

УДК 536.27

## ТЕОРИЯ ИНТЕНСИФИЦИРОВАННОГО ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ В КАНАЛАХ НА БАЗЕ ЧЕТЫРЁХСЛОЙНОЙ СХЕМЫ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Лобанов И.Е.

*Московский авиационный институт, Москва, Россия*

[heat204@mai.ru](mailto:heat204@mai.ru)

Разработана теоретическая модель для расчёта теплообмена при турбулентном течении в каналах в условиях интенсификации теплообмена, отличающаяся от известных моделей более высокой точностью, отсутствием дополнительных допущений, учётом большего числа параметров, оказывающих влияние на процессы теплообмена. Получены точные решения задачи об интенсифицированном теплообмене для данной постановки задачи. Полученные расчётные данные по теплообмену соответствуют экспериментальным данным лучше существующих решений.

Ключевые слова: теплообмен, интенсификация, математическое моделирование, четырёхслойные, турбулентный, турбулизатор, круглая труба

## THE THEORY OF A TASK ABOUT INTENSIFIED HEAT EXCHANGE AT TURBULENT CURRENT IN CHANNELS ON BASE FOR FOURLAYER OF THE CIRCUIT TURBULENT OF A BOUNDARY LAYER

Lobanov I.E.

*Moscow Air Institute, Moscow, Russia*

The theoretical model for account of heat exchange is developed at turbulent current in channels in conditions intensification of heat exchange distinguished from known models by higher accuracy, absence of additional assumptions, account of the greater number of parameters rendering influence on processes of heat exchange. The exact decisions of a task about intensified heat exchange for the given statement of a task are received. The received settlement data on heat exchange meet to experimental data of the better existing decisions.

Keywords: heat exchange, intensification, mathematical modeling, fourlayer, turbulent, turbulizer, round pipe.

### 1. Введение

В различных областях техники широко применяются различного рода теплообменники, в которых, в результате интенсификации теплообмена, может быть достигнуто снижение их массогабаритных показателей при заданных значениях теплового потока, гидравлических потерь, расходов и температур теплоносителей; в ряде случаев задачей является снижение температурного уровня поверхности теплообмена при фиксированных режимных и конструктивных характеристиках. Расчётные методы исследования интенсификации теплообмена при турбулентном течении в трубах разработаны ещё недостаточно. Часто они опираются на упрощённые модели сложных физических явлений, при этом допущения приводят к значительной разнице между расчётными и экспериментальными данными. Экспериментальные данные по теплообмену справедливы только для определённого вида течений и типоразмеров турбулизаторов, на которых были проведены опытные исследования. В связи с этим необходима разработка новых, более точных, чем существующие теоретических методов исследования интенсификации теплообмена при турбулентном течении в трубах. В рамках данного исследования под интенсификацией теплообмена понимаются применение искусственных турбулизаторов потока на поверхности, а также шероховатые поверхности [2, 9]. Модель предполагает

двумерную шероховатость. Рассматриваются двумерные поверхности с турбулизаторами, которые применимы и для труб с периодическими диафрагмами.

### 2. Модель интенсификации теплообмена

Теплообмен при течении в каналах теплоносителей с постоянными теплофизическими свойствами в условиях интенсификации теплообмена моделируется четырёхслойной схемой турбулентного потока [1, 4, 5]. Впервые подобная схема расчёта теплообмена была использована в работах [6-8], а затем существенным образом усложнена в работах [1, 4, 5]. Применим данную модель расчёта теплообмена при турбулентном течении в каналах в условиях интенсификации теплообмена без применения дополнительных допущений, сделанных как в работах [7-9], так и в работах [3-5]. Теперь следует перейти к непосредственному рассмотрению каждого из подслоя.

1. Вязкий подслой. Вязкий подслой располагается в следующей окрестности:

$$R \in \left[ 1 - \frac{\eta_1}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}}; 1 \right], \text{ где } R — \text{ безразмерный радиус трубы (отношение расстояния от оси трубы } r \text{ к радиусу трубы } R_0);$$

$\eta_1 = 5$  — постоянная, характеризующая безразмерную толщину вязкого подслоя [1],  $\xi$  — коэффициент сопротивления трению. В области вязкого подслоя принимается, что:

$$\frac{\mu_T}{\mu} = \beta \frac{\eta^3}{\eta_1^2} = \frac{\beta}{\eta_1^2} \text{Re}^3 (1-R)^3 \left( \frac{\xi}{32} \right)^{\frac{3}{2}}; \quad (1)$$

$$\frac{w_x}{w_x} = \frac{\xi}{16} \text{Re} (1-R), \quad (2)$$

где  $\mu_T/\mu$  — отношение турбулентной и молекулярной динамических вязкостей;

$w_x/\overline{w_x}$  — отношение аксиальной составляющей скорости к среднерасходной;

$\eta = (1-R)^3 \text{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}}$  — безразмерная координата;  $\beta$  — постоянная в законе

"третьей степени":  $\frac{\mu_T}{\mu} = \frac{\beta}{\eta_1^2} \eta^3$ . [1].

$$\frac{\mu_T}{\mu} = \frac{\eta}{5} - 1 = \frac{\text{Re}}{5} (1-R) \sqrt{\frac{\xi}{32}} - 1; \quad (3)$$

$$\frac{w_x}{w_x} = 5 \sqrt{\frac{\xi}{8}} \left[ 1 + \ln \left( \frac{\eta}{5} \right) \right] = 5 \sqrt{\frac{\xi}{8}} \left\{ 1 + \ln \left( \frac{\text{Re}}{5} (1-R) \sqrt{\frac{\xi}{32}} \right) \right\}. \quad (4)$$

3. Вихревое ядро во впадине. Вихревое ядро во впадине располагается в следующей

окрестности:  $R \in \left[ 1 - \frac{h}{R_0}; 1 - \frac{\eta_2}{\text{Re} \sqrt{\frac{32}{\xi}}} \right]$ , где  $h$  — высота турбулизатора. В области

вихревого ядра во впадине принимается:

$$\frac{\mu_T}{\mu} = \frac{2}{5} \text{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \left( 1 - \frac{h}{R_0} \right) \frac{h}{R_0}; \quad (5)$$

$$\frac{w_x}{w_x} = \sqrt{\frac{\xi}{8}} \left\{ 5.5 + 2.5 \ln \left[ \frac{R_0}{h} (1-R) \right] \right\}. \quad (6)$$

2. Промежуточный подслей. Промежуточный подслей располагается в следующей окрестности:

$$R \in \left[ 1 - \frac{\eta_2}{\text{Re} \sqrt{\frac{32}{\xi}}}; 1 - \frac{\eta_1}{\text{Re} \sqrt{\frac{32}{\xi}}} \right], \text{ где}$$

$\eta_2 = 30$  [1]. В области промежуточного подслоя принимается, что:

4. Турбулентное ядро. Турбулентное ядро располагается в следующей окрестности:

$R \in \left[ 0; 1 - \frac{h}{R_0} \right]$ . В области турбулентного ядра принимается:

$$\frac{\mu_T}{\mu} = 0.4 \operatorname{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}} (1 - R) R, \quad (7)$$

$$\frac{w_x}{w_x} = \left[ 1.325 \sqrt{\xi} + 1 \right] (1 - R)^{\sqrt{\xi}}. \quad (8)$$

Решение задачи об интенсифицированном теплообмене в данной работе получается с помощью интеграла Лайона:

$$\operatorname{Nu} = 2 \left/ \left( \int_0^1 \frac{R^3}{1 + \frac{\operatorname{Pr}}{\operatorname{Pr}_T} \frac{\mu_T}{\mu}} dR \right) \right., \quad (9)$$

где  $\frac{\operatorname{Pr}}{\operatorname{Pr}_T}$  — отношение молекулярного и

турбулентного чисел Прандтля. В отличие от предыдущих работ ([7-9], а также [3-5]) в рамках данной работы не используется дополнительное допущения о том, что максимальный и средний температурные напоры при интенсифицированном теплообмене соотносятся так же, как и в случае гладкой трубы, т.е. соотношением

$(T_w - T_m)/(T_w - \bar{T}) = 1 + 1.75/(\operatorname{Pr} + 8)$   
 $(T_w$  — температура стенки;  $T_m$  — максимальная температура потока;  $\bar{T}$  — средне-

массовая температура потока). Данное допущение является довольно приблизительным, поскольку деформация температурного поля при интенсификации теплообмена довольно значительна. Количественные соотношения, подтверждающие вышеуказанный вывод, приведены в работе [3]. В рамках данной работы удалось избежать этого допущения, поскольку интегрирование производится по безразмерному радиусу, в то время как в работах [3-5, 7-9] — по безразмерной высоте. Точные решения задачи об интенсифицированном теплообмене выглядят следующим образом:

$$\operatorname{Nu} = \frac{2}{\sum_{i=1}^4 I_i} \forall \frac{h}{R_0} > \frac{30}{\operatorname{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}}}; \quad (10)$$

$$I_1 = -\frac{1}{6} \left( \frac{\operatorname{Pr}}{\operatorname{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \right)^{-\frac{4}{3}} \left( \frac{\xi}{32} \right)^{-2} \operatorname{Re}^{-4} \times \quad (11)$$

$$\times \left\langle 30 \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \right)^{\frac{1}{3}} + \ln \left[ \left( 25 - 5 \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \right)^{-\frac{1}{3}} + \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \right)^{-\frac{2}{3}} \right) / \left( 5 + \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \right)^{-\frac{1}{3}} \right)^2 \right] \times \right. \\ \times \left[ 3 \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{\xi}{32} \text{Re}^2 + \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \right) \left( \frac{\xi}{32} \right)^{\frac{3}{2}} \text{Re}^3 + 1 \right] - 6 \ln \left( 1 + 5 \beta \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right) \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \right)^{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} + \\ \left. + \left\{ 2\sqrt{3} \arctg \left[ 10 \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right] \frac{\sqrt{3}}{3} \right\} + \frac{\sqrt{3}}{3} \pi \right\} \times \left\{ 3 \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{\xi}{32} \text{Re}^2 - \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \left( \frac{\xi}{32} \right)^{\frac{3}{2}} \text{Re}^3 - 1 \right\} \Bigg\rangle;$$

$$I_2 = \frac{10 \text{Pr}_T (\sqrt{2\xi} \text{Pr Re} + 40 \text{Pr}_T - 40 \text{Pr})^3}{\text{Pr}^4 \xi^2 \text{Re}^4} \ln \left( 1 + 5 \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right) - \frac{3125}{6} \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^{-3} \times \\ \times \left( \frac{\xi}{32} \right)^{-2} \text{Re}^4 \left[ 86 \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^2 - \frac{63}{5} \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^2 \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} + \frac{9}{400} \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^2 \xi \text{Re}^2 - \right. \\ \left. - 21 \left( 1 - \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right) \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} + \frac{18}{5} \left( 1 - \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right) \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} + 6 \left( 1 - \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^2 \right]; \quad (12)$$

$$I_3 = \frac{\left( \frac{h}{R_0} - \frac{30}{\text{Re} \sqrt{\xi}} \right) \left( 2 - \frac{h}{R_0} - \frac{30}{\text{Re} \sqrt{\xi}} \right) \left[ \left( 1 - \frac{30}{\text{Re} \sqrt{\xi}} \right)^2 + \left( 1 - \frac{h}{R_0} \right)^2 \right]}{4 \left[ 1 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \left( 1 - \frac{h}{R_0} \right) \frac{h}{R_0} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right]}; \quad (13)$$

$$I_4 = \frac{-100}{\xi \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^2 \text{Re}^2} \left\{ \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \left( 1 - \frac{h}{R_0} \right) \left( 3 - \frac{h}{R_0} \right) + \left( 1 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right) \times \right. \\ \times \ln \left[ -1 - \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \left( 1 - \frac{h}{R_0} \right) \frac{h}{R_0} \right] \Bigg\} + 5\pi \left\langle \frac{20 \text{Pr}_T^2}{\xi \text{Re}^2 \text{Pr}^2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\xi} \text{Re} \text{Pr}} \right\rangle i + \\ + \left\{ \text{arcth} \left[ \frac{\sqrt{\frac{2}{5} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T}} \sqrt{\frac{\xi}{32}}}{\sqrt{4 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T}}} \frac{1 - 2 \frac{h}{R_0}}{\sqrt{4 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T}}} \right] + \text{arcth} \left[ \frac{\sqrt{\frac{2}{5} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T}} \sqrt{\frac{\xi}{32}}}{\sqrt{4 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T}}} \right] \right\} \times$$

$$\times \frac{3 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \operatorname{Re} \frac{\operatorname{Pr}}{\operatorname{Pr}_T}}{\left( \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \operatorname{Re} \frac{\operatorname{Pr}}{\operatorname{Pr}_T} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{4 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \operatorname{Re} \frac{\operatorname{Pr}}{\operatorname{Pr}_T}}}. \quad (14)$$

### 3. Сравнение точного решения задачи об интенсифицированном теплообмене с существующими решениями

Решения Мигая, согласно [7—9], выглядят гораздо проще, чем полученные в данной работе (10)—(14). Очевидно, что точные решения задачи об интенсифицированном теплообмене, представленные в рамках данной работы, гораздо сложнее, чем решения Мигая, что является единственным недостатком первых по отношению к последним. Сравнение результатов расчёта по точным решениям и по решениям Мигая необходимо проводить, сравнивая оба этих решения не только между собой, но и с имеющимися экспериментальными данными. Полученные отношения чисел Нуссельта, рассчитанных по точным решениям  $Nu$ , к соответствующим числам Нуссельта, рассчитанных по формулам Мигая  $Nu^M$ , в зависимости от числа Рейнольдса при различных числах Прандтля при следующих геометрических параметрах турбулизаторов:  $t/D=1$ ;  $d/D=0,90$  ( $t$  — расстояние между турбулизаторами;  $d$  — внутренний диаметр кольцевых канавок;  $D$  — внутренний диаметр трубы), показывают, что решение Мигая даёт заниженные результаты относительно точного решения для низких зна-

чений числа Прандтля и завышенные для высоких во всём диапазоне чисел Рейнольдса. Для более высоких чисел Рейнольдса это расхождение выше при высоких числах Прандтля и ниже — при низких. Анализ результатов расчётов по точным формулам и по формулам Мигая в зависимости от числа Рейнольдса при прочих равных условиях показывает, что их расхождение может быть довольно значительным — порядка (10÷15)%. Полученные отношения чисел Нуссельта, рассчитанных по точным решениям  $Nu$ , к соответствующим числам Нуссельта, рассчитанных по формулам Мигая  $Nu^M$ , в зависимости от относительного диаметра трубы с турбулизаторами  $d/D$  при различных числах Прандтля при относительном шаге между турбулизаторами  $t/D=1$  и числе Рейнольдса  $Re=10^4$  показывают, что решение Мигая даёт заниженные результаты относительно точного решения для низких значений числа Прандтля и завышенные для высоких во всём диапазоне относительных диаметров для труб с турбулизаторами. Для более высоких относительных высот турбулизаторов это расхождение выше при высоких числах Прандтля и ниже — при низких. Подробный анализ результатов расчётов по точным формулам и

по формулам Мигая в зависимости от относительной высоты между турбулизаторами при прочих равных условиях показывает, что их расхождение может быть довольно значительным — порядка (10÷15)%. После непосредственного сравнения представленных решений между собой, необходимо сравнить эти решения с существующими экспериментальными данными по теплообмену для труб с периодически расположенными поверхностными турбулизаторами [2, 6].

На рис. 1 представлено сравнение точного решения для интенсифицированного теплообмена и решения Мигая с экспериментальными данными [2, 6] для труб с турбулизаторами при  $t/D=1$ ,  $Pr=0,72$ ,  $Re=4 \cdot 10^5$  в зависимости от относительного диаметра труб с турбулизаторами  $d/D$ . Из рис. 1 видно, что точное решение гораздо лучше соответствует существующим экспериментальным данным во всём диапазоне  $d/D$ .

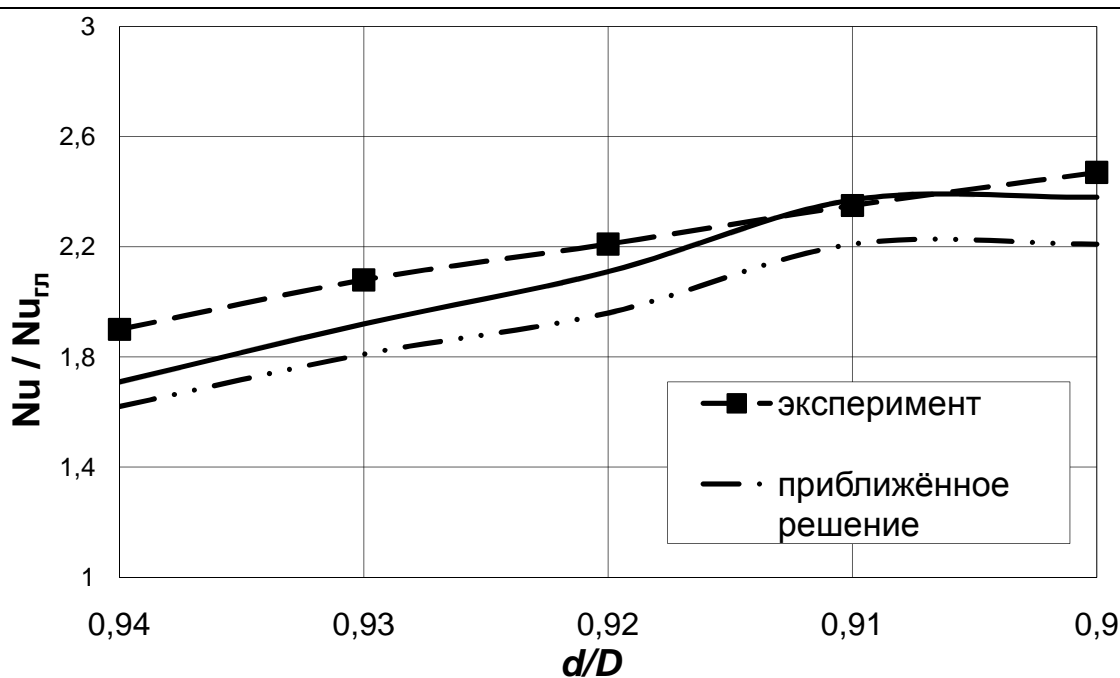


Рис. 1. Сравнение точного и приближённого решений для интенсифицированного теплообмена с экспериментальными данными [2, 6] для труб с турбулизаторами при  $t/D=1$ ,  $Pr=0,72$ ,  $Re=4 \cdot 10^5$  в зависимости от относительного диаметра труб с турбулизаторами  $d/D$

На рис. 2 представлено аналогичное сравнение, но для  $t/D=1$ ,  $d/D=1$ ,  $Pr=0,72$  и в зависимости от числа Рейнольдса, из которого видно, что точное решение гораздо лучше соответствует существующим экспериментальным данным

почти во всём диапазоне чисел Рейнольдса. Подробное расчётное исследование теплообмена в трубах с турбулизаторами посредством точного решения задачи о теплообмене и посредством решений Мигая в диапазоне геометрических параметров

турбулизаторов и режимов течения, приведённом в экспериментальном материале [2, 6], показывает, что средняя погрешность расчёта по точным решениям, приведён-

ным в рамках данного исследования, по отношению к эксперименту составляет порядка 5%, в то время как формулы Мигая дают погрешность в среднем более 10%.

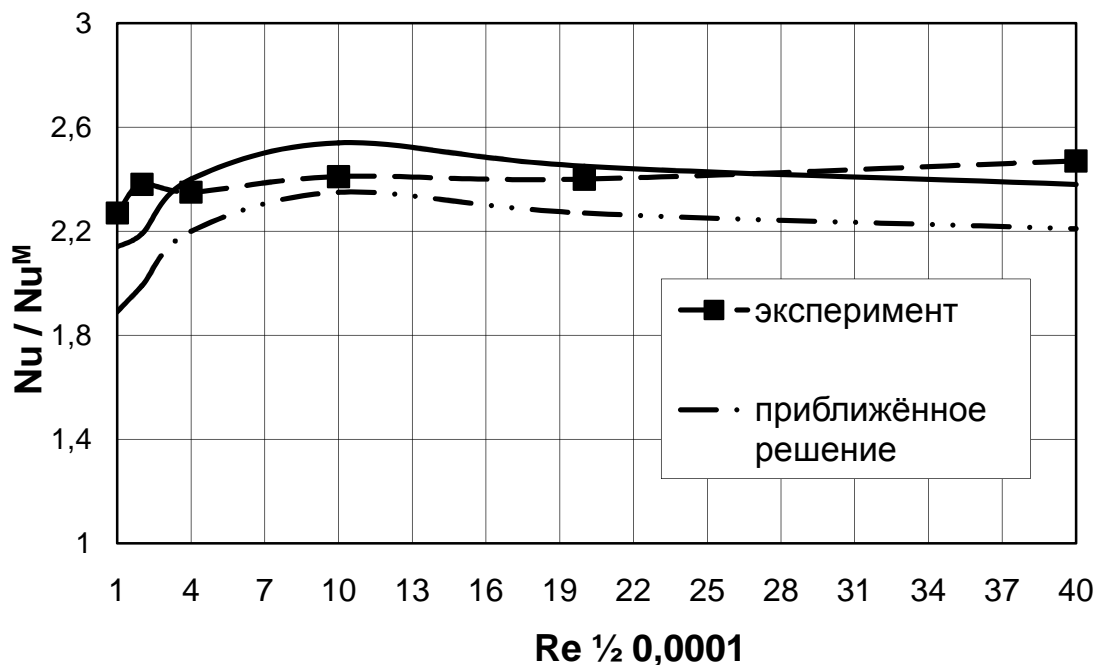


Рис. 2. Сравнение точного и приближённого решений для интенсифицированного теплообмена с экспериментальными данными [2, 6] для труб с турбулизаторами при  $t/D=1$ ,  $d/D=1$ ,  $Pr=0,72$  и в зависимости от числа Рейнольдса

Следовательно, точные решения, полученные в данной работе, гораздо качественнее описывают имеющийся экспериментальный материал, чем существующие решения. Применение точных решений можно считать оправданным, несмотря на их относительную сложность.

#### 4. Основные выводы

Резюмируя полученные данные, можно сказать, что в рамках данного исследования были получены точные решения задачи об интенсифицированном теплообмене для четырёхслойной схемы турбулентного пограничного слоя. Существующие реше-

ния могут быть охарактеризованы как частный случай этих точных решений; точные решения являются более сложными по отношению к существующим решениям. Расчётные данные по теплообмену, полученные с применением точных решений, хорошо соответствуют экспериментальным данным и имеют гораздо меньшую погрешность по отношению к последним, чем существующие решения.

#### Список литературы

1. Дрейцер Г.А., Лобанов И.Е. Моделирование изотермического теплообмена при турбулентном течении в каналах в условиях ин-

- тенсификации теплообмена // Теплоэнергетика. 2003. № 1. С. 54—60.
2. Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Ярхо С.А. Интенсификация теплообмена в каналах. М.: Машиностроение, 1990. 208 с.
3. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.
4. Лобанов И.Е. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах: дисс. ... д.т.н. М.: МАИ, 2005. 632 с.
5. Лобанов И.Е. Моделирование теплообмена и сопротивления при турбулентном течении в каналах теплоносителей в условиях интенсификации теплообмена // Труды Третьей Российской национальной конференции по теплообмену. В 8 томах. Т. 6. Интенсификация теплообмена. Радиационный и сложный теплообмен. М., 2002. С. 140—143.
6. Мигай В.К. Интенсификация конвективного теплообмена в трубах и каналах теплообменного оборудования: дисс. ... д.т.н. Л.: ЦКТИ, 1973. 412 с.
7. Мигай В.К. Моделирование теплообменного энергетического оборудования. — Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1987. 263 с.
8. Мигай В.К. Повышение эффективности современных теплообменников. Л.: Энергия. Ленинградское отделение, 1980. 144 с.
9. Эффективные поверхности теплообмена / Э.К. Калинин, Г.А. Дрейцер, И.З. Копп и др. М.: Энергоатомиздат, 1998. 408 с.