УДК 517.96:532

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ В АНИЗОТРОПНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Ажиханов Н.Т.

Международный казахско-турецкий университет имени Х.А. Ясави, Казахстан

Подробная информация об авторах размещена на сайте «Учёные России» - http://www.famous-scientists.ru

Рассматривается постановка задачи фильтрации однофазной жидкости в анизотропной среде. Приводится обзор литератур по определению коэффициента фильтрации. Исследована связь теории фильтрации и теории упругости в моделировании задач гидрогеомеханики.

Фильтрация жидкости в упругодеформируемом анизотропном пласте представляет собой сложную многофазную систему, макроскопическое поведение которой под действием нагрузок в зависимости определяется протеканием многих параллельно идущих процессов различной механической природы. Задача определения напряженно-деформируемого состояние массива с учетом фильтрации в ней жидкости представляется достаточно сложной. Для ее постановки и решения требуются рациональная схематизация основных процессов, протекающих в пласте.

Аналогические задачи имеют практическую и, в частности экономическую важность при гидрогеологических и инженерно-геологических исследованиях. При этом возникает необходимость рассмотрения массива горных пород и фильтрующихся в нем жидкостей как единой механической системы, что приводит к комплексному подходу, базирующемся на методах, как механики деформируемого твердого тела, так и теории фильтрации.

Для описания фильтрационных течений в анизотропных пористых средах жидкости постулируется обобщенный закон Дарси. В общем случае линейная зависимость вектора скорости фильтрации и градиента фильтрационного давления приведен в работе [1].

$$\begin{aligned}
\vartheta_x &= -\frac{1}{\mu}\left(k_{xx}\frac{\partial p^*}{\partial x} + k_{xy}\frac{\partial p^*}{\partial y} + k_{xz}\frac{\partial p^*}{\partial z}\right) \\
\vartheta_y &= -\frac{1}{\mu}\left(k_{xy}\frac{\partial p^*}{\partial x} + k_{yy}\frac{\partial p^*}{\partial y} + k_{yz}\frac{\partial p^*}{\partial z}\right) \\
\vartheta_z &= -\frac{1}{\mu}\left(k_{xz}\frac{\partial p^*}{\partial x} + k_{yz}\frac{\partial p^*}{\partial y} + k_{zz}\frac{\partial p^*}{\partial z}\right)
\end{aligned} \tag{1}$$

где ϑ_i - компонент вектора скорости фильтрации,

$\partial p^* / \partial x_i$ - компоненты вектора градиента приведенного давления,

$k_{ij}(i, j = x, y, z)$ - компоненты симметричной матрицы, коэффициентов проницаемости. Разновидности матрицы коэффициентов проницаемости определяет фильтрационные свойства пласта. Например,

1) $k_{ij} = diag(k_{xx}, k_{xx}, k_{xx})$ - предназначен для изотропной пористой среды;

2) $k_{ij} = diag(k_{xx}, k_{xx}, k_{zz})$ - задает фильтрационное свойства слоистых, т.е. трансверсально-изотропных сред;

3) $k_{ij} = diag(k_{xx}, k_{yy}, k_{zz})$ - для ортотропных пористых сред;

4) $k_{ij} = \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{xy} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{xz} & k_{yz} & k_{zz} \end{pmatrix}$ - для анизотропные пористых, трещиноватых сред

Проницаемость пористой среды, называется величина, определяемая по формуле

$$k(\vec{n}) = -\frac{\mu \vartheta_i n_i}{|grad\ p|}, \tag{2}$$

где n_i - единичный вектор, задающий направление в пористой среде вдоль которого определяется направленная праницаемость;

$\vartheta_i n_i = (\vec{\vartheta} * n)$ - скалярное произведение вектора скорости фильтрации и единичного вектора;

$|grad\ p|$ - модель градиента фильтрационного давления.

Подставляя (1) к формуле (2) имеем

$$k(\vec{n}) = -\frac{\mu}{|grad\ p|}\left(-\frac{k_{ij} n_i n_j}{\mu}|grad\ p|\right) = k_{ij} n_i n_j.$$

Общий случай определения направления проницаемости имеет вид:

$$k_{ij} n_i n_j = k_{xx}\cos^2\alpha + 2k_{xy}\cos\alpha\cos\beta + k_{yy}\cos^2\beta + k_{zz}\cos^2\gamma + 2k_{xz}\cos\alpha\cos\gamma + 2k_{yz}\cos\beta\cos\gamma$$

где α, β, γ - углы, которые образуют единичный вектор $\vec{n}$ с координатными осями x,y,z.

В частности для трансверсально-изотропной среды направления проницаемости определяется как

$$k_{ij} n_i n_j = k_{xx}\cos^2\alpha + k_{xx}\cos^2\beta + k_{zz}\cos^2\gamma.$$

Поэтому для трансверсально-изотропных сред фильтрационные свойства задаются диагональными тензорами проницаемости с двумя разными коэффициентами соответственно.

В реальных коллекторах возможность априорного определения главных направлений тензорами проницаемости является достаточно редкой.

В связи с изучением фильтрационных свойств пород в [2] рассмотрена типизация гидрогеологических условий. По результатам этих работ анизотропность горных пород оказывает существенное влияние на данные откачек и результаты расчета коэффициентов фильтрации пород.

Изучения геомеханических параметров горных пород проводится лабораторными и полевыми методами [3]. Поэтому коэффициенты фильтрации определяются по данным фильтрационных исследований, в которых область возмущений может достигать существенных размеров. В этом случая в результате расчетов получаются значения параметров, усредненно характеризующие всю область опытного возмущение.

С позиции современной геологической науки поставленная задача является типичной задачей изучения и моделирования геологической неоднородности, неоднородности горных пород, вляющии на коэффициент фильтрации [4].

Аналогичным образом вектор фильтрации вводится в работе [5] при выводе уравнения фильтрации жидкости в анизотропной среде. Другой подход процедуры осреднения проиллюстрируем на изотропных средах с функции проницаемости вида

$$K = P_1(x)P_2(y)P_3(z),$$

при наличии трещин, т.е. при x, y, z = const, которые моделируется бесконечно тонкими слоями, бесконечно большой для трещин и бесконечно малой для завес проницаемости [6]. Здесь $P_i > 0$ - произвольные интегрируемые функции. Если в грунте с непроницаемыми блоками имеет место N систем трещин, то из выведенных функций проницаемости следуют функции для эффективной проницаемости чисто трещиноватых сред.

Объемная деформация пористой среды равна изменению объема порового пространства, заполненной жидкостью. Поэтому в работе [7] выводится уравнение сплошности потока жидкости

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} - \frac{n}{K}\frac{\partial p}{\partial t} + q = 0, \quad (3)$$

где n – пористость;
p – поровое давление жидкости;
K – модуль объемной сжимаемости жидкости;
ε_v - объемная деформация.

При этом напряжение массива горных пород имеет вид

$$\sigma_{ij}^{\Gamma} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij},$$

здесь σ_{ij} - эффективное напряжение, δ_{ij} - символ Кронекера.

Из закона Гука для изотропной линейно-упругой пористой среды, связывающего эффективного напряжения и деформацию $\left(\sigma_{ij} = \lambda\delta_{ij}\varepsilon_{kk} + 2G\varepsilon_{ij}\right)$ следует

$$\sigma_{ij} = \lambda\delta_{ij}\varepsilon_{kk} - 2G\varepsilon_{ij} + p\delta_{ij}. \quad (4)$$

Уравнения (3), (4) определяет напряженно-деформируемое состояние скелета и нестационарное распределение порового давления.

Базовое уравнение связи напряжений и деформаций в твердой матрице с поровым давлением флюида для малых деформаций линейных и изотропных упругих сред при изотермических условиях было впервые выведено в [8]

$$\sigma_{ij} = \lambda\varepsilon\delta_{ij} + 2G\varepsilon_{ij} - \alpha p'\delta_{ij},$$

где следующие коэффициенты Ляме выражается через коэффициент Пуассона ν и модуль Юнга E

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}.$$

Тогда уравнение связи напряжений и деформаций имеет следующий вид [9]

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \frac{2G\nu}{1-2\nu}\varepsilon\delta_{ij} - \alpha\delta_{ij}p,$$

где $\varepsilon = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = \beta(\sigma - \alpha p)$.

Используя закон Гука для пороупругой среды деформацию можно определить, как [10]

$$2G\varepsilon_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{1+\nu}\sigma\delta_{ij} + \frac{3(\nu_u - \nu)}{(1+\nu)(1+\nu_u)B}p\delta_{ij},$$

где σ - сумма главных напряжений, $\sigma = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})/3$, $\nu \le \nu_u \le 0.5$

$$\alpha=\frac{3(\nu_u-\nu)}{B(1-2\nu)(1+\nu_u)}=1-\frac{\beta_s}{\beta}.$$

Из недренированных пластов условий отношение между суммой главных напряжений σ и поровым давлением p [11]

$$p=-\frac{B\sigma}{3},$$

где $B=\dfrac{(\beta-\beta_s)}{(\beta-\beta_s)+m(\beta_f-\beta_s)}$ -коэффициент Скемптона [12];

здесь β_s -сжимаемость твердой фазы, скелета;

β_f -сжимаемость порового флюида;

m-пористость;

получаем:

$$2G\varepsilon=-\frac{3}{B}\frac{(1-\nu_u)}{(1+\nu_u)}p.$$

Дренированная сжимаемость скелета β оценивается по формуле

$$\beta=\frac{3(1-2\nu)}{2G(1+\nu)}.$$

Уравнение с учетом эффекта сжимаемости твердой и жидкой фазы, имеет вид [13]

$$\varepsilon_{ij}=\frac{\beta}{3}\left(\frac{1+\nu}{1-2\nu}\sigma_{ij}-\frac{\nu}{1-2\nu}\sigma\delta_{ij}+\alpha\delta_{ij}p\right).$$

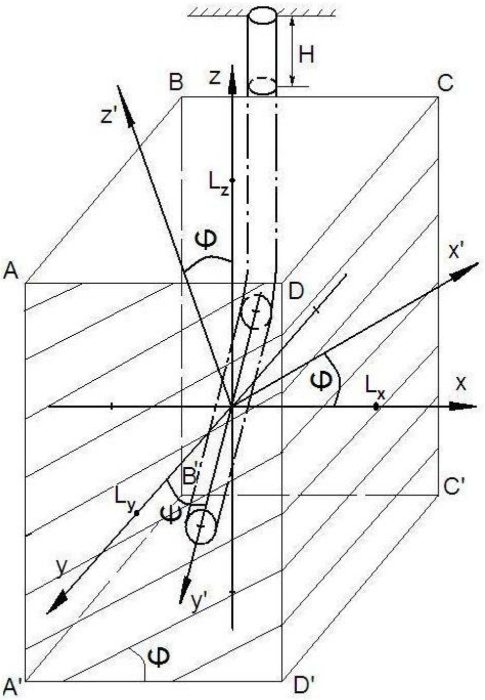

Рис. 1. Статическое состояние горизонтальной скважины, продольная ось которой составляет произвольный угол с линией простирания плоскости изотропии породного массива

Обобщение уравнений механики насыщенной упругой пористой среды [14-15] на случай среды с двойной пористости привен в работе [16]. Получен уравнения вектора перемещения пористой среды и давлений в блоках и трещинах.

В основу модели предложенный Ю.А.Буревичым [17] закладывается [18]: а) извесное в теории упругости формула для раскрытия эллипсоидальной полости под действием внутренного давления; б) кубическая зависимость расхода жидкости через плоскую щель от величины ее раскрытия; в) описание среднего тензора проницаемости ансамбля трещин через функцию распределения их по ориентацием.

Моделирование процесса фильтрации с учетом упругого деформирование пласта при отборе жидкости через горизонтальную скважину можно представить с помощью уравнений (1), где коэффициент фильтрации определяется из (2).

Пусть в расчетной области выполняется условия равновесия.

В данное время нерассмотрены вопросы изучение пространственнего фильтационного движение жидкости в изотропных, трансверсально-изотропных и анизотропных упругодеформируемых пористых средах со сложной геометрией. Появляется необходимость исследовании напряженно-деформируемого состояние как вертикальных или горизонтальных скважин, так и групп скважин, отбирающий жидкость в упругом трансверсально-изотропных пластах с наклонной плоскостью изотропии, т.е. в наклонных слоистых пористых средах.

Введем прямоугольную декартовую систему координат *Oxyz* таким образом, что ось *Oz* направлена вертикально вверх, горизонтальные оси *Ox* и *Oy* совпадают с линиями соответственно вкрест и вдоль простирания плоскости изотропии.

Упругое состояние трансверсально-изотропного массива описывается уравнением обобщенного закона Гука в системе координат *Ox'y'z'*, полученной путем поворота *Oxyz* на угол ϕ вокруг вертикальной оси *Oz* [19].

При этом полное напряжение [7] трансверсально-изотропного пласта может быть выражено через эффективного напряжения и давления, полученные при соответствующих решениях задач теории фильтрации и упругости в виде

$$\sigma_x^{\Pi} = \sigma_x + P, \quad \tau_{xy}^{\Pi} = \tau_{xy}, \quad \tau_{xz}^{\Pi} = \tau_{xz},$$
$$\sigma_y^{\Pi} = \sigma_y + P, \quad \tau_{yz}^{\Pi} = \tau_{yz},$$
$$\sigma_z^{\Pi} = \sigma_z + P.$$

Характерной особенностью модели является предположение о том, что пористая матрица деформируется совершенно свободно до некоторого жесткого предела ε_0.

Таким образом фильтрация жидкости в деформируемой неоднородной (трансверсально-изотропной) пористой среде могут быть моделировании из совместных уравнений теории фильтрации и теории упругости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д. Нефтегазовая гидромеханика.– М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 544с.

2. Бабушкин В.Д., Плотников И.И., Чуйко В.М. Методы изучения фильтрационных свойств неоднородных пород. М.:Недра, 1974.-208с.

3. Шестаков В.М. Гидрогеомеханика. – М.: Изд-во МГУ. 1998. -72с.

4. Стасенко В.В., Климушин И.М., Бреев В.А. Методы изучение геологических неоднородности нефтяных пластов. М. :Недре, 1972. -134с.

5. Прусов И.А., Веремук И.А. Вывод оснавных уравнений фильтрации жидкости в анизотропной среде // Вести АН БелССР, №1, 1974. –с.109-112.

6. Холодовский С.Е. О фильтрации в пластах с кольцевыми неоднородными анизотропными зонами, трещинами и завесами // Докл. АН СССР. 1991, т.317. №3. с.606-608.

7. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. М.:Недра, 1987.-221с.

8. Biot M.A. General theory of three-dimensional consolidation // J. Appl. Phys. 1941. - V. 12. - P. 155-164.

9. Rice J.R., Cleary M.P. Some basic stress-diffusion solutions for fluid saturated elastic porous media with compressible constituents //Rev. Geophys. Space Phys. 1976. - V. 14. - P. 227-241.

10. Kumpel H.-J. Poroelasticity: parameters reviewed // Geophys. J. Int. 1991. - V. 105. - P. 783–799.

11. Skempton A.W. The pore-pressure coefficients A and B // Geotechnique. 1954.- V. 4. - P. 143-147.

12. Rojstaczer S., Agnew D.S. The influence of formation material properties on the response of water levels in wells to Earth tides and atmospheric loading. // J. Geophys. Res. 1989. - V. 94. - P. 12403-12411.

13. Копылова Г.Н., Болдина С.В. Оценка пороупругих параметров резервуаров подземных вод по данным уровнемерных наблюдений // Комплексные сейсмологические и геофизические исследования Камчатки. Петропавловск-Камчатский, 2004. С. 405 – 421.

14. Biot M.A. Mechanics of deformation and propagation in porous media. // Applied Phisics, 1962, v.33, v.4.-p.1482-1498.

15. Николаевский В.Н. Геомеханика и флюдодинамика. – М.:Недра, 1996. – 447с.

16. Wilson R.K., Aifantis E.C. On the theory of consolidation with double porosity// Int. Engng. Sci., 1982, v.20, №9. –p1009-1035.

17. Буевич Ю.А. Структурные-механические свойства и фильтрация в упругом трещинавато-пористом пласте // Инженерно-физический журнал, 1984, т.4. №4. –с.593-600.

18. Дияшев И.Р., Костерин А.В., Скворцов Э.В. Фильтрация жидкости в деформируемых нефтяных пластах.- Изд-во Казанского матем.общества, 1999.-238с.

19. Масанов Ж.К., Омаров А.Д., Махметова Н.М. Статическое и сейсмонапряженное состояние транспортных подземных сооружений в анизотропном геометрически нелинейном массиве. – Алматы: Бастау, 2002.-244с.

SOME RESEARCH PROBLEMS OF FLUID FILTRATION IN ANISOTROPIC POROUS MEDIUM

Azhikhanov N.T.

International Kazakh-Turkish university named after Kh.A. Yasavi, Kazakhstan

Considered the statement of a problem of a filtration of a single-phase fluid in the anisotropic porous medium. Resulted the review of literatures by definition of factor of a filtration. Investigated communication of the theory filtration and the theory elasticity in modelling problems of hydrogeomechanics.