УДК: 532.5

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ГАЗОВОГО ПОТОКА С ПЛЕНКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ВОСХОДЯЩЕМ ПРЯМОТОКЕ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТРУБЕ

Фарахов М.И.*, Разинов А.И., Казанцев С.А.
**ООО «Инжнерно-внедренческий центр «Инжехим»*
Казанский государственный технологический университет
Подробная информация об авторах размещена на сайте
«Учёные России» - http://www.famous-scientists.ru

Предложена модель взаимодействия газового потока с пленкой жидкости, движущейся в ламинарном волновом режиме, основанная на представлении волн как шероховатости. Она позволяет рассчитывать гидравлическое сопротивление трубы, среднюю толщину пленки, касательное напряжение на границе раздела фаз, поле скорости и ряд других характеристик. Показана адекватность модели при сопоставлении с опытными литературными данными в вертикальной трубе.

Рассмотрим ламинарное стабилизированное стационарное течение жидкой пленки, взаимодействующей с газовым потоком. Поскольку толщина пленки δ, как правило, гораздо меньше радиуса кривизны канала, задачу можно рассматривать как плоскую с использованием прямоугольной системы координат.

Совместим поверхность, по которой движется пленка, с плоскостью *z-x*, а направление движения – с осью *x*. Запишем уравнения движения (1) и неразрывности (2) для рассмотренного случая:

$$\frac{d\tau_{\text{ух}}}{dy} = \rho_{ж} g_x - \frac{dp}{dx} \qquad (1)$$

$$\frac{dw_{ж,x}}{dx} = 0 \qquad (2)$$

где τ_{yx} – элемент тензора вязких напряжений (поток проекции импульса на ось *x*, направленный вдоль оси *y*), $\rho_{ж}$ – плотность жидкости, g_x – проекция ускорения свободного падения на ось *x*, $\frac{dp}{dx}$ – градиент давления вдоль оси *x*, $w_{ж,x}$ – проекция скорости жидкости на ось *x*.

Интегрируя уравнение (1) с граничным условием $\tau_{yx} = \tau^{гр}$ при $y = \delta$ и полагая, что $\frac{dp}{dx} = const$, получим:

$$\tau_{\text{ух}} = \tau^{гр} - \left(\rho_{ж} g_x - \frac{dp}{dx}\right)(\delta - y). \qquad (3)$$

Для нахождения поля скорости в пленке подставим уравнение (3) в выражение для потока импульса за счет молекулярного механизма:

$$\tau_{\text{ух}} = -\mu_{ж} \frac{dw_{ж,x}}{dy}, \qquad (4)$$

и проинтегрируем с граничным условием прилипание на стенке $w_{ж,x}(0) = 0$. Получим:

$$w_{ж,x} = -\frac{\tau^{гр}}{\mu_{ж}} y + \frac{1}{\mu_{ж}}\left(\rho_{ж} g_x - \frac{dp}{dx}\right)\left(\delta \cdot y - \frac{y^2}{2}\right), \qquad (5)$$

где $\mu_{ж}$ – коэффициент молекулярной динамической вязкости.

Полагая $y = \delta$, из уравнения (5) можно найти скорость на границе пленки, взаимодействующей с газовым потоком:

$$w^{гр} = -\frac{\tau^{гр}}{\mu_{ж}}\delta + \frac{1}{\mu_{ж}}\left(\rho_{ж} g_x - \frac{dp}{dx}\right)\frac{\delta^2}{2}. \qquad (6)$$

Определим среднюю по сечению пленки скорость жидкости с использованием (5) в виде:

$$\overline{w}_{ж,x} = \frac{1}{\partial}\int_0^{\partial} w_{ж,x}dy = \frac{\partial}{\mu_{ж}}\left(-\frac{\tau^{гр}}{2} + \left(c_{ж} g_x - \frac{dp}{dx}\right)\frac{\partial}{3}\right). \qquad (7)$$

Это позволит связать толщину пленки и линейную плотность орошения Γ следующим образом:

$$\partial = \Gamma / c_{ж}\overline{w}_{ж,x} \qquad (8)$$

Выражая среднюю скорость движения пленки из (8) и подставляя в (7), получим:

$$\frac{\Gamma}{\rho_{ж}} = \frac{\left(\rho_{ж} g_x - \frac{dp}{dx}\right)}{3\mu_{ж}}\delta^3 - \frac{\tau^{гр}}{3\mu_{ж}}\delta^2. \qquad (9)$$

Уравнение (9) подробно анализировалось в работах [4, 5], где показана его работоспособность при восходящем прямотоке в вертикальных цилиндрических трубах. Однако необходимые значения касательного напряжения на границе газ-жидкость $\tau^{гр}$ находились из экспериментальных данных по гидравлическому сопротивлению, как собственно, и $\frac{dp}{dx}$. Таким образом, в полной мере теоретического решения для сопряженной задачи взаимодействия газового потока с жидкой пленкой получено не было.

Получим такое решение из уравнений движения (10) и неразрывности (11) для газовой фазы в вертикальной трубе. Для этого удобнее использовать цилиндрическую систему координат, совместив ось x с осью трубы и направив вниз:

$$\frac{1}{r}\left(\frac{d}{dr}(\tau_{rx})\right) = \rho_{г} g - \frac{dp}{dx}, \qquad (10) \qquad\qquad \frac{\partial w_{г,x}}{\partial x} = 0. \qquad (11)$$

Проинтегрировав уравнение движения с граничным условием $\tau_{rx}(0) = 0$, получим выражение для потока импульса:

$$\tau_{rx} = \frac{r}{2}\left(\rho_{г} g - \frac{dp}{dx}\right). \qquad (12)$$

Поток импульса на границе раздела газ-жидкость $\tau^{гр}$ найдем из (12) при условии $r = R - \delta$ (R – внутренний радиус трубы):

$$\tau^{гр} = -\tau_{rx}(R-\delta) = \frac{R-\delta}{2}\left(\frac{dp}{dx} - \rho_{г} g\right). \qquad (13)$$

Введем фиктивную скорость газа $w_{г}^0$ с использованием его объемного расхода V:

$$w_{г}^0 = V / \pi R^2. \qquad (14)$$

Радиус сечения, свободного для прохода газовой фазы, обозначим R':

$$R' = R - \delta. \qquad (15)$$

Тогда истинную скорость газа относительно границы жидкой пленки и критерий Рейнольдса можно найти как

$$\overline{w}'_{г,x} = \frac{V}{\pi R^2} - w^{гр}, \qquad (16)$$

$$\mathrm{Re}'_г = \frac{2R'\overline{w}'_{г,x}\rho_г}{\mu_г}. \qquad (17)$$

Использование новых штрихованных величин позволяет описать движение газового потока в трубе при наличии пленки жидкости соотношениями, полученными при ее отсутствии. Так градиент давления может быть выражен с помощью коэффициента гидравлического трения $\lambda_г$ следующим образом:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\lambda_г}{4R'}\rho_г\left(\overline{w}'_{г,x}\right)^2 + \rho_г g. \qquad (18)$$

Для замыкания системы уравнений (6), (7), (9), (13), (15), (16), (18), позволяющей найти $w^{гр}$, $\overline{w}_{ж,x}$, δ, $\tau^{гр}$, R', $\overline{w}'_{г,x}$, $\frac{dp}{dx}$ необходимо использовать выражение для $\lambda_г$. Если предположить, что поверхность пленки является гладкой, то для турбулентного режима движения газа, который реализуется при восходящем прямотоке, можно применить Формулу Блазиуса:

$$\lambda_г = 0{,}316\left(\mathrm{Re}'_г\right)^{-0{,}25}. \qquad (19)$$

Тогда решая вышеуказанную систему алгебраических уравнений совместно с (17) и (19) можно найти как перечисленные величины, так и $\mathrm{Re}'_г$ и $\lambda_г$.

Система этих девяти нелинейных уравнений решается численными методами. Подобная процедура была проделана в [3] для малых линейных плотностей орошения Γ, при которых движение восходящей пленки можно считать безволновым. Расчетные толщины пленок воды при $\Gamma = 4\cdot10^{-3}$ кг/м·с и $\Gamma = 10^{-2}$ кг/м·с и фиктивных скоростях воздуха $w_г^0 = 30$ м/с и $w_г^0 = 40$ м/с достаточно хорошо совпали с экспериментальными данными [1] (относительная погрешность не превышала 7%). Однако увеличение плотности орошения менее чем в 2 раза, например, при $\Gamma = 1{,}85\cdot10^{-2}$ кг/м·с, приводит к возрастанию относительной погрешности расчетов с использованием допущения гладкой пленки более 25% по сравнению с экспериментальными данными [5], авторы которых оценивают максимальную погрешность эксперимента 5%.

Идея об аналогии при обтекании газовым потоком отдельных волн и бугорков в шероховатых трубах высказывалась П.Л. Капицей [2], однако и им до конца сопряженная задача взаимодействия газового потока с пленкой жидкости не была решена. Воспользуемся этой идеей для замыкания вышеприведенной системы уравнений, используя для этого известное выражение коэффициента гидравлического трения:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_г}} = -2\lg\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7} + \left(\frac{6{,}81}{\mathrm{Re}'_г}\right)^{0{,}9}\right). \qquad (20)$$

Величину относительной шероховатости ε запишем в виде:

$$\varepsilon = \alpha\delta / 2R'. \qquad (21)$$

Единственный величиной, подлежащей определению, является коэффициент α, характеризующий амплитуду волн. Решая обратную задачу, то есть, сопоставляя расчеты с использованием (20), (21) вместо (19) с экспериментальными данными по гидравлическому сопротивлению [5] было найдено соотношение:

$$\alpha = \delta^2 / \left(10^{-8} + \delta^2\right), \tag{22}$$

где толщина пленки δ выражена в метрах.

Результаты расчетов и сопоставление их с экспериментом [5] для системы вода-воздух, в вертикальной трубе $R = 6{,}31 \cdot 10^{-3}$ м, $L = 1{,}131$ м (длина участка трубы, на котором измерялось гидравлическое сопротивление) приведены в таблице 1, где Δp_n – потерянное давление; δ – средняя толщина пленки; верхние индексы: *э* – эксперимент, *р* – расчет, *г* – для гладкой пленки (19), *ш* –для шероховатой пленки (20), (21), (22). Расчетное потерянное давление определялось по уравнению:

$$\Delta p_n^p = \left(\frac{dp}{dx} - \rho_г g\right) L. \tag{23}$$

Таблица 1. Сопоставление экспериментальных и расчетных величин при восходящем прямотоке в вертикальной трубе

Г, кг/(м·с)	$w_г^0$, м/с	$\Delta p_n^э$, кПа	$\Delta p_n^{р,ш}$, кПа	$\Delta p_n^{р,г}$, кПа	$\delta^э \cdot 10^5$, м	$\delta^{р,ш} \cdot 10^5$, м	$\delta^{р,г} \cdot 10^5$, м
0,0185	20	0,95	0,98	*	14,0	14,2	*
	30	1,65	1,72	1,27	9,5	9,4	12,0
	40	2,55	2,65	2,15	7,5	7,3	8,5
0,0365	20	1,15	1,14	**	18,7	19,2	**
	30	1,95	1,97	1,36	13	12,4	19,2
	40	3,00	3,00	2,19	10	9,7	13,1

* – решение уравнения (9) относительно δ не имеет действительных положительных корней;
** – в результате решения средняя скорость жидкой пленки (7) направлена вниз, то есть осуществляется противоток.

Как видно из таблицы, максимальная погрешность расчетов с учетом шероховатости пленки не превышает 5%, то есть погрешности эксперимента. Расчеты же для гладкой пленки дают систематическое занижение потерянного давления и завышение толщины пленки приблизительно на 25%, а при скорости газа $w_г^0 = 20$ м/с либо не имеют решения, либо приводят к противотоку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Живайкин Л.Я. // Хим. маш. 1961. № 6. С. 25.

2. Капица П.Л. // ЖЭТФ. 1948. Т. 18. № 1. С. 19.

3. Разинов А.И. // Тепломассообменные процессы и аппараты химической технологии. Межвузовский тематический сборник научных трудов; КГТУ. Казань, 2002. С. 98.

4. Семенов П.А. // ЖТФ. 1944. Т14, № 7-8. С. 427.

5. Семенов П.А., Рейбах М.С., Горшков А.С. // Хим. пром. 1966. № 2. С. 213.

INTERACTION OF A GAS STREAM WITH A FILM OF FLUID AT ASCENDING CONCURRENT FLOW IN A VERTICAL PIPE

Farakhov M.I.*, Razinov A.I., Kazantsev S.A.
**Limited company "Engineering promotional center "Inzhekhim"*
Kazan' state technological university

A model of interaction of a gas stream with a film of fluid moving in the laminar wave regime based on representation of waves as roughness is proposed. It allows calculating hydraulic resistance of a pipe, average thickness of a film, shear stress on the boundary separating phases, velocity field and a number of other characteristics. Adequacy of the model is demonstrated by comparison with open literature experimental data in a vertical pipe.