

УДК 621.396

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИММЕТРИРОВАНИЯ АЧХ ПРИ СИНТЕЗЕ НЕРЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ НИЖНИХ ЧАСТОТ¹

Меркучева Т.В., Каплун Д.И., Шеленок Е.А., Канатов И.И.

ГОУ ВПО «СПбГЭТУ «ЛЭТИ» им. В.И. Ленина (Ульянова), Россия, г. Санкт-Петербург, e-mail: fkti@eltech.ru

ГОУ ВПО «СПбГУТ им. проф. М.А.Бонч-Бруевича, Россия, Санкт-Петербург, e-mail: sut@itut.ru

ГОУВПО «Тихоокеанский государственный университет», г. Хабаровск

В статье рассматриваются вопросы, посвящённые разработке нерекурсивных цифровых фильтров с симметричными амплитудно-частотными характеристиками, эффективными по критерию минимума вычислительной сложности и аппаратных затрат. Анализируются различные типы нерекурсивных цифровых фильтров и способы их симметрирования, выполняются оценки эффективности симметрирования.

Ключевые слова: цифровые фильтры, КИХ-фильтр, импульсная характеристика, амплитудно-частотная характеристика, фильтр с симметричной АЧХ, полуполосный фильтр.

RESEARCH OF EFFICIENCY OF SYMMETRIZATION MAGNITUDE RESPONSE AT SYNTHESIS OF NON-RECURSIVE DIGITAL FILTERS OF THE LOWPASS FREQUENCIES

Merkucheva T.V., Kaplun D.I., Shelenok E.A., Kanatov I.I.

GOU VPO "ETU" LETI "to them. VI Lenin (Ulyanov), Russia, St. Petersburg, e-mail: fkti@eltech.ru

GOU VPO "SPbGUT them. prof. Bonch-Bruevich, Russia, St. Petersburg, e-mail: sut@itut.ru

VPO "Pacific State University", Khabarovsk

In article the questions devoted to working out of non-recursive digital filters with symmetric magnitude responses, effective by criterion of a minimum of computing complexity and hardware expenses are considered. Various types of non-recursive digital filters and ways of their symmetrization are analyzed, estimations of efficiency of symmetrization are carried out.

Keywords: digital filters, FIR-FILTER, impulse response, magnitude response, filter with symmetric magnitude response, half-bandpass filter.

В работах, посвящённых проблеме полуполосных фильтров [1, 2], показано, что импульсные характеристики (ИХ) фильтров, амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) которых обладает свойством симметрии относительно частоты $f_s/4$, имеют почти половину нулевых коэффициентов, тогда как при условии двойной симметрии АЧХ ИХ могут

¹ Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 годы» (Государственный контракт № 14.740.11.0966 от 05.05.2011).

содержать до трёх четвертей нулевых коэффициентов. Данное свойство показывает возможность двух-трёх кратного сокращения аппаратной сложности и быстродействия цифровых фильтров (ЦФ). Обнулить часть коэффициентов ИХ, при определённых условиях, позволяет использование обобщённой леммы Бернштейна [3]. Однако, условие симметричности частотной характеристики (ЧХ) – настолько жёсткое условие, что на практике это известное свойство используется крайне редко. Например, для наиболее часто применяемых фильтров – полоса пропускания, как правило, значительно уже $f_s/4$. Поэтому задачу исследования в данной области сформулируем как задачу расширения границ использования свойств симметрии. Решение этой задачи позволит использовать потрясающие качества симметричных фильтров и в многоканальных структурах, где их преимущества будут многократно усилены.

Симметричные требования к фильтрам

Рассмотрим требования, которым должна удовлетворять АЧХ фильтра, чтобы её можно было назвать симметричной.

Введём обозначения: f_s – частота дискретизации; f_{pass1}, f_{pass2} – левая и правая граничные частоты полосы пропускания (ПП); f_{stop1}, f_{stop2} – левая и правая граничные частоты полосы задерживания (ПЗ); d_1 и d_2 – неравномерности в полосах пропускания и задерживания (рис. 1).

Условия симметричных требований к АЧХ для различных типов избирательности:

- фильтры нижних и фильтры верхних частот (ФНЧ и ФВЧ): $d_1 = d_2$ и

$$f_{pass} = f_s / 2 - f_{stop} ;$$

- режекторные и полосовые фильтры (ПЗФ и ППФ): одинаковые неравномерности в ПП (для ПЗФ) и в ПЗ (для ППФ), $f_{pass1} = f_s / 2 - f_{pass2}$ и $f_{stop1} = f_s / 2 - f_{stop2}$.

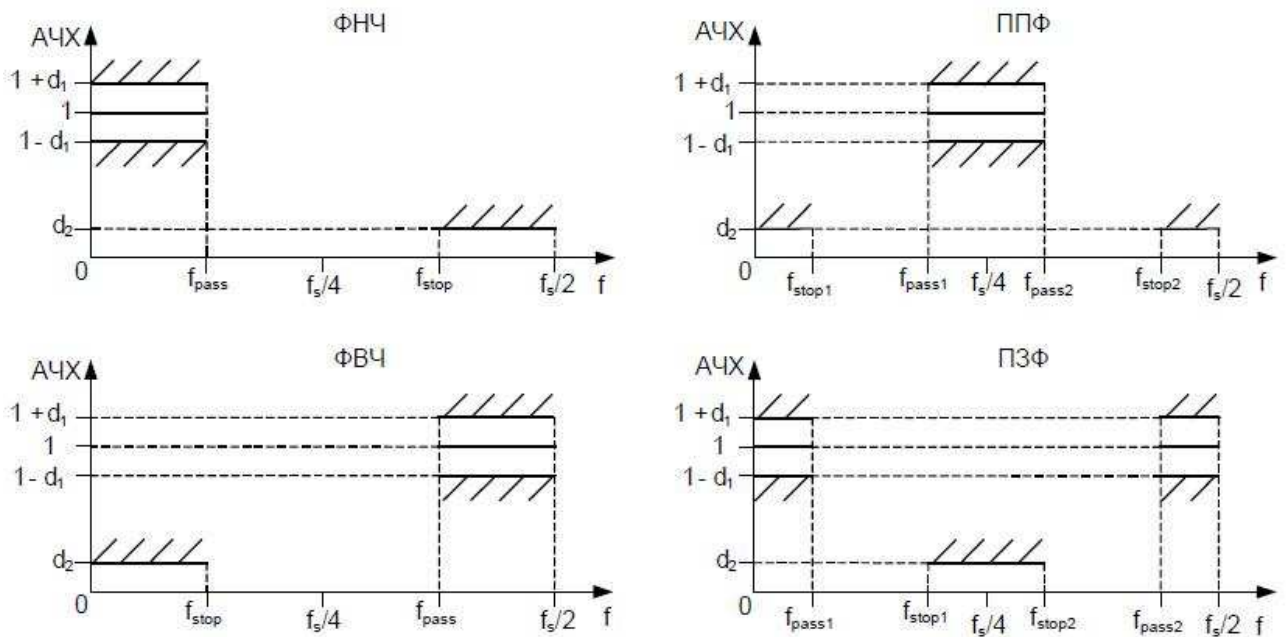


Рис. 1. Типы фильтров и их характеристики

Частным случаем симметрии амплитудной функции (АФ) является двойная симметрия. Свойством двойной симметрии могут обладать амплитудные функции ППФ и ПЗФ. Фильтры с двойной симметрией АФ должны удовлетворять следующим условиям:

- ППФ или ПЗФ должны быть симметричны;
- $f_{pass1} = f_s / 4 - f_{stop1}$;
- неравномерности во всех полосах должны быть одинаковыми [4].

Предлагается применять симметрирование характеристики АЧХ. Однако симметрирование может быть применимо только к ЧХ фильтров, обладающих определёнными особенностями, которые указаны в таблице 1.

Таблица 1. Возможность симметрирования характеристик АЧХ

Тип фильтра	Условия положения относительно $f_s/4$	Возможность симметрирования АЧХ
ФНЧ, ФВЧ	$f_s/4$ лежит в полосе расфилтровки	ужесточение требований к АЧХ, то есть сдвиг граничных частот в область полосы расфилтровки
ППФ, ПЗФ	$f_s/4$ лежит в полосе пропускания или задерживания соответственно	
ФНЧ, ФВЧ	$f_s/4$ лежит в полосе задерживания	возможность представления в виде каскада двух симметричных фильтров: РФ, ФНЧ или ФВЧ соответственно
ППФ	$f_s/4$ лежит правее или левее всех граничных частот	возможность представления в виде каскада двух симметричных фильтров

Симметрирование с использованием каскадной структуры

Условия симметричных требований к АЧХ фильтров накладывают жёсткие ограничения на применимость метода симметрирования. Это относится, в первую очередь, к требованию симметрии частотной характеристики относительно четверти частоты дискретизации [5], поскольку это требование не позволяет использовать метод

симметрирования для узкополосных фильтров, у которых граничные частоты ПП и ПЗ лежат левее четверти частоты дискретизации. Рассмотрим, как можно применить метод симметрирования АЧХ к подобным фильтрам, расширив, таким образом, область применимости метода.

Для того чтобы применить метод симметрирования АЧХ к узкополосным фильтрам, у которых граничные частоты ПП и ПЗ лежат левее четверти частоты дискретизации на оси частот, представим их каскадной структурой (рис.2). В данном случае можно разбить фильтр нижних частот (рис.2а) на два фильтра, ФНЧ и ПЗФ, соединённых последовательно, каждый из которых будет иметь симметричную АЧХ. ПЗФ будет иметь полосы пропускания от нуля до f_{pass} и от $\frac{f_s}{2} - f_{pass}$ до $\frac{f_s}{2}$ и полосу задерживания от f_{stop} до $\frac{f_s}{2} - f_{stop}$. Фильтр нижних частот будет иметь полосу пропускания от нуля до f_{stop} и полосу задерживания от $\frac{f_s}{2} - f_{stop}$ до $\frac{f_s}{2}$.

Так как полосы пропускания ФНЧ и ФВЧ перекрываются на участке от нуля до f_{pass} , то неравномерность в ПП каскадных фильтров может быть рассчитана, как:

$$1 + d_1 = (1 + d_{11})(1 + d_{12}) = 1 + d_{11} + d_{12} + d_{11}d_{12}, \quad (1)$$

где d_{11} неравномерность в ПП каскадно-включённого ПЗФ, d_{12} – ФНЧ.

Слагаемым $d_{11}d_{12}$ можно пренебречь в силу его малого значения. Тогда неравномерности в полосе пропускания для ФНЧ и ПЗФ равняются:

$$d_{11} = d_{12} = \frac{d_1}{2} \quad (2)$$

Неравномерность в полосе задерживания для каскадно-включённых фильтров остаётся такой же, как и для исходного фильтра.

Необходимо учесть, что ПЗФ может быть прямо синтезирован по полученным требованиям (рис.2б), тогда как ФНЧ, для того чтобы быть симметричным, должен иметь одинаковые неравномерности в ПП и ПЗ. В данном случае имеет смысл выбрать минимальное значение (рис.2в).

Следует добавить, что помимо простого симметрирования характеристик, можно попытаться добиться двойной симметрии для ПЗФ.

Экспериментальным путём было получено, что симметрирование с применением каскадной структуры выгодно, если $|f_{stop} - f_{pass}| / f_s / 2 < 0,2$.

График, иллюстрирующий эффективность симметрирования с использованием каскадной структуры при разной ширине полосы расфильтровки, приведён на рис.3.

Рассмотрим пример симметрирования требований к ФНЧ с использованием каскадной структуры.

Исходные требования: $f_s = 2000$ Гц, $f_{pass} = 50$ Гц, $f_{stop} = 150$ Гц, $d_1 = d_2 = 0.01$.

Фильтр: длина фильтра 44, для его реализации необходимо **23 умножителя**.

Этот фильтр можно представить каскадом из ПЗФ и ФНЧ. Характеристики этих фильтров приведены ниже.

Симметричные требования к ПЗФ: $f_s = 2000$ Гц, $f_{pass1} = 50$ Гц, $f_{pass2} = 950$ Гц, $f_{stop1} = 150$ Гц, $f_{stop2} = 850$ Гц, $d_1 = 0.005$, $d_2 = 0.01$.

Длина фильтра 48, для его реализации необходимо **13 умножителей**.

Симметричные требования к ФНЧ: $f_s = 2000$ Гц, $f_{pass} = 150$ Гц, $f_{stop} = 850$ Гц, $d_1 = d_2 = 0.005$.

Длина фильтра 6, для его реализации необходимо **3 умножителя**.

Результирующий фильтр имеет **16 умножителей**, что составляет **69,6 %** от числа умножителей исходного фильтра

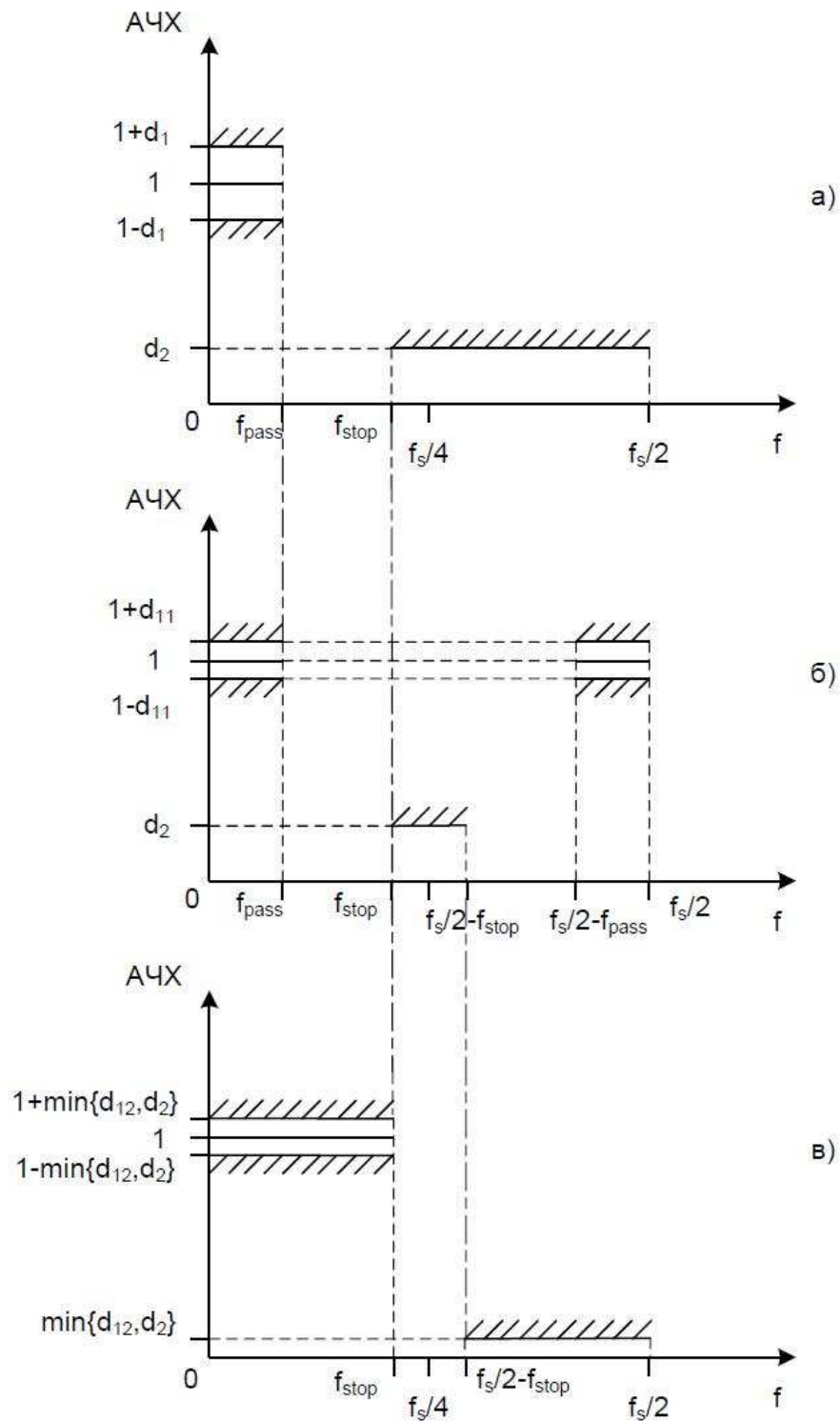


Рис. 2. Симметрирование ФНЧ с применением каскада

Условия применимости метода симметрирования АЧХ

Симметрирование требований путем сужения полосы расфильтровки (переходной полосы) ведет к увеличению порядка симметричного фильтра по сравнению с исходным. Несмотря на это, обнуление около половины коэффициентов симметричного фильтра позволяет предположить, что в результате замены задачи аппроксимации симметричной будет получен выигрыш по числу умножителей.

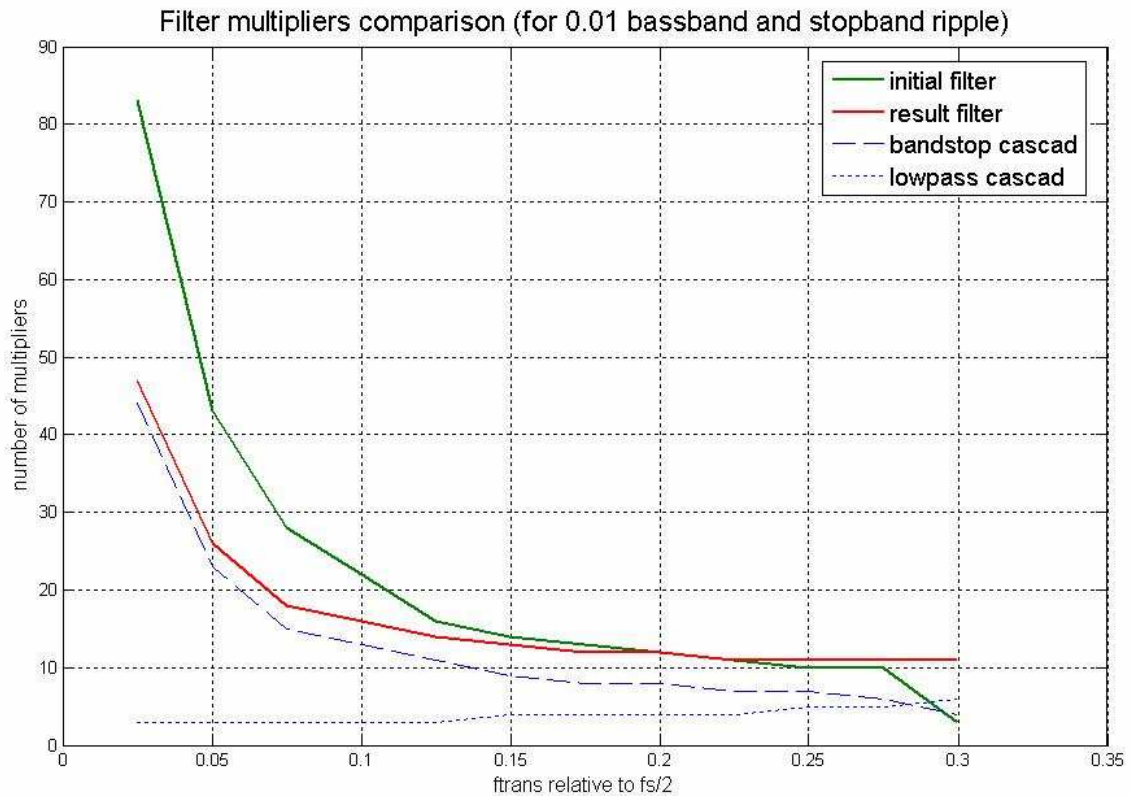


Рис.3. Зависимость количества умножителей в фильтре от ширины полосы расфильтровки при каскадной структуре

Будем оценивать эффективность симметрирования характеристик (выигрыш в числе умножителей) отношением $N_{исх}/K_{симм}$, где $N_{исх}$ – длина фильтра с заданными (несимметричными) характеристиками, $K_{симм}$ – число ненулевых коэффициентов симметричного фильтра, которое связано с его длиной $N_{симм}$ соотношением:

- $K_{симм} = \frac{N_{симм} - 3}{2} + 3$, для ФНЧ, ФВЧ
- $K_{симм} = \frac{N_{симм} - 1}{2} + 1$, для ППФ, ПЗФ

Ясно, что выигрыш (отношение $N_{исх}/K_{симм}$) будет максимальным, когда исходные требования к АЧХ фильтра заданы близкими к симметричным, т.е. когда точка $f_s/4$ лежит близко к середине полосы расфильтровки (рассматриваются ФНЧ и ФВЧ).

Для фильтров верхних и нижних частот экспериментальным путем получена зависимость выигрыша по числу умножителей $N_{исх}/K_{симм}$ от асимметрии полосы расфильтровки e . За аргумент взято отношение меньшей части полосы расфильтровки к половине её ширины:

$$e = \frac{\min\{D_1, D_2\}}{(D_1 + D_2)/2}$$

где D_1 – часть переходной полосы, лежащая слева от $f_s/4$; D_2 – часть переходной полосы, лежащая справа от $f_s/4$; $D = D_1 + D_2$ – ширина полосы расфилтровки.

В результате симметрирования переходная полоса сужается со значения $D = D_1 + D_2$, до значения $2\bar{D} = \min\{D_1, D_2\}$ (рис. 4).

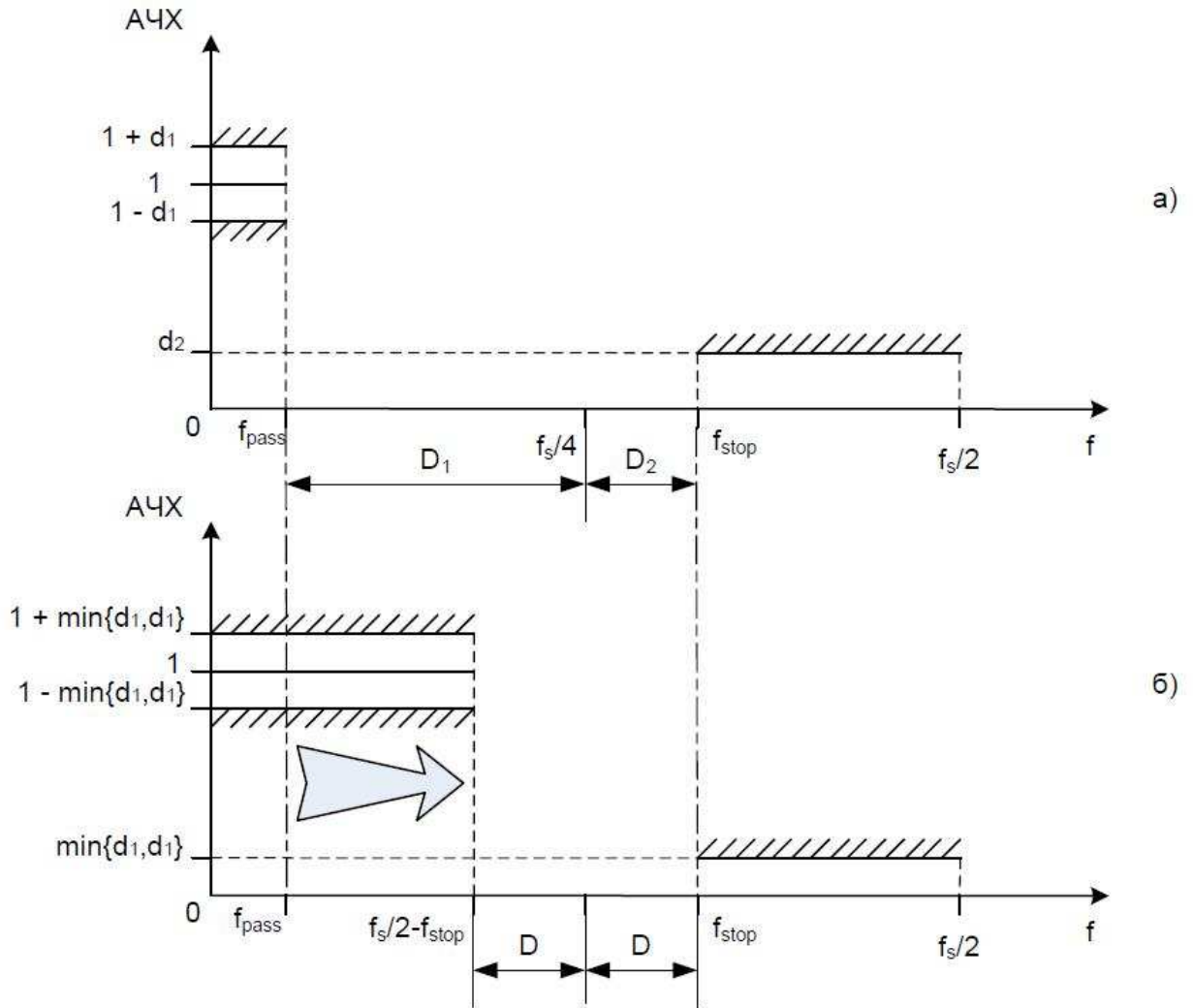


Рис. 4. Изменение переходной полосы фильтра

Значения асимметрии лежат в пределах от нуля до единицы.

Была получена экспериментальная зависимость $N_{исх}/K_{симм}(e)$, представленная на рис. 5.

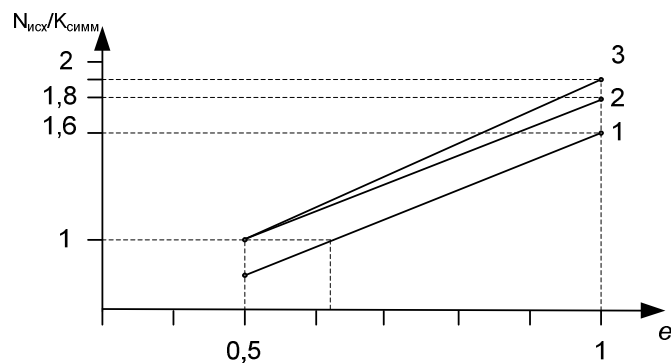


Рис. 5. Зависимость выигрыша от асимметрии полосы расфилтровки

На рис.6 приняты следующие обозначения: 1 – зависимость для $D = 0,5$; 2 – для $D = 0,25$; 3 – для $D = 0,125$ (в нормированной шкале частот).

Из графика видно, что при исходных требованиях, близких к симметричным, когда значение асимметрии близко к единице, симметрирование наиболее эффективно. Если же асимметрия ($e < 0,5 - 0,6$), то заменять задачу симметричной не стоит, так как число ненулевых коэффициентов может превысить первоначальную длину фильтра, спроектированного по исходным несимметричным требованиям.

Зависимость на рис. 5 дает возможность заранее по исходным требованиям к фильтру оценить выигрыш, который может быть получен в результате замены задачи аппроксимации симметричной.

Рассмотрим пример.

Исходные требования: $f_s = 2000$ Гц, $f_{pass} = 450$ Гц, $f_{stop} = 575$ Гц, $d_1 = d_2 = 0.01$

Фильтр: длина фильтра 34, для его реализации необходимо **18 умножителей**.

Симм. требования к ФНЧ: $f_s = 2000$ Гц, $f_{pass} = 450$ Гц, $f_{stop} = 550$ Гц, $d_1 = d_2 = 0.01$

Фильтр: длина фильтра 42, для его реализации необходимо **12 умножителей**.

ФНЧ синтезированный по симметричным требованиям имеет 12 умножителей, что составляет **66,7 %** от числа умножителей исходного фильтра.

Литература

1. Каплун Д. И., Ланнэ А. А., Меркучева Т. В. «Новый метод синтеза линейных цифровых нерекурсивных цепей и алгоритмов с линейными фазо-частотными характеристиками» // 10-ая Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение» (сборник трудов конференции). – 2009. – С.166-169.
2. Каплун Д. И., Меркучева Т.В. Исследование реализации цифровых фильтров с симметричными амплитудными функциями // Компоненты и технологии. – СПб.: Издательство «Файнстрит», 2009. – №10. – С.108-114.
3. Бернштейн С. Н. «Экстремальные свойства полиномов», ОНТИ НКПГ, 1937.
4. Ланнэ А.А., Меркучева Т.В. «Синтез нерекурсивных фильтров и корректоров с симметричными амплитудно-частотными характеристиками» // Информация и космос. – 2007. – №4. – С.10-16.; 2008. – №1. – С. 45-55.
5. Ланнэ А. А. «Синтез нерекурсивных цифровых фильтров с симметричными характеристиками» // Радиоэлектроника. – 1995. – Т.38 - № 3 – 4. – С. 38-60.

Рецензенты:

Поляхов Н.Д., д.т.н., профессор, профессор кафедры САУ ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ленина (Ульянова), г. Санкт-Петербург.

Водяхо А.И., д.т.н., профессор, профессор кафедры ВТ ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ленина (Ульянова), г. Санкт-Петербург.

Работа получена 12.11.2011.