

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВДАВЛИВАНИЯ СТРОИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА ПРИ
РАСПОЛОЖЕНИИ ПЛАТФОРМЫ НА ВОЛНОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

Черников А.В.

ГОУВПО Пермский государственный университет, Пермь, Россия, e-mail: arsenyperm@mail.ru

В статье предлагается математическая модель вдавливания строительного элемента со строительного понтона, находящегося на волновой поверхности. Модель установки рассматривается в условиях, приближенных к реальным параметрам поведения жидкости в речных и прибрежных морских зонах. Приведены данные численных экспериментов. Проведен анализ полученных результатов. Сделаны выводы о возможности применения системы.

Ключевые слова: математическая модель, волны, система управления, понтон.

**MATHEMATICAL MODEL OF IMPRESSION A BUILDING ELEMENT AT A DISPOSITION ON
PLATFORM ON A WAVE SURFACE**

Chernikov A.V.

Perm State University, Perm, Russia, e-mail: arsenyperm@mail.ru

In paper the mathematical model of impression a building element from the building pontoon were on a wave surface is offered. The installation's model is considered in the conditions approached to real parameters of behavior a liquid in river and coastal sea zones. The data are reduced of numerical experiments. The analysis of the obtained outcomes is carried out. Conclusions are made about a possibility of application of a system.

Key words: mathematical model, waves, control system, pontoon.

Введение

Погружение в грунт строительных элементов с платформы, расположенной на поверхности беспокойной воды, можно осуществлять различными способами. Одним из способов может быть способ застреливания строительного элемента из артиллерийского орудия. При практической реализации этого способа возникают вопросы о необходимости решения задач соблюдения во время выстрела вертикального положения ствола, рассмотрения движения строительного элемента в канале ствола, воде и грунте, а так же поведения платформы в момент выстрела и после него. Также важно изучение вопроса поведения платформы до и после выстрела.

Математическая модель

При погружении в грунт строительных элементов способом застреливания из пушек с платформы, расположенной на поверхности воды, возникает вопрос о рассмотрении движения строительного элемента в канале ствола, в воде и в грунте. Общая схема конструкции строительного артиллерийского орудия приведена на рис. 1. Изучение этого вопроса важно в связи с конструированием водных строительных артиллерийских орудий.

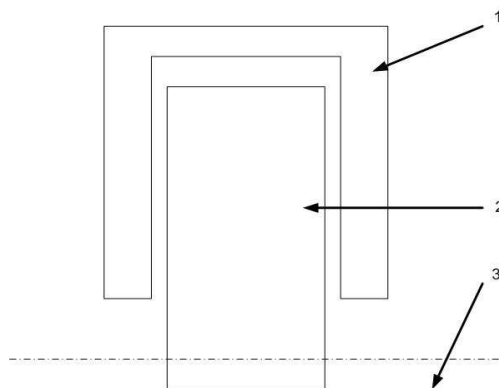


Рис. 1. Принципиальная схема водного строительного артиллерийского орудия, где 1 – строительное артиллерийское орудие, 2 – строительный элемент, 3 – вода

Пусть p – давление пороховых газов при движении в канале ствола, Ψ – относительная часть сгоревшего пороха, L, v – путь строительного элемента по каналу ствола и его скорость относительно канала ствола, V, L_n – скорость и перемещение артиллерийского орудия с платформой, t – время.

Нахождение зависимостей $p(t), \Psi(t), L(t), v(t), V(t), L_n(t)$ называется **основной задачей строительной баллистики на поверхности воды**.

Решение данной задачи с расчетом величины заглубления строительного элемента в грунт через массу воды назовем **строительной основной задачей строительной баллистики на поверхности воды**.

Внутреннюю баллистику строительного артиллерийского орудия при движении строительного элемента в канале ствола и воде одновременно будем называть **смешанной баллистикой**.

Внутреннюю баллистику строительного артиллерийского орудия при движении строительного элемента в канале ствола, в воде и грунте будем называть **чистой баллистикой**.

Внутреннюю баллистику строительного артиллерийского орудия при движении только в канале ствола – **свободной баллистикой**.

В явлении выстрела будем рассматривать три основополагающих процесса: предварительный период – от начала горения пороха до начала движения

строительного элемента; первый период – от начала движения строительного элемента до конца горения пороха; второй период – движение строительного элемента во время адиабатического расширения уже образовавшихся пороховых.

Сделаем следующие допущения:

- 1) ствол строительного артиллерийского орудия направлен вертикально вниз к центру земли;
- 2) артиллерийское орудие находится на краю платформы на поверхности воды;
- 3) откатные части строительного артиллерийского орудия жестко прикреплены к платформе;
- 4) ствол без нарезов, то есть рассматриваются гладкоствольные орудия;
- 5) для строительного артиллерийского орудия с платформой не учитывается работа, затрачиваемая на перемещение газов и заряда. Это можно сделать, приняв во внимание то, что вес заряда в рассматриваемых случаях чрезмерно мал по сравнению с весами строительного артиллерийского орудия с платформой и строительного элемента, а, следовательно, кинетическая энергия заряда будет пренебрежимо мала по сравнению с кинетической энергией строительного артиллерийского орудия с платформой и строительного элемента;
- 6) давление газов на дно канала ствола и строительный элемент одинаково;
- 7) рассматривается порох с постоянной поверхностью горения;
- 8) закон скорости горения пороха u выражается формулой $u = u_1 p$, где $u_1 = const$, p – давление пороховых газов в канале ствола;
- 9) состав продуктов горения не меняется, и величина силы пороха f и коволюма пороховых газов α постоянна;
- 10) показатель адиабаты $\theta + 1$ принимается постоянным, равным некоторому среднему значению;
- 11) предполагается, что строительный элемент стоит на месте, пока давление газов не достигает величины давления форсирования p_0 ;
- 12) движение строительного элемента по каналу ствола рассматривается до момента прохождения его днища через дульный срез;
- 13) растяжение стенок ствола при выстреле и прорыв газов через зазоры между строительным элементом и каналом ствола отсутствуют;
- 14) силы сопротивления грунта и воды описываются гладкой функцией от времени, модуль производной которой ограничен не очень большим числом;
- 15) застреливаемый строительный элемент – недеформируемое тело;
- 16) застреливание строительного элемента происходит на малой воде при глубине 3 – 5 м;

17) так как застреливание происходит на малой воде и глубина соизмерима с длиной строительного элемента, то сопротивлением воды пренебрегают;

18) платформа имеет отверстие в центре для первой установки;

19) масса и момент инерции противовеса равны массе и моменту инерции артиллерийского орудия для второй установки;

20) будем рассматривать малые колебания в системе – амплитуда колебаний мала по сравнению с длиной платформы;

21) так как платформа соединена с откатными частями пушки, то силы тормозов отката нет, так как тормоза отката намертво присоединены к платформе и откатные части ни сами по себе, ни с платформой не тормозятся откатными частями пушки.

Будем рассматривать волнение на поверхности воды до трех баллов, соответствующее длине платформы-понтона не меньшей половине длине волны. В противном случае, уравнение колебания платформы соответствует уравнению колебания волны. Для описания колебания платформ при шторме менее трех баллов необходимо учесть условие: колебание воды – синусоидальное, то есть ему соответствует следующее уравнение колебания $x = A \sin(\omega t)$, где A – амплитуда колебаний, ω – частота колебаний.

На рис. 2 представлена модель установки: качающаяся платформа – строительное артиллерийское орудие – устройство отслеживания горизонтального положения качающейся платформы. Модель установки взята из работ [5, 6].

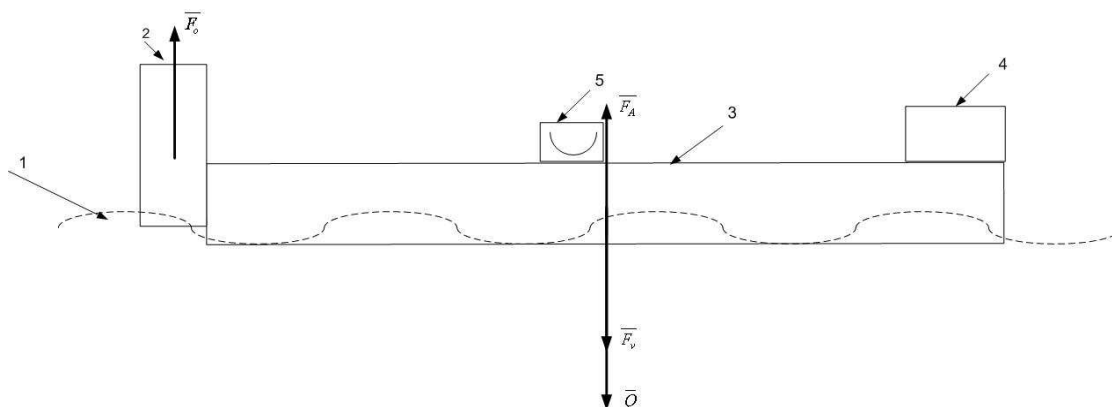


Рис. 2. Модель установки платформы со строительным артиллерийским орудием и устройством отслеживания горизонтального положения качающейся платформы, где Q – вес артиллерийского орудия с платформой, F_A – сила Архимеда, F_v – сила сопротивления движению, \overline{F}_o – сила отдачи артиллерийского орудия, 1 – поверхность воды, 2 – строительное артиллерийское орудие, 3 – платформа, 4 – противовес, 5 – устройство отслеживания горизонтального положения качающейся платформы

В данном случае в явлении погружения строительного элемента в грунт через слой воды будем рассматривать шесть этапов: первый этап – настройка системы – принятие горизонтального положения качающейся платформой; второй этап – предварительный период выстрела; третий этап – первый период выстрела и движение артиллерийского орудия с платформой вверх; четвертый этап – второй период выстрела и движение артиллерийского орудия с платформой вверх; пятый этап – движение строительного элемента в грунте; шестой этап – колебание артиллерийского орудия с платформой.

Для описания первого этапа погружения строительного элемента справедлива система уравнений:

$$\ddot{\varphi} + \frac{10gd(m_{nc} + m_{ym})}{4m_{nc}d^2 + 5m_{ym}(R_1^2 + R_2^2 + d^2)}\varphi - \frac{10A}{4m_{nc}d^2 + 5m_{ym}(R_1^2 + R_2^2 + d^2)}\text{Sin}(\omega t) = 0,$$

$$M\ddot{x} + ab\rho gx + ab\rho\dot{x} - B\text{Sin}(\omega t) = 0,$$

$$A = \arcsin \frac{2x_{\max}}{a},$$

где x_{\max} – максимальный подъем платформы [1, 4].

Для второго этапа погружения строительного элемента:

$$\Psi_0 = \frac{\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta}}{\frac{f}{p_0} + \alpha - \frac{1}{\delta}}.$$

Для третьего этапа погружения строительного элемента:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{f\omega_1\Gamma p - \theta m v_a \frac{dv_a}{dt} + \theta q(v - V)}{s(L_{\Psi} + L)} - \frac{p(v - a_1\Gamma p)}{L_{\Psi} + L} - \frac{\theta MV \frac{dV}{dt} + \theta QV}{s(L_{\Psi} + L)},$$

$$m \frac{dv}{dt} = (1 + \frac{m}{M})ps - F_1(v - V, L - L_n),$$

$$M \frac{dV}{dt} = ps - Q - ab\rho V,$$

$$\frac{dL}{dt} = v, \quad \frac{dL_n}{dt} = V, \quad \frac{d\Psi}{dt} = \Gamma p,$$

$$L_{\Psi} = \frac{W_0}{s} (1 - \frac{\Delta}{\delta} - \Delta(\alpha - \frac{1}{\delta})\Psi).$$

Начальные условия для системы следующие: $p_{/t=0} = p_0$, $v_{/t=0} = 0$, $\Psi_{/t=0} = \Psi_0$,
 $L_{/t=0} = 0$, $L_{n/t=0} = 0$, $V_{/t=0} = 0$.

Для четвертого этапа:

$$p = p_k \frac{(L_1 + L_k)^{1+\theta}}{(L_1 + L)^{1+\theta}},$$

$$m \frac{dv}{dt} = \left(1 + \frac{m}{M}\right) ps - F_1(v - V, L - L_n),$$

$$M \frac{dV}{dt} = ps - Q - ab\rho V,$$

$$\frac{dL}{dt} = v, \quad \frac{dL_n}{dt} = V.$$

Начальные условия для системы уравнений будут следующими: полученные значения переменных $p(t)$, $v(t)$, $V(t)$, $L(t)$, $L_n(t)$ решения системы для третьего этапа.

Для пятого этапа динамику застреливающей системы будут описывать уравнения:

$$m \frac{dv}{dt} = -F_1(v - V, L - L_n),$$

$$M \frac{dV}{dt} = -Q - ab\rho V,$$

$$\frac{dL_n}{dt} = V, \quad \frac{dL}{dt} = v.$$

Начальные условия для системы уравнений следующие: полученные значения переменных $v(t)$, $L(t)$, $V(t)$, $L_n(t)$ решения системы для четвертого этапа [2, 3].

После выхода строительного элемента из ствола артиллерийского орудия наступает шестой этап, платформа продолжает колебательное движение, описываемое уравнением

$$\ddot{x} + \frac{ab\rho}{M} \dot{x} + \frac{ab\rho g}{M} x = A \sin(\omega t).$$

Начальные условия для уравнения будут следующими: $x(t) = L_n$, $\dot{x}(t) = V$, где t – момент времени конца четвертого этапа.

Условные обозначения в описанных уравнениях эквивалентны обозначениям, приведенным в работе [1, 3].

Численное решение

Рассмотрим пример решения задачи для конкретного случая, описанного во второй главе. В качестве параметров установки взяты: модернизированная пушка М-46 (М-47) и понтон, соответствующий платформе. Использовались следующие параметры: длина канала ствола $L_s = 2.345$ м, масса строительного элемента $m = 360$ кг, длина строительного элемента $L_0 = 4$ м, калибр ствола $d = 0.170$ м, объем каморы $W_0 = 0.001026$ м³, масса заряда $\omega_1 = 0.3$ кг, сила пороха $f = 950000$ дж/кг,

характеристика формы пороха $\chi=1$, плотность пороха $\delta=1600$ кг/м³, давление форсирования строительного элемента $p_0=200000$ кг/м², коволюм пороховых газов $\alpha=0.98 \cdot 10^{-3}$ м³/кг, плотность заряжания $\Delta = \frac{\omega}{W_0} = \frac{0.3}{0.1026} 10^2 = 293.4$ кг/м³, полный импульс давления газов во время сгорания пороха $I_n=367000$ Па с, коэффициент адиабаты без единицы $\theta=0.2$, вес откатных частей орудия $Q_1=36000$ н, диаметр головной части строительного элемента $D=0.168$ м, вес платформы $Q_p=250000$ н, размеры платформы $a=15$ м, $b=3$ м, $h=1$ м, длина строительного элемента принимается больше длины канала ствола, расстояние от головной части строительного элемента до поверхности грунта $L_2=1$ м. Показатель консистенции для глины принимается равным $I_l=0.3$. Коэффициенты сопротивления глинистого грунта $a_1=3422$ Нс²/м², $b_1=2000000$ Н/м², $c_1=35000$ Н/м². Параметры волн: амплитуда $B=0.75$ м, циклическая частота колебаний $\omega=2$ рад/сек. Параметры промежуточной полусферы и утяжелителя устройства определения горизонтального положения платформы: $m_{nc}=0.2$ кг, $m_{ym}=0.05$ кг, $R_1=0.05$ м, $R_2=0.01$ м, $d=0.6$ м.

Для решения поставленной задачи используем численные методы, метод Рунге – Кутты 2-го порядка. Для расчетов воспользуемся пакетом MathCad.

Тогда для первого этапа погружения строительного элемента получим, что при первом же колебании устройство отслеживания горизонтального положения платформы верно определяет, когда платформа находится горизонтально.

Этапы со второго по пятый аналогичны этапам с первого по четвертый, описанный во второй главе. Запишем одни результаты данных этапов, без решений и уравнений.

Для второго этапа погружения строительного элемента получим следующее значение $\Psi_0=5.86 \cdot 10^{-4}$.

Для третьего этапа: $p_{/t=8.93 \times 10^{-3}}=1.693 \cdot 10^8$ Па, $v_{/t=8.93 \times 10^{-3}}=22.773$ м/с, $\Psi_{/t=8.93 \times 10^{-3}}=0.999$, $L_{/t=8.93 \times 10^{-3}}=0.035$ м, $L_{n/t=8.93 \times 10^{-3}}=5.675 \cdot 10^{-5}$ м, $V_{/t=8.93 \times 10^{-3}}=0.204$ м/с.

Для четвертого этапа: $p_{/t=0.026}=1.415 \cdot 10^6$ Па, $v_{/t=0.026}=43.787$ м/с, $L_{/t=0.026}=2.345$ м, $L_{n/t=0.026}=0.019$ м, $V_{/t=0.026}=0.257$ м/с.

Для пятого этапа: $L_{/t=0.103}=4.373$ м. То есть заглубление строительного элемента в грунт равно $L=3.373$ м.

Для шестого этапа: $L_{n/t=0.307}=0.063$ м.

Заключение

Полученные результаты расчетов динамики системы (пушка – строительный элемент – понтон – вода – грунт) показывают возможность застреливания на достаточную глубину в глинистое дно водоема строительных элементов из откатных артиллерийских орудий типа УЗАС-2 [3], расположенных на понтонах, находящихся на водной поверхности, так как достигается достаточная глубина погружения строительного элемента в грунт – до 4 метров, колебания платформы с артиллерийским орудием после выстрела относительно вертикальной оси минимальны, быстро затухающие – до 10 см, наличие устройства отслеживания горизонтального положения платформы дает возможность верно определять горизонтальное положение платформы в условиях волнения воды.

Список литературы

1. Черников А.В. Математическая модель устройства отслеживания горизонтального положения качающейся платформы // Проблемы механики и управления. Вып. 42/2010. – Пермь, 2010. С.144–151.
2. Серебряков М.Е. Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет/ М.Е. Серебряков. – М.: Оборонгиз, 1962. – 703 с.
3. Пенский О.Г. Сопряженные модели динамики импульсно-тепловых машин и проникания недеформируемых тел в сплошную среду: монография/ В.В. Маланин, О.Г. Пенский; Перм. ун-т. – Пермь, 2007. – 199 с.
4. О. Г. Пенский, В. Л. Чечулин, А. П. Шкарапута. Патент РФ на устройство № 2387755 «Устройство для отслеживания вертикального положения ствола строительного артиллерийского орудия, находящегося на качающейся платформе» от 25.02.2009 г.
5. Установка для погружения в грунт строительных элементов. Патент РФ на изобретение RU 2 348 757 С1, Кл. E02D 7/00, опубликовано 10.03.2009 (бюл. № 7).
6. А.С. 1258105 СССР: МКИ² E02D 7|12: Установка для погружения строительных элементов.

Рецензенты:

Тарунин Е. Л., д.физ.-м.н., ГОУ ВПО Пермский Государственный Университет, г. Пермь.

Пенский О. Г., д.т.н., ГОУ ВПО Пермский Государственный Университет, г. Пермь.

Работа получена 26.07.2011.