максимальное число рассматриваемых альтернатив.

Определим множество комбинаций с различным числом и составом альтернатив.

Допустим, имеется множество из M альтернатив и каждой альтернативе соответствует ее уникальный порядковый номер.

Требуется из заданного множества получить комбинации всех возможных альтернатив, которые должны удовлетворять следующим условиям [6]: 1) в каждой i -й комбинации не должно присутствовать одинаковых альтернатив; 2) каждая i -я комбинация должна отличаться от других не менее чем одной альтернативой; 3) комбинации альтернатив должны содержать в общем случае все единичные, парные, тернарные и другие $M-1$ и M сочетания альтернатив. Каждой альтернативе в процессе генерации комбинаций присваиваются два типа признаков: "истина" (И) и "ложь" (Л).

В начальном состоянии всем альтернативам присваивается признак "ложь". В этом случае сгенерированная комбинация содержит нуль альтернатив. Далее осуществляется циклическое изменение признаков альтернатив и генерация из них новых комбинаций по следующим правилам.

Правило 1. Если альтернатива A_1 множества A имеет признак "Л", то изменяем его на признак "И" и заканчиваем изменение признаков у альтернатив. В противном случае, если альтернатива A_1 множества A имеет признак "И", осуществляем переход к альтернативе A_2 .

Правило 2. Если i -я альтернатива A_i множества A имеет признак "Л", то изменяем его на признак "И" и заканчиваем изменение признаков альтернатив. В противном случае изменяем признак i -й альтернативы A_i множества A на "Л" и осуществляем переход к $i+1$ альтернативе A_{i+1}

Правило 3. Если альтернатива A_N множества A имеет признак "Л", то изменяем его на "И" и заканчиваем изменение признаков альтернатив. В противном случае, если альтернатива A_N имеет значение признака "И", то генерируемая на данной итерации комбинация является последней и содержит все альтернативы множества A .

Таким образом, генерируемая на каждой итерации комбинация включает альтернативы множества A , имеющие на текущей итерации значение признака "Истина".

В табл. 1 приведен пример генерации комбинаций с учетом приведенного выше алгоритма для множества A , включающего три альтернативы.

Таблица 1.- Алгоритм генерации альтернатив

Номер итерации	Состояние множества альтернатив A_i			Альтернативы, определяющие генерируемую комбинацию
1	A_1 "Л"	A_2 "Л"	A_3 "Л"	-
2	A_1^* "И"	A_2 "Л"	A_3 "Л"	A_1
3	A_1 "Л"	A_2^* "И"	A_3 "Л"	A_2
4	A_1^* "И"	A_2 "И"	A_3 "Л"	$A_1 A_2$
5	A_1 "Л"	A_2 "Л"	A_3^* "И"	A_3
6	A_1^* "И"	A_2 "Л"	A_3 "И"	$A_1 A_3$
7	A_1 "Л"	A_2^* "И"	A_3 "И"	$A_2 A_3$
8	A_1^* "И"	A_2 "И"	A_3 "И"	$A_1 A_2 A_3$

* отмечен последний изменившийся на итерации признак.

Алгоритм определения комбинации альтернатив, обеспечивающей оптимальное распределение ресурса, имеет следующий вид.

Шаг 1. Определяется M альтернатив, для каждой из которых устанавливается требуемый ресурс и вычисляется относительная эффективность.

Шаг 2. Генерируются все парные, тернарные, $M-1$ комбинации альтернатив.

Шаг 3. Для каждой сгенерированной комбинации определяются суммарные значения: требуемого ресурса, относительной эффективности и относительной эффективности на единицу требуемого ресурса.

Шаг 4. Определяется искомая комбинация альтернатив с учетом задаваемой целевой функции.

Рассмотрим пример распределения ресурса на комбинации альтернатив, представляющих программы заимствований: кредит, договор, выпуск облигаций, гарантия.

Относительная эффективность (полезность) программ заимствования оценена по комплексу иерархически упорядоченных критериев качества с трех точек зрения: экономиста-программиста, рассчитывающего различные проекты; бухгалтера, ведущего бухгалтерский анализ департамента финансов; руководителя, использующего результаты бухгалтерского анализа для принятия решений.

Методом анализа иерархий определен вектор приоритетов альтернатив, характеризующий их относительную эффективность. Относительная эффективность программ и требуемые для их оформления ресурсы (в условных денежных единицах) приведены в табл. 2.

Таблица 2.- Исходные данные по эффективности и требуемому ресурсу

Параметр	Альтернатива A_i			
	A_1	A_2	A_3	A_4
Относительная эффективность	0,30	0,15	0,35	0,25
Требуемый ресурс	10	5	5	3

Все возможные комбинации, состоящие из двух, трех и четырех альтернатив, суммарная эффективность комбинаций, требуемый на каждую операцию ресурс и эффективность на единицу ресурса приведены в табл. 3.

Таблица 3.- Результаты распределения ресурса

Параметр	Комбинация альтернатив						
	$A_1 A_2$	$A_1 A_3$	$A_1 A_4$	$A_1 A_2 A_3$	$A_1 A_3 A_4$	$A_2 A_3 A_4$	$A_1 A_2 A_3 A_4$
Суммарная эффективность комбинации	0,45	0,65	0,50	0,80	0,85	0,80	1,0
Требуемый ресурс на комбинацию	15	15	13	20	18	13	23
Эффективность на единицу ресурса	0,03	0,043	0,031	0,040	0,047	0,061	0,043

Требуется определить такие комбинации альтернатив, на которые наиболее целесообразно распределить имеющийся ресурс (15 единиц ресурса) с учетом целевых функций (2) и (3) при условии $\min (P_{\text{и}} - P_{\text{т}})$.

Искомыми комбинациями альтернатив для первой целевой функции является $A_2 A_3 A_4$, а для второй — $A_1 A_2$.

Литература

1. Ковалишин Е.А., Поманский А.Б. Влияние неопределенности на структуру государственного долга./Экономика и математические методы, 2002, том 38, №4, с.60-69.
2. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике.- М.: Финансы и статистика, 2000.- 638 с.