

УДК 519.6

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОСТЫВАНИЯ НЕФТЕПРОВОДА**

Галимов И.А.

*ФГБОУ ВПО Уфимская государственная академия экономики и сервиса*

Г. Уфа, ул. Кирова, д. 8, кв. 65, тел. 2726626, 89509310277, электронная почта:  
[ilyasgalimov@yandex.ru](mailto:ilyasgalimov@yandex.ru)

В настоящей работе рассматривается задача о температурном режиме нефтепровода при его остановке. Данная задача является актуальной из-за суровых климатических условий, в которых пролегают нефтепроводы в России, а также в силу специфики химического состава нефти, добываемой на ряде месторождений в России. Предложена новая математическая модель, учитывающая ряд факторов, которые ранее не были учтены: двухмерная постановка задачи, учет многослойного строения стенки нефтепровода, учет наличия слоя парафина. Создана модификация метода дробных шагов для решения данной задачи. Разработано программное средство и проведен численный эксперимент. Подсчитано время остывание нефтепровода до критических температур (температуры застывания нефти) при различных начальных условиях и в зависимости от типов теплоизоляции, диаметра трубопровода, толщины слоев. Также проанализировано влияние наличия слоя парафина. Результаты показывают адекватность предложенной модели и метода реальным условиям эксплуатации нефтепровода.

**Ключевые слова.** Нефтепровод, температура, слой парафина, многослойная структура, метод дробных шагов.

## **MATHEMATICAL MODELLING OF PROCESS OF COOLING OF THE OIL PIPELINE**

Galimov I.A.

FGBOU VPO Ufa State Academy of Economics and Service

Ufa, ul. Kirov, 8 sq. km. 65, tel. 2726626, 89509310277, e-mail  
[ilyasgalimov@yandex.ru](mailto:ilyasgalimov@yandex.ru)

In the present work the problem about a temperature mode of the oil pipeline is considered at its stop. The given problem is actual because of severe environmental conditions in which oil pipelines in Russia, and as owing to specificity of a chemical compound of the oil extracted on a number of deposits in Russia lie. The new mathematical model considering a number of factors which haven't been considered earlier is offered: two-dimensional statement of a problem, the account of a multilayered structure of a wall of the oil pipeline, the account of presence of a layer

of paraffin. Updating of a method of rhythmic steps for the decision of the given problem is created. The software is developed and numerical experiment is made. Time cooling of the oil pipeline to critical temperatures (temperature of hardening of oil) is counted up under various entry conditions and depending on types of a thermal protection, diameter of the pipeline, a thickness of layers. As influence of presence of a layer of paraffin is analysed. Results show adequacy of the offered model and a method to real service conditions of the oil pipeline.

**Key words.** Oil pipeline, temperature, paraffin layer, multilayered structure, mathematical models of rhythmic steps.

Эксплуатация нефтепроводов в суровых климатических условиях России имеет ряд трудностей, связанных с низкими температурами и химическим составом перекачиваемой нефти. При перекачке нефти, насыщенной парафинами, а также смолами и асфальтенами возникают отложения этих веществ на стенке трубопровода [3,4]. Такая нефть имеет довольно высокую температуру застывания из-за чего любая остановка перекачки нефти представляет собой опасность застывания нефтепровода. При понижении температуры нефти значительно возрастает ее вязкость. 90 % добываемой в России нефти транспортируется по нефтепроводам. В силу этого рассматриваемая задача определения температурного режима нефтепровода в режиме остановки является актуальной.

В работе предлагается новая математическая модель. В отличие от известных математических моделей нефтепроводов, предлагаемая модель является нестационарной и двухмерной. В задаче о температуре остановленного нефтепровода учитывается многослойное строение стенки нефтепровода.

Новизна применяемого метода обусловлена особенностями рассматриваемых моделей и отсутствием готовых методов, позволяющих решить поставленную задачу. Предлагаемый метод является модификацией метода дробных шагов для решения двухмерных уравнений теплопроводности.

Составлен программный продукт, позволяющий рассчитывать температуру в нефтепроводе в заданный отрезок времени при различных значениях параметров.

С использованием разработанной программы рассмотрен процесс остывания заполненного нефтепровода с покоящейся нефтью. Получена зависимость температуры нефти от толщины слоя парафина и от вида теплоизоляции.

Полученные результаты основаны на реальных данных о работе нефтепровода и могут быть использованы на практике. Разработанное программное обеспечение может быть внедрено в производство.

Рассматривается труба, нефть в которой не движется. Считается, что труба состоит из 5 слоев – нефти, парафина, стали, теплоизоляции и противокоррозионной защиты. Толщина каждого слоя  $R_i$ ,  $i=1,..5$  задана. Предполагается так же, что начальная температура нефти в трубе  $U_H$  и температура окружающей среды  $U_0(t)$  заданы. Требуется определить

температуру  $U(x,y,z,t)$  в каждой точке во всех слоях трубы в заданном промежутке времени от 0 до  $T$ . Определить, через какое время  $T_K$  температура нефти достигнет критического значения, при котором нефть застынет.

Существующие программные продукты не решают данной задачи. Так, программный комплекс NIPAL разработки ГУП ИПТЭР РБ не учитывает слоистую структуру нефтепровода [1]. Программный комплекс auto.НЕФТЕПРОВОД вообще не позволяет реализовывать расчет нестационарных задач. Программный комплекс «ТРУБОПРОВОДНЫЙ ТРАНСПОРТ» также не учитывает многослойное строение стенки трубопровода и не решает задачу об остановке трубопровода. Иностраный комплекс WinTran также не учитывает многослойную структуру нефтепровода.

Анализ работ других авторов показывает, что слоистость, двухмерная структура и круговая форма остывающего нефтепровода не учитываются[2].

Постановка задачи. Рассматривается такой режим работы трубопровода, когда нефть в нем не движется и тепло не привносится. Рассмотрим круговое сечение трубы магистрального нефтепровода.

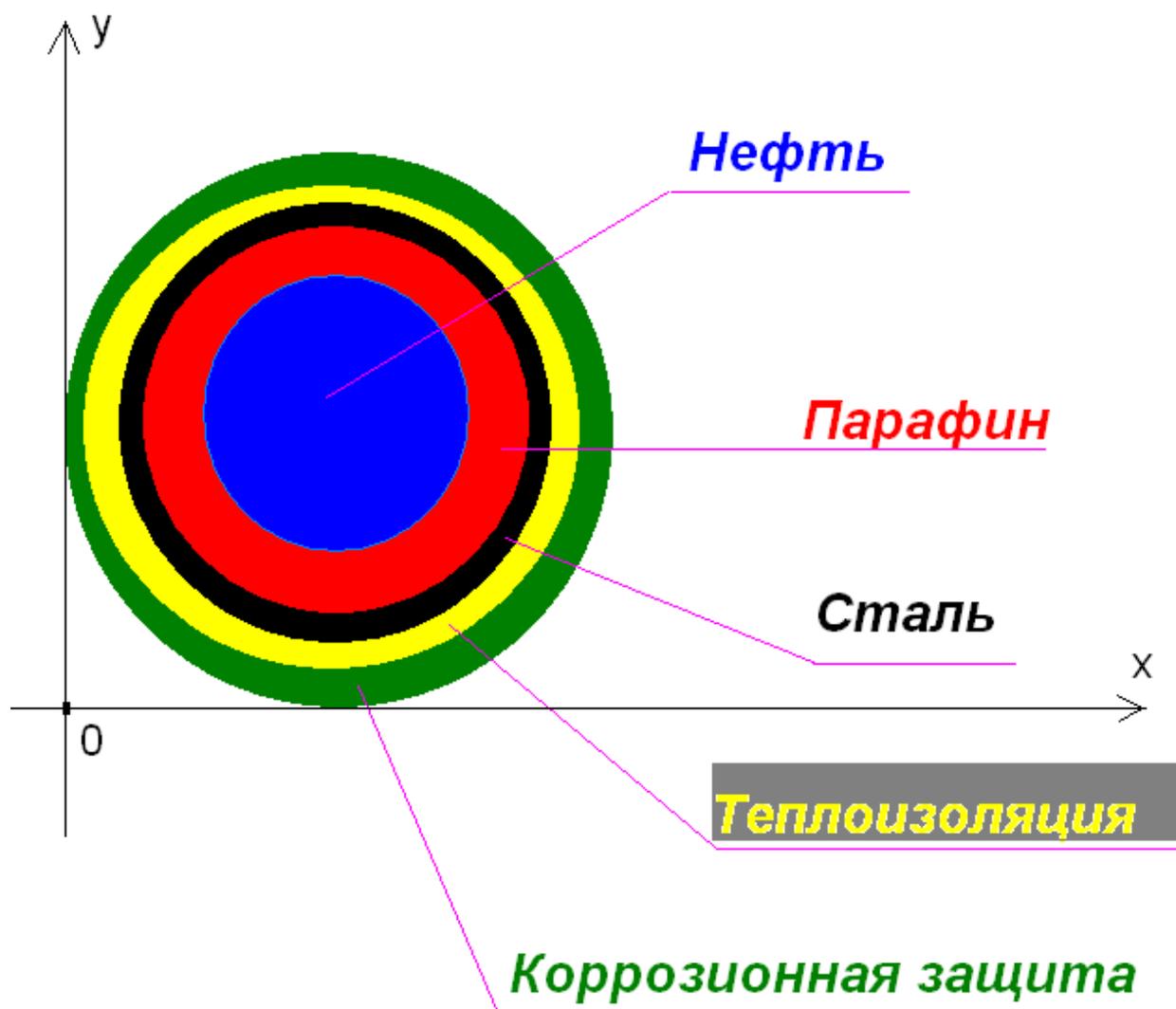


Рис. 1. Осевое сечение трубопровода  
В нем выделяется 5 слоев.

Первый, внутренний слой является нефтью, наполняющей трубопровод. Нефть состоит из различных веществ, таких как насыщенные углеводороды с числом атомов углерода до 15  $C_nH_{2n+2}$  – алканы. Алканы с числом атомов углерода 1,2,3 являются газообразными и легко извлекаются на месторождении. Циклоалканы (нафтены)  $C_nH_{2n}$  представлены соединениями с числом атомов углерода не менее 3. Циклоалканы находятся при нормальных условиях в жидком агрегатном состоянии. Ароматические соединения представлены бензолом и его гомологами в основном в жидком состоянии.

Основной проблемой при перекачке нефти является наличие парафинов – алканов с числом атомов углерода от 15 и более, их изомеров, гетероатомных соединений – смол и асфальтенов, а также сернистых соединений. Такие вещества имеют температуры застывания от 38 °С до 100 °С и более. Важно поддерживать такой тепловой режим в трубопроводе, чтобы нефть была маловязкой и парафины, смола, асфальтены и сернистые соединения не осаждались.

Радиус внутреннего слоя равен  $R_1$ .

В действующих трубопроводах, как правило, присутствует слой отложений парафина на трубе (может содержать также смолы, асфальтены и сернистые соединения). Поэтому необходимо рассматривать также и слой парафина, отложившийся на стенках трубы. В реальных условиях он откладывается на поверхности трубы равномерно, хотя рассматриваемая задача и алгоритм ее решения могут позволить рассматривать слой парафина любой конфигурации. Толщина слоя парафина принимается равной  $R_2$ .

В большинстве нефтепроводов внутренний диаметр  $D_{внутр}=2R_1+2R_2$  колеблется от 0,5 м до 1,4 м.

Третий слой представляет собой слой металла, собственно трубу. Обычно в качестве металла используют сталь, в том числе различные сорта углеродистой стали. Толщина стали  $R_3$  колеблется от 0,005 м до 0,03 м (5мм – 3см). Сталь обеспечивает прочность трубопровода, является основной несущей конструкцией. Существуют нефтепроводы, изготовленные из различных полимерных материалов, однако, при нестационарных режимах работы в них образуются трещины. Поэтому в условиях климата России и учитывая стратегическую важность трубопроводного транспорта, использование металлического слоя является обязательным.

Четвертый слой обеспечивает теплоизоляцию. Его толщина  $R_4$  колеблется от нескольких миллиметров до 10 сантиметров. На сегодняшний день самым лучшим и довольно доступным теплоизолятором является полиуретан.

Внешний, пятый слой трубопровода представляет собой слой коррозионной защиты. Он сооружается на большинстве нефтепроводов и может представлять собой как полимерные материалы, так и бетон, и другие материалы. В случае использования бетона толщина  $R_5$  этого слоя составляет около 0,1 м.

В данной постановке рассматривается случай, когда скорость движения нефти равна нулю.

Координатные оси направим так, как показано на рисунке. В этом случае все значения  $x$  и  $y$  неотрицательны.

Рассматривается уравнение теплопроводности [6].

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a(x, y) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

с переменным коэффициентом температуропроводности  $a(x, y)$  на области  $(x-R)^2 + (y-R)^2 \leq R^2$  – круг радиусом  $R$  с центром, имеющим координаты  $(R, R)$ .

В области постановки имеется 5 концентрических слоев: самый внутренний – слой нефти, далее – слои парафина, стали, теплоизоляции (пенополистирол, полиуретан) и защиты от коррозии (обычно бетон). Внешний радиус  $i$ -го слоя обозначается как  $R_i$ . Очевидно, выполняется условие  $0 < R_1 \leq R_2 \leq R_3 \leq R_4 \leq R_5 = R$ . Коэффициент температуропроводности в каждом из слоев определяется по формуле [6]

$$a = \frac{\lambda}{c\rho} \quad (2),$$

где  $a$  – коэффициент температуропроводности,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $c$  – удельная теплоемкость,  $\rho$  – плотность.

По внешней границе трубы задано граничное условие равенства температуры на границе трубы температуре окружающей среды [5,6,7].

$$u(x, y, t) \Big|_{x^2 + y^2 = R^2} = U_0(t) \quad (3)$$

Условия сопряжения между слоями материалов задаются в общепринятой постановке – непрерывность температур и тепловых потоков на границе слоев.

Граница между слоями представляет собой окружность  $x^2 + y^2 = R_i^2$ , где  $i$  – номер слоя. Условие непрерывности температуры на окружности в общепринятой постановке выглядит так [6].

$$u(x, y, t) \Big|_{x^2 + y^2 = R_i^2 - 0} = u(x, y, t) \Big|_{x^2 + y^2 = R_i^2 + 0} \quad (3)$$

Пусть теперь  $\vec{n}$  – нормаль к границе слоев. Тогда условие непрерывности теплового потока на границе слоев двух материалов в стандартном виде записывается так [5,6,7].

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial \vec{n}} \Big|_{x^2 + y^2 = R_i^2 - 0} = \lambda \frac{\partial u}{\partial \vec{n}} \Big|_{x^2 + y^2 = R_i^2 + 0}$$

В качестве алгоритма решения задачи возьмем локально-одномерную схему (схему расщепления по координатам), которую необходимо модифицировать в связи с тем, что область задачи имеет круговую форму, имеется несколько слоев с разными коэффициентами температуропроводности.

Так как, по условию задачи, значения функции и теплового потока непрерывны на границах слоев, то ее можно решать локально – одномерным методом, так как в данном случае метод прогонки сходится [6].

Так как задача рассматривается в круговой области, необходимо правильно расставить узлы сетки. Рассмотрим прямоугольную область размерами  $R \times R$  и сетку в ней, аналогичные рассмотренной в предыдущей задаче. Отбор точек будет осуществляться в два этапа. Первый этап – оставление только тех точек, которые находятся внутри круга  $(x-R)^2 + (y-R)^2 \leq R^2$ . Второй этап – отсечение тех горизонталей и вертикалей, в которых имеется менее 3 точек.

После введения сетки, описывающей область решения, используется рассмотренный локально-одномерный метод. Особенностью метода является то, что, во-первых, область постановки имеет не прямоугольную форму, во-вторых, меняется коэффициент теплопроводности  $a$ . Предлагается решать эти проблемы следующим образом: прогонки первого полушага – вдоль оси абсцисс производить от границы до границы области, которая для каждой системы – своя. Для второго полушага – соответственно от нижней границы до верхней. Для этого необходимо хранение информации об области постановки и точках, в нее входящих, на протяжении всего вычислительного процесса. Определение границ предлагается осуществлять с помощью специальных функций, определяющих соответственно левую и правую границы для первого полушага, и нижнюю и верхнюю – для второго. Внутри системы коэффициент теплопроводности  $a$  не является постоянной величиной. Предлагается в каждом уравнении использовать только один коэффициент в зависимости от того, к какому слою относится точка, соответствующая диагональному элементу уравнения. Таким образом, будет достигаться диагональное преобладание и трехдиагональность матриц – достаточное условие для сходимости метода прогонки.

Для разработки программы был выбран язык программирования C++. Используется процедурная реализация.

В программу задаются необходимые параметры вычислений и исходные данные.

Полученные результаты могут использоваться для построения графиков, диаграмм, гистограмм, вычисления других параметров и других целей. Для этого можно воспользоваться стандартными пакетами, такими как Excel или Maple.

Программа может использоваться на рабочем месте оператора нефтепровода, инженера, конструктора, руководителя без какой-либо предварительной подготовки. Для эксплуатации требуется операционная система Windows и IBM – совместимые компьютеры.

Результаты численных экспериментов и их анализ.

Пусть трубопровод имеет радиус 0,75 м, из которых 0,5 м занимает нефть, 0,1 м – парафин, 0,03 м – сталь, 0,02 м – теплоизоляция (полиуретан или пенополистирол), 0,1 м – противокоррозионная защита (бетон). Начальная температура трубопровода равна +60 °С, температура окружающей среды – 30

° С. Длительность процесса 1000000 секунд = 11,574 суток. Число шагов по оси x – 101, по оси y – 101, по времени t – 1000. Тогда, зависимость средней температуры нефти в сечении от времени для нефтепровода будет такой, как изображена на графике. Верхний график описывает остывание нефтепровода с полиуретановой изоляцией, а нижний – пенополистрироловой. Естественно, что скорость остывания нефтепровода с пенополистрироловой изоляцией выше, чем с полиуретановой, так как температуропроводность полиуретана  $1,197E-8$  м<sup>2</sup>/с существенно меньше, чем у полиуретана  $9,425E-7$  м<sup>2</sup>/с.

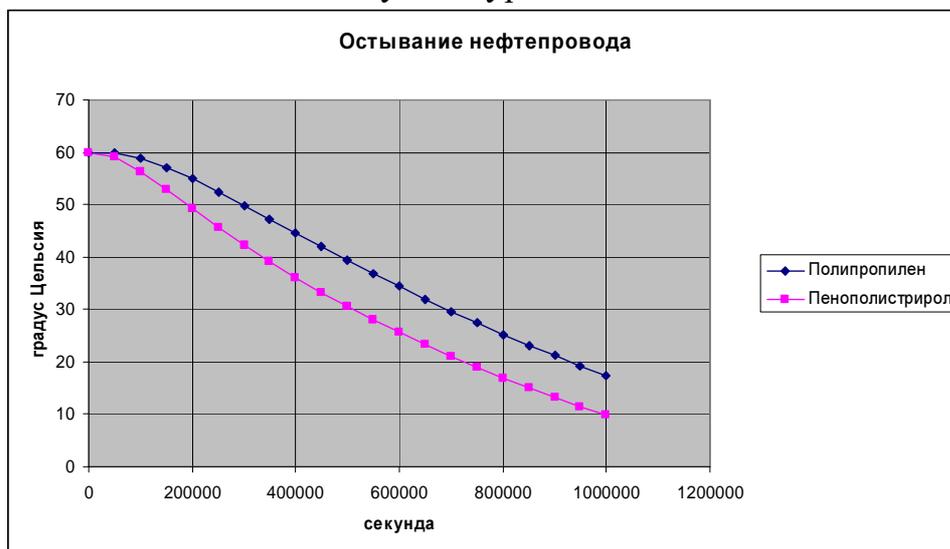


Рис. 3. Зависимость температуры от времени при остывании нефтепровода с покоящейся нефтью

Нефтепровод с теплоизоляцией из полиуретана достигает критической температуры + 40 °С за 470000 секунд = 5,44 суток. Время достижения критической температуры нефтепроводом с теплоизоляцией из пенополиуретана составляет 330000 секунд = 3,82 суток. Таким образом, использование полиуретана вместо пенополистрирола в данных условиях позволяет получить дополнительно 1,62 суток для проведения ремонтных работ при авариях.

На процесс остывания нефтепровода существенно влияет также наличие и толщина слоя парафиновых отложений. Рассмотрим зависимость средней температуры нефти в трубе от толщины слоя парафина при остывании трубы с нефтью с начальной температурой +60 °С при температуре окружающей среды -30 ° С. Изображено 5 графиков температур для слоя парафина толщиной 0, 5, 10, 20, 30 см соответственно.

Как видно из графика, наличие слоя парафина практически не влияет на скорость остывания при температуре свыше +35 ° С. Однако в настоящее время добывается очень много различных видов нефти, для которых температура застывания находится в промежутках от -10 до +35 °С. В таком случае, наличие слоя парафина толщиной 20 см ускоряет наступление температуры застывания на величину порядка 30000 секунд = 8,33 часов. А наличие слоя парафина толщиной 30 см может ускорить наступление такой температуры на 200000 секунд = 55,6 часов = 2,3 суток.

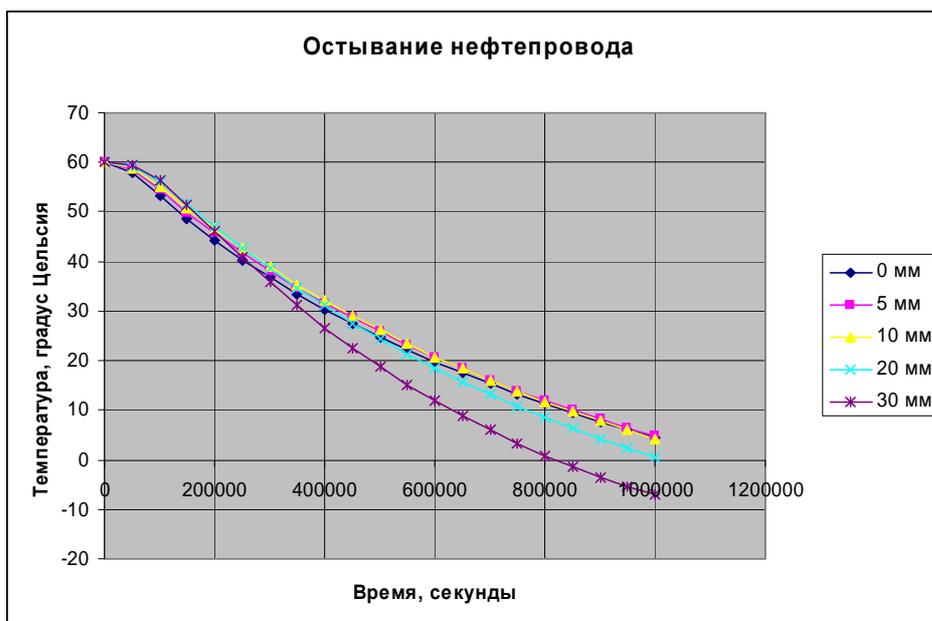


Рис. 4. Зависимость температуры нефти от времени при остывании нефтепровода с различными толщинами парафина  
**Заключение**

В данной статье была разработана новая, более точная математическая модель температурного режима нефтепровода. Сформулирована задача об остывании нефтепровода, находящегося в состоянии остановки с покоящейся нефтью, в которой учтены наличие многих слоев стенки трубопровода, отложения парафина на стенках, нестационарный характер процесса остывания. Задача об остывании нефтепровода является двухмерной. Областью постановки является круг.

На основе разностных схем был разработан численный метод для решения поставленной задачи. Учитывается круговая область постановки и разрывные коэффициенты теплопроводности.

Для решения поставленной задачи было разработано программное обеспечение, позволяющее находить температуру нефтепровода во всех его точках на заданном отрезке времени. Выходные данные работы программ представлены как в графической, наглядной форме, так и в числовой форме.

Проведен численный эксперимент. Определено время безопасной остановки нефтепровода, в течение которого нефть не застывает. Проанализировано влияние сорта теплоизоляции на время остывания до критической температуры. Проведен анализ влияния слоя парафина на скорость остывания.

Настоящая статья имеет производственную направленность и может быть рекомендована к практическому использованию.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Бахтизин Р.Н., Шутов А.А., Штукатуров К.Ю. Моделирование режимов работы трубопроводов с применением комплекса программ NIPAL 3.0, журнал «Нефтегазовое дело», выпуск 1/2004.

2. Гаррис Н.А., Гаррис Ю.О., Глушков А.А. Построение динамической характеристики магистрального трубопровода. Нефтегазовое дело. – 2004. – №2. – С.296.
3. Мирзаджанзаде А.Х. , Хасанов М.М., Бахтизин Р.Н. Моделирование процессов нефтегазодобычи. – Москва; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004.
4. Мустафин Ф.М., Кузнецов М.В., Быков Л.И. Сооружение трубопроводов. Защита от коррозии: Том 1: Учеб. пособие. – Уфа: Монография, 2004. – 609 с. ил.
5. Патанкар С.В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах: Пер. с англ. Е.В. Калабина; под ред. Г.Г. Янькова. – М.: Изд-во МЭИ, 2003. – 312 с. ил. ISBN 5-7046-0898-1.
6. Самарский А.А. , Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. 4-е изд., испр. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 424 с.
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: Учебник. – 7-е изд. стереотипное. – М.: Наука, 2004. – 798 с.

Рецензенты:

Галиаскаров Ф.М., д.т.н., зав. каф. информационных технологий, профессор, Уфимский институт – филиал Российского государственного торгово-экономического университета, г. Уфа.

Асадуллин Р.М., д.ф.-м.н., доцент, зав. кафедрой программирования и вычислительной математики, ФГОУ ВПО БГПУ им. М. Акмуллы, г. Уфа.