

## МЕТОДИКА ВЫДЕЛЕНИЯ ЛУЧЕВОЙ СТРУКТУРЫ ИОНОСФЕРНЫХ СИГНАЛОВ

Кочмарский А.В., Бессонов В.А., Чугайнов А.С.

*Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, Калининград, Россия, e-mail: [kochmarskiy@gmail.com](mailto:kochmarskiy@gmail.com)*

**Представлена методика выделения лучевой структуры ионосферных сигналов с использованием пространственно-временной фильтрации данных. Основой являются методы теории оптимального приёма. Представлены результаты математического моделирования работы описанной методики. Показана возможность выделения лучевой структуры ионосферного сигнала в сложной интерференционной обстановке при низком соотношении сигнал/шум. Подтверждены некоторые выводы теории оптимального приёма.**

Ключевые слова: лучевая структура, распространение радиоволн в ионосфере, сверхразрешение.

## TECHNIQUE OF ALLOCATION OF BEAM STRUCTURE OF IONOSPHERIC SIGNALS

Kochmarskiy A.V., Bessonov V.A., Chugaynov A.S.

*Immanuel Kant Baltic federal university, Kaliningrad, Russia , e-mail: [kochmarskiy@gmail.com](mailto:kochmarskiy@gmail.com)*

**The technique of allocation of beam structure of ionospheric signals with use of a time-space filtration of the data is presented. A basis are methods of the theory of optimum reception. Results of mathematical modeling of work of the described technique are presented. Possibility of allocation of beam structure of an ionospheric signal in difficult interferential conditions is shown at a low signal to noise rate. Some conclusions of the theory of optimum reception are confirmed.**

Key words: beam structure, wave propagation in the ionosphere, superresolution.

Задачей пеленгации ионосферных сигналов является определение координат излучателя. Необходимость решения этой задачи возникает, например, в радиолокации или при изучении ионосферы, её характеристик и состояния. Эта задача, в принципе, решается с помощью разнесенных пеленгационных устройств, объединенных в единую систему. Однако такие системы являются достаточно сложными и их развертывают обычно для стационарной работы. Для решения задачи пеленгации часто используют одноточечные пеленгационные устройства с антенными системами типа «Круг», «Угол», «Крест», которые имеют размеры ~100–300 м. Задача пеленгации в этом случае разделена на два этапа. На первом этапе оцениваются угловые характеристики ионосферного сигнала, выделяется его лучевая структура. На втором этапе методом геометрической оптики восстанавливается траектория луча из точки приёма в точку излучения.

Задача одноточечной пеленгации до настоящего времени не имеет удовлетворительного решения. В точку приёма, как правило, приходит несколько лучей, отразившихся от разных слоёв ионосферы. В результате на поверхности земли создаётся сложное интерференционное распределение напряженности поля, квазипериод которого, вследствие малых угловых различий лучей, часто оказывается более километра. В этих условиях использование классического углового спектрального анализа, в основе которого лежит преобразование Фурье, для оценки лучевой структуры ионосферного сигнала оказывается невозможным, вследствие ограниченности размеров антенных систем и нестационарности сигнала. Кроме того, модельная ионосфера, используемая при траекторных расчетах, часто значительно отличается от реальной ионосферы. В результате совокупных погрешностей координаты источника излучения определяются лишь с 10-процентной точностью по дальности.

В настоящей работе производится дальнейшее развитие цифровых методов теории оптимального приёма, представленных в статьях [3; 4] на основе пространственно-временной фильтрации данных.

Покажем, что основываясь на определённых закономерностях [1], справедливых для пространственно-временного сигнала, возможно выделить доплеровскую структуру сигнала, а затем и лучевую структуру сигнала. Запишем сумму плоских волн, приходящих в точку приёма, в виде комплексной пространственно-временной выборки данных. Выборка пространственной информации производится  $M$  раз через равные промежутки времени  $\Delta t$  на антенной системе, состоящей из  $N$  элементарных вибраторов:

$$\hat{E}_{n,m} = \sum_{l=1}^P \hat{Y}_{n,m,l}, n = 1 \div N, m = 1 \div M \quad (1)$$

$$\hat{Y}_{n,m,l} = \hat{U}_l e^{i(\omega_l t_m - \vec{k}_l \vec{R}_n)} \quad (2)$$

$\hat{Y}_{n,m,l}$  – компонента луча с номером  $l$ , представленным в виде плоской волны;  $\hat{U}_l$  – комплексная амплитуда;  $\omega_l$  – круговая частота и  $\vec{k}_l$  – волновой вектор, относящийся к лучу с номером  $l$ ;  $P$  – количество лучей;  $\vec{R}_n$  – радиус-вектор к  $n$ -му элементу антенной системы;  $i$  – комплексная единица.

Целью дальнейших математических преобразований будет следующее:

- составление и решение разностного уравнения для выделения доплеровской структуры принимаемого сигнала;
- выделение лучевых составляющих в исходном сигнале на основе информации о доплеровской структуре сигнала;
- определение лучевых характеристик отдельных составляющих сигнала.

Для выделения составляющих отдельных лучей на основе информации о доплеровской структуре сигнала используем особенности временной зависимости плоских волн, составляющих сигнал.

Т.к. амплитуда каждой волны изменяется во времени по гармоническому закону и выборка пространственной информации происходит через равные интервалы времени  $\Delta t$ , то для каждого отдельного луча в момент времени  $m+j$  можно записать (3):

$$\hat{Y}_{n,m+j,l} = \hat{Y}_{n,m,l} \hat{X}_l^j, j = 1 \div M, \quad (3)$$

где  $\hat{X}_l^j = e^{i\omega_l j\Delta t}$  – множитель, отражающий изменение фазы за время  $j\Delta t$ .

Тогда каждый элемент выборки (1) в момент времени  $m+j$  можно аналогично выразить следующим способом:

$$\hat{E}_{n,m+j} = \sum_{l=1}^P \hat{Y}_{n,m,l} \hat{X}_l^j \quad (4)$$

Основываясь на выражении (4) для пространственно-временной выборки, получаем возможность выделить информацию по каждому отдельному лучу.

Рассмотрим выделение структуры отдельного луча в трёхлучевой ситуации.

Запишем выражение (4) для пространственно-временной выборки данных в момент времени  $m, m+1, m+2$ :

$$\begin{aligned}
\hat{E}_{n,m} &= \hat{Y}_{n,m,1} + \hat{Y}_{n,m,2} + \hat{Y}_{n,m,3} \\
\hat{E}_{n,m+1} &= \hat{Y}_{n,m,1} \hat{X}_1 + \hat{Y}_{n,m,2} \hat{X}_2 + \hat{Y}_{n,m,3} \hat{X}_3 \\
\hat{E}_{n,m+2} &= \hat{Y}_{n,m,1} \hat{X}_1^2 + \hat{Y}_{n,m,2} \hat{X}_2^2 + \hat{Y}_{n,m,3} \hat{X}_3^2
\end{aligned} \tag{5}$$

Исключив из системы (5) элементы всех лучей, кроме одного, получим следующее выражение для компонент каждого отдельного луча в исходном сигнале:

$$\begin{aligned}
\hat{Y}_{n,m,l} &= \sum_{k=1}^P \hat{C}_{l,k} \hat{E}_{n,m+k-1} \\
k &= 1 \div P, m = 1 \div M, n = 1 \div N, l = 1 \div P
\end{aligned} \tag{6}$$

Для определения коэффициентов  $\hat{C}$  необходима информация только о доплеровской структуре сигнала. Например, в трехлучевой ситуации комплексные коэффициенты  $\hat{C}$  выражаются следующим образом:

$$\hat{C} = \begin{pmatrix} \frac{X_1 X_2}{(X_1 - X_3)(X_2 - X_3)} & -\frac{X_1 + X_2}{(X_1 - X_3)(X_2 - X_3)} & \frac{1}{(X_1 - X_3)(X_2 - X_3)} \\ \frac{X_2 X_3}{(X_2 - X_1)(X_3 - X_1)} & -\frac{X_2 + X_3}{(X_2 - X_1)(X_3 - X_1)} & \frac{1}{(X_2 - X_1)(X_3 - X_1)} \\ \frac{X_3 X_1}{(X_3 - X_2)(X_1 - X_2)} & -\frac{X_3 + X_1}{(X_3 - X_2)(X_1 - X_2)} & \frac{1}{(X_3 - X_2)(X_1 - X_2)} \end{pmatrix} \tag{7}$$

$$\hat{X}_l = e^{i\omega_l \Delta t}$$

Основываясь на выражении (6) и (4), перейдем к разностному уравнению для пространственно-временной выборки для выделения доплеровской структуры сигнала.

Запишем уравнения для момента времени  $m+1$ :

$$\hat{Y}_{n,m+1,l} = \sum_{k=1}^P \hat{C}_{l,k} \hat{E}_{n,m+k} = \hat{X}_l \hat{Y}_{n,m,l} = \hat{X}_l \sum_{k=1}^P \hat{C}_{l,k} \hat{E}_{n,m+k-1} \tag{8}$$

Исключив из уравнения (8) элементы лучей  $\hat{Y}$ , получим систему уравнений для элементов пространственно-временной выборки:

$$\hat{E}_{n,m} = \sum_{k=1}^P \hat{b}_k \hat{E}_{n,m+k} \tag{9}$$

где комплексные коэффициенты  $\hat{b}$  выражаются через коэффициенты  $\hat{C}$  и множитель  $\hat{X}$ :

$$\hat{b}_k = \frac{\hat{C}_{l,k} - \hat{C}_{l,k+1} \hat{X}_l}{\hat{C}_{l,1} \hat{X}_l}, \hat{b}_{k=P} = \frac{\hat{C}_{l,P}}{\hat{C}_{l,1} \hat{X}_l} \tag{10}$$

$$k = 1 \div P$$

Система (9) из  $N \times (M-P)$  уравнений решается методом наименьших квадратов (МНК), и таким образом находятся коэффициенты  $\hat{b}$ .

Из (10) следует, что коэффициенты  $\hat{b}$  также являются коэффициентами следующего полинома:

$$\sum_{k=1}^P \hat{b}_k \hat{X}^k = 1 \tag{12}$$

Найдя корни полинома (12), получим решения  $\hat{X}_k = e^{i\omega_k \Delta t}$  и, соответственно, доплеровские частоты  $\omega_k$ . С их помощью по формуле (7) получим коэффициенты  $\hat{C}$ .

Таким образом, в результате решения системы уравнений (9) и нахождения корней полинома (12) был получен пространственно-временной фильтр в виде коэффициентов  $\hat{C}$  и  $\hat{b}$ , который предназначен для выделения компонент каждого отдельного луча, входящего в исходную выборку  $\hat{E}_{n,m}$  согласно формуле (6):

$$\hat{Y}_{n,m,l} = \hat{U}_l e^{i(\omega_l t_m - \vec{k}_l \vec{R}_n)} = \sum_{k=1}^P \hat{C}_{l,k} \hat{E}_{n,m+k-1} \quad (13)$$

$$n = 1 \div N, m = 1 \div M - P, k = 1 \div P$$

Для дальнейшей обработки сигнала выделим пространственную часть каждого луча:

$$\hat{Y}_{n,l} = \sum_{m=1}^{M-P} \hat{Y}_{n,m,l} e^{-i\omega_l t_m} = \hat{U}_l e^{-i\vec{k}_l \vec{R}_n} \quad (14)$$

Далее пространственную информацию становится возможным обрабатывать алгоритмами, применимыми в однолучевых ситуациях.

В качестве такого алгоритма выберем устойчивый метод определения азимута и угла места.

Совместно с (14) запишем:

$$\hat{Y}_{n+1,l} = \hat{U}_l e^{-i\vec{k}_l \vec{R}_{n+1}} = \hat{U}_l e^{-i\vec{k}_l (\vec{R}_n + \Delta \vec{R}_n)} = \hat{Y}_{n,l} e^{-i\vec{k}_l \Delta \vec{R}_n} \quad (15)$$

Исходя из положений теории оптимального приёма [5], составим логарифм функции правдоподобия на основании (15):

$$\ln(L(\vec{\lambda}_l)) = -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_n \left| \hat{Y}_{n+1,l} - \hat{Y}_{n,l} e^{-i\vec{k}_l \Delta \vec{R}_n} \right|^2 \quad (16)$$

И соответствующий этой функции правдоподобия функционал для поиска волнового вектора:

$$\Delta(\vec{k}_l) = \sum_n \left| \hat{Y}_{n+1,l} - \hat{Y}_{n,l} e^{-i\vec{k}_l \Delta \vec{R}_n} \right|^2 \quad (17)$$

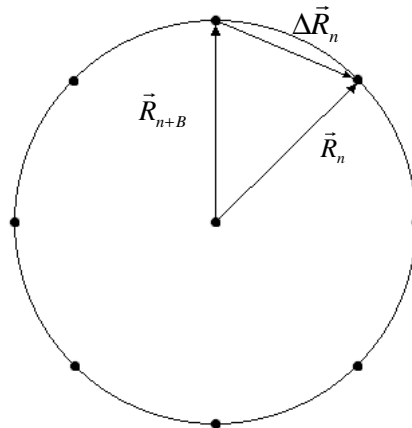
Волновой вектор  $l$ -го луча  $\vec{k}_l$  находится путём поиска максимума обратного функционала (18) методом перебора азимутов и углов места.

$$\Delta'(\vec{k}_l) = \frac{1}{\sum_n \left| \hat{Y}_{n+1,l} - \hat{Y}_{n,l} e^{-i\vec{k}_l \Delta \vec{R}_n} \right|^2} \quad (18)$$

Как видно из (17) или (18), данное решение устойчиво к фазовым изменениям. Также следует отметить, что время расчёта функционала, составленного на основе классической функции правдоподобия, описанной в [4; 5], пропорционально  $N^2$ , в то время как время расчёта функционала (17) или (18) пропорционально  $N$ , где  $N$  – число элементарных вибраторов в антенной системе.

В функционале (17)  $|\Delta \vec{R}_n|$  определяет базу антенной системы. Её можно варьировать в пределах от минимального до максимального расстояния между элементами антенной решетки, изменяя таким образом чувствительность и помехоустойчивость метода и подстраиваясь под конкретную ситуацию. Для таких манипуляций хорошо подходит круговая антенная система. В такой системе  $|\Delta \vec{R}_n| = const$  и выражается следующим

образом:  $\Delta\vec{R}_n = \vec{R}_{n+B} - \vec{R}_n$ , где  $B$  – шаг между элементами антенной системы.  $B = 1 \div \frac{N}{2}$ , где  $N$  – число элементов круговой антенной системы (рис. 1).



**Рис. 1. Схематичное изображение круговой антенной системы и базы антенной системы.  $N=8$ ,  $B=1$ .**

Опишем методику и результаты математического моделирования.

При моделировании используется круговая антенная система, состоящая из 8 элементарных вибраторов, расположенных на равном расстоянии друг от друга на поверхности Земли в радиусе 100 м от центральной точки. Круговая антенная система имеет наименьшую дисперсию оценки угловых параметров сигналов [2] и наиболее удобна при использовании устойчивого метода.

Сигнал состоит из двух лучей на несущей частоте 7,7 МГц. Шумовая составляющая представлена как аддитивный некоррелированный гауссовский шум с нулевым средним значением и дисперсией  $\sigma^2 = \frac{4}{9}$ . Выборка пространственных данных производится  $M=10$

раз в течение времени  $T=10$  с, через интервалы  $\Delta t = \frac{T}{M} = 1$  с.

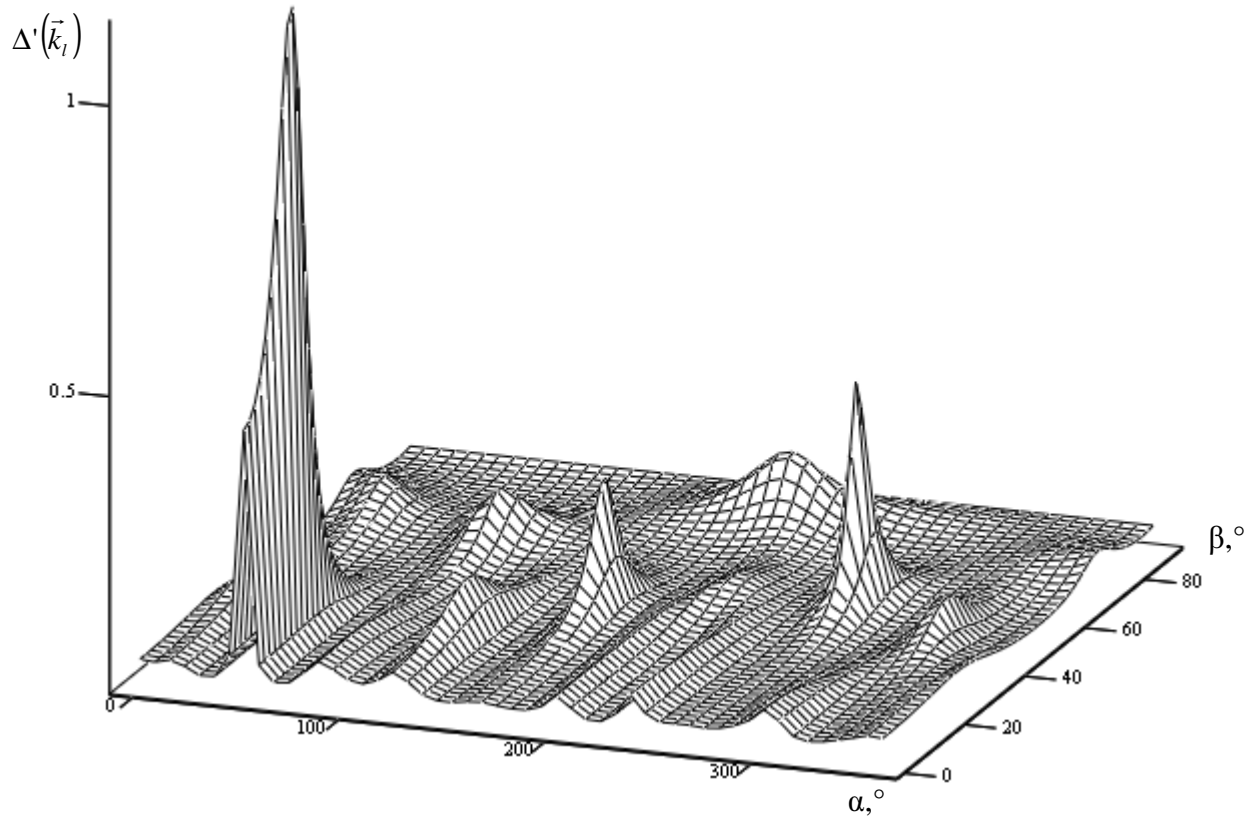
Априорная информация о количестве лучей в сигнале, как правило, отсутствует, поэтому рассмотрим двухлучевую ситуацию, в которой использован трёхлучевой метод, т.о., сигнальное пространство в данном случае будет переоценено.

Составим систему уравнений для полученной пространственно-временной выборки  $\hat{E}_{n,m}$  по формуле (9) и определим коэффициенты  $\hat{b}_k$  по методу наименьших квадратов (МНК). Используя коэффициенты  $\hat{b}_k$ , составим полином по формуле (12) и определим его корни и доплеровские частоты  $\omega_k$ .

Т.о., возможно восстановить коэффициенты  $\hat{C}_{l,k}$  и выделить каждый отдельный луч  $\hat{Y}_{n,m,l}$  из пространственно-временной выборки по формуле (6).

Выделив пространственную часть каждого сигнала  $\hat{Y}_{n,l}$  по формуле (14), перейдём к поиску максимума обратного функционала (17), составленному по устойчивому методу. На рисунке 2 представлена поверхность обратного функционала для первого

луча.



**Рис. 2. Поверхность обратного функционала  $\Delta'(\vec{k}_l)$ .  $\alpha=50^\circ$ ,  $\beta=17^\circ$ .**

Определив положение максимума обратного функционала для каждого луча, получим азимуты, углы места и соответствующие волновые векторы  $\vec{k}_l$  для каждого луча.

Для оценки амплитуды и фазы отдельных лучей воспользуемся традиционными формулами, которые нам даёт теория оптимального приёма.

$$\hat{U}_l = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \hat{Y}_{n,l} e^{i\vec{k}_l \vec{R}_n} \quad (19)$$

$$\varphi_l = \arg(\hat{U}_l)$$

Т.к. в двухлучевой ситуации был использован трёхлучевой метод, то возникает необходимость определить, какой из трёх лучей является ложным. Это возможно выполнить, отсеяв третий луч по признаку низкой амплитуды и высокой дисперсии азимута и угла места. Таким образом, мы определили все параметры каждого отдельного луча.

Проведём 100 таких экспериментов и оценим среднее значение и дисперсию параметров каждого луча. Результаты представлены в таблице 1.

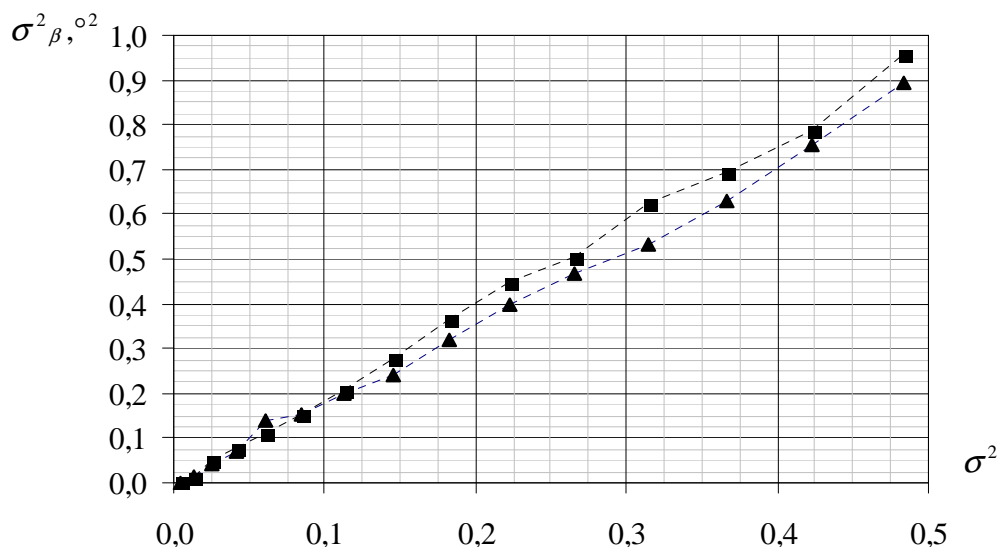
Соотношение сигнал/шум до обработки 5,7Дб и 2,5Дб для первого и второго луча соответственно.

**Таблица 1 – Результаты модельных расчётов. Сравнение исходных и полученных данных**

Параметр луча	Значения исходных параметров луча № 1	Рассчитанные значения параметров луча № 1	Значения исходных параметров луча № 2	Рассчитанные значения параметров луча № 2
$ \hat{U} $	1,30	1,32	0,90	0,93
$\sigma_{ \hat{U} }$	-	0,08	-	0,09
$\nu_{дон}, Гц$	0,230	0,230	0,100	0,106
$\sigma_{\nu_{дон}}, Гц$	-	0,006	-	0,015
$\varphi, ^\circ$	20	21	130	119
$\sigma_\varphi, ^\circ$	-	11	-	25
$\alpha, ^\circ$	50,0	50,0	49,0	49,0
$\sigma_\alpha, ^\circ$	-	0,3	-	0,5
$\beta, ^\circ$	17,0	16,9	23,0	23,1
$\sigma_\beta, ^\circ$	-	0,9	-	0,9

Полученный результат показывает успешное выделение лучевой структуры ионосферного сигнала по описанной методике даже при низком соотношении сигнал/шум. Так же, основываясь на невысоких значениях дисперсии угловых характеристик сигнала, можно говорить о высокой разрешающей способности данного метода.

Повторив данный эксперимент при разных соотношениях сигнал/шум, получим характер зависимости дисперсии параметров сигнала от дисперсии шума (рис. 3).



**Рис. 3. Зависимость дисперсии угла места от дисперсии шума для первого (квадратные маркеры) и второго (треугольные маркеры) лучей.**

Линейный характер зависимости дисперсии параметров сигнала от дисперсии шума подтверждает ранее полученные на основе теории оптимального приёма выражения [2].

$$\sigma_{\beta}^2 = \frac{2\sigma^2}{|\hat{E}_0|^2 N_{\varphi} N_t} \left( \frac{\lambda}{2\pi R \sin(\beta)} \right)^2 \quad (20)$$

## **Выводы**

- Результаты моделирования подтверждают эффективность разработанной методики выделения лучевой структуры ионосферных сигналов на основе теории оптимального приёма даже при низком исходном соотношении сигнал/шум.
- Использование пространственно-временной фильтрации позволяет значительно повысить соотношение сигнал/шум при обработке данных.
- Подтверждается определённая теоретически форма зависимости дисперсии параметров сигнала от дисперсии шума.

## **Список литературы**

1. Гречишкин В.С. [и др.]. Спектральное оценивание ионосферных сигналов // Геомагнетизм и аэрномия. – 1999. – Т. 39. – № 6. – С. 117.
2. Королёв К.Ю. Развитие цифровых методов обработки сигналов многоканальных антенных решеток : дис. ... канд. ф.-м. наук. – Калининград, 2007. – С. 62–65.
3. Пахотин В.А. [и др.]. Измерения угловых характеристик средневолновых сигналов // Геомагнетизм и аэрномия. – 1996. – Т. 36. – № 3. – С. 199.
4. Пахотин В.А. [и др.]. Алгоритм пространственно-временной обработки данных при приёме ионосферных сигналов // Геомагнетизм и аэрномия. – 1999. – Т. 22. – № 5. – С. 183.
5. Тихонов В.И. Оптимальный приём сигналов. – М. : Радиосвязь, 1983. – 319 с.

## **Рецензенты:**

Захаров В.Е., д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой радиофизики, ФГБОУ ВПО «Балтийский федеральный университет им. И. Канта», г. Калининград.

Волхонская Е.В., д.т.н., доцент, профессор, ФГБОУ ВПО «Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота», г. Калининград.

**Работа получена 02.11.2011**