КРИТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ

Назмеев Ю.Г., Малов К.М., Лившиц С.А.
Исследовательский центр проблем энергетики Казанского научного центра РАН
Казань, Россия

CRITICAL MODES OF NOT ISOTHERMAL CURRENT OF THE VISCOUS LIQUID IN THE ROUND PIPE

Nazmeev Yu.G., Malov K.M., Livshits S.A.
The research center problems of power engineering in Kazan scientific center RAS
Kazan, Russia

В теплофизике актуальной является задача исследования критических режимов ламинарных течений вязкой химически реагирующей жидкости в круглой трубе. Наиболее распространены два типа уравнений (1–2) и (3–4) описывающих исследуемый процесс:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{1}{\mathrm{Fk}} \cdot \nabla^2_{x,c,z} q + \exp\left(\frac{q}{1 + \mathrm{Ar} \cdot q}\right) j\,(h)\,, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \mathrm{Td} \cdot \exp\left(\frac{q}{1 + \mathrm{Ar} \cdot q}\right) j\,(h)\,, \qquad (2)$$

$j\,(h)$ - кинетическая функция; Q, E – тепловой эффект и энергия активации химической реакции; $\mathrm{Ar} = \frac{\mathrm{R} \cdot \mathrm{T_0}}{\mathrm{E}}$ - число Аррениуса; $\mathrm{Fk} = \frac{\mathrm{Q} \cdot \mathrm{E} \cdot \mathrm{r}^2}{l \cdot \mathrm{R} \cdot \mathrm{T_0^2}} \cdot \mathrm{k}(\mathrm{T_0})$ - критерий Франк-Каменецкого; $\mathrm{Td} = \frac{\mathrm{c} \cdot r \cdot \mathrm{R} \cdot \mathrm{T_0^2}}{\mathrm{Q} \cdot \mathrm{E}}$ - число Тодеса; r – масштаб длины, характеризующий реакционный объем.

$$\mathrm{Td} \cdot \frac{\partial q}{\partial t} = \exp\left(\frac{q}{1 + \mathrm{Ar} \cdot q}\right) j\,(h) - \frac{1}{\mathrm{Se}} \cdot q\,, \qquad (3)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \exp\left(\frac{q}{1 + \mathrm{Ar} \cdot q}\right) j\,(h)\,, \qquad (4)$$

где $\mathrm{Se} = \frac{\mathrm{Q} \cdot \mathrm{E} \cdot \mathrm{V}}{a \cdot \mathrm{S} \cdot \mathrm{R} \cdot \mathrm{T_0^2}} \cdot \mathrm{k}(\mathrm{T_0})$ - критерий Семенова.

Уравнения (1)-(2) представляют собой стационарную задачу, при решении которой находятся такие условия, при которых стационарный тепловой режим становится невозможным. Уравнения (3)-(4) в свою очередь позволяют рассмотреть изменение разогрева во времени и учитывают кинетику химической реакции.

Решая систему уравнений (3), (4) при движении вязкой жидкости в круглой трубе, получаем уравнение:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \mathrm{x}^2} + \frac{1}{\mathrm{x}} \frac{\partial \theta}{\partial \mathrm{x}} + \chi \mathrm{x}^2 \mathrm{e}^{\frac{\alpha\theta}{\beta\theta+1}} + \delta \mathrm{e}^{\frac{\theta}{\beta\theta+1}} = 0 \qquad (5)$$

где x, θ – безразмерные функции координаты и температуры; коэффициенты χ и δ характеризуют интенсивность тепловыделения от вязкого течения и от протекания химической реакции; коэффициент α является отношением энергии активации вязкого течения к энергии активации химической реакции; β - безразмерный коэффициент, связывающий температуру стенки трубы с энергией активации химической реакции

Решая дифференциальное уравнение (5), получаем, что в том случае, когда $d < 8 + \sqrt{64 + 4g}$ дифференциальное уравнение имеет как минимум одно решение, если же $d > 8 + \sqrt{64 + 4g}$, то дифференциальное уравнение может вовсе не иметь решений, либо иметь их несколько.