

СПОСОБ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СУДОВОГО КОРПУСА ДЛЯ АДЕКВАТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЕЙСТВУЮЩИХ НА НЕГО ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ УСИЛИЙ

Хвостов Р.С.

ФБОУ ВПО «Волжская государственная академия водного транспорта», Нижний Новгород, Россия (603950, г. Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5а), e-mail: nnover86@mail.ru

Для решения задач математического моделирования управляемого движения судна необходима разработка аналитических методов определения действующих на него гидродинамических усилий. В статье показана объективная возможность условной замены реального судового корпуса его эквивалентным аналогом. Погруженный объем корпуса делится на три составные части: цилиндрическая вставка, носовая и кормовая оконечности. При этом доказывается, что геометрически эквивалентный аналог одновременно является гидродинамически тождественным аналогом реального корпуса судна. Для случая произвольного установившегося плоскопараллельного движения предложены зависимости для определения разности динамических давлений жидкости от геометрических характеристик корпуса. Приведены общие выражения для определения сил и их моментов относительно вертикальной оси. Предлагаемый способ представления геометрических характеристик судового корпуса позволяет аналитически моделировать действующие на погруженную часть судна гидродинамические усилия как инерционной так и неинерционной природы.

Ключевые слова: судовой корпус, гидродинамические усилия, моделирование, давление жидкости.

METHOD OF PRESENTATION SHIP' HULL CHARACTERISTICS FOR ADEQUATE MODELLING OF HYDRODYNAMIC ACTING EFFORTS

Khvostov R.S.

FBEI HPE «Volga state academy of water transport», Nizhniy Novgorod, Russia (603950, Nizhni Novgorod, Nesterov st, 5a), e-mail: nnover86@mail.ru

For the decision problems of mathematical modeling of operated ship's movement it is necessary to create analytical methods of definition hydrodynamic efforts. This article shows objective possibility of conditional replacement from the real ship's hull to its equivalent analog. Immersed hull's volume is divided into three components: a cylindrical insert, fore and aft extremities. There proved that geometrically equivalent analog is simultaneously identical hydrodynamic one of the real ship's hull. For a case of an arbitrary stationary lane-parallel movement are offered dependences a dynamic pressure difference of water from geometrical characteristics ship's hull. The general expressions for definition forces and their moments concerning a vertical axis are resulted. The offered method of representation geometrical characteristics of the ship's hull allows analytically simulate hydrodynamic forces as the inertial and non inertial nature influence on submerged part of a real ship's hull.

Keywords: the ship's hull, hydrodynamic efforts, modeling, dynamic pressure of water.

Установившееся потенциальное движение воды, обтекающей корпус судна, может быть представлено следующим уравнением [5]:

$$gz + \frac{p}{\rho} + 0,25v^2 = const. \quad (1)$$

Здесь g – ускорение свободного падения;

z – аппликата рассматриваемой точки потока;

p – давление жидкости в данной точке;

ρ – плотность жидкости;

v – скорость жидкости в данной точке.

Следовательно, уравнение (1) может рассматриваться как интеграл Громеки [4] (или как уравнение Бернулли) применительно к случаю обтекания корпуса судна реальной жидкостью.

Перепишем выражение (1) следующим образом:

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + 0,25v_1^2 = gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + 0,25v_2^2, \quad (2)$$

где z_1, z_2 – аппликаты рассматриваемых точек потока, обтекающего корпус судна;

p_1, p_2 – давления жидкости в рассматриваемых точках потока;

v_1, v_2 – скорости частиц жидкости в рассматриваемых точках потока.

Если рассматриваемые точки потока, обтекающего корпус судна, лежат в одной и той же плоскости ватерлинии (то есть $z_1 = z_2$), то выражение (2) примет следующий вид:

$$p_1 + 0,25v_1^2 = p_2 + 0,25v_2^2. \quad (3)$$

Уравнение (3) позволяет определять разность давлений реальной жидкости на поверхности обшивки корпуса судна, возникающую как вследствие разности скоростей их обтекания, так и вследствие разности гидродинамических напоров на эти поверхности.

Элементарное гидродинамическое усилие dQ , действующее на поверхность обшивки погруженной части судового корпуса в какой-либо точке $A(x, y, z)$, может быть представлено в виде

$$dQ = p dS. \quad (4)$$

Здесь dS – элементарная площадь смоченной поверхности корпуса.

Проецируя силу dQ на продольную x и поперечную y оси связанной с судном системы координат, получаем:

$$dQ_x = -pdS \cos q \cos \gamma; \quad (5)$$

$$dQ_y = pdS \sin q \cos \gamma, \quad (6)$$

где q – двугранный угол между диаметральной плоскостью (ДП) судна и вертикальной плоскостью, проходящей через нормаль к ватерлинии в рассматриваемой точке $A(x, y, z)$. Поскольку в данной работе угол q отличается от принятого в навигации [3] курсового угла лишь тем, что всегда положителен, то в дальнейшем будем называть угол q курсовым углом нормали, подразумевая, что он измеряется в четвертной системе счёта;

γ – снижение нормали к поверхности корпуса в этой точке относительно нормали к ватерлинии.

Произведения $dS \cos q \cos \gamma$, $dS \sin q \cos \gamma$ представляют собой проекции элементарной площади dS соответственно на плоскость мидельшпангоута и ДП судна, то есть:

$$dS \cos q \cos \gamma = dS_1 ; \quad (7)$$

$$dS \sin q \cos \gamma = dS_{\bar{a}} . \quad (8)$$

Подставив равенства (7) и (8) в уравнения (5) и (6), получим:

$$dQ_x = -pdS_1 ; \quad (9)$$

$$dQ_y = pdS_{\bar{a}} . \quad (10)$$

Следовательно, в случае плоскопараллельного движения судна проекции действующих на его корпус элементарных гидродинамических усилий будут определяться выражениями:

$$dX = -\Delta p_x dS_1 ; \quad (11)$$

$$dY = \Delta p_y dS_{\bar{a}} . \quad (12)$$

В уравнениях (11) и (12) обозначено:

dX, dY – проекции элементарной гидродинамической силы, приложенной к корпусу судна, на оси подвижной системы координат;

Δp_x – разность динамических давлений жидкости в равноотстоящих от ДП и лежащих в плоскости одной и той же ватерлинии точках обшивки носовой и кормовой оконечностей судового корпуса;

Δp_y – разность динамических давлений жидкости в симметричных относительно ДП точках обшивки внешнего и внутреннего бортов корпуса судна.

Выражения (11) и (12) позволяют сделать предположение о том, что для определения действующих на судно гидродинамических усилий существует объективная возможность замены реального судового корпуса его эквивалентным аналогом.

Действительно, разделим погруженный объем корпуса судна на три составные части:

1) цилиндрическая вставка – средняя часть корпуса, характеризующаяся постоянством значения коэффициента полноты;

2) носовая оконечность – часть корпуса, расположенная в нос от цилиндрической вставки;

3) кормовая оконечность – часть корпуса, расположенная в корму от цилиндрической вставки.

Кроме того, представим реальный корпус судна в виде некоего условного корпуса с вертикальными штевнями. Тогда при сохранении объёмов его составных частей значения длины и коэффициента полноты водоизмещения носовой оконечности будут:

$$l_{\dot{1}} = 0,5\sigma_{\dot{1}}L - l_{\ddot{0},\dot{1}}; \delta_{\dot{1}} = [\delta(0,5L - x_G) - \beta_{\dot{1}}(l_{\ddot{0},\dot{1}} - x_G)]/l_{\dot{1}}, \quad (13)$$

а кормовой:

$$l_{\dot{2}} = 0,5\sigma_{\dot{2}}L - l_{\ddot{0},\dot{2}}; \delta_{\dot{2}} = [\delta(0,5L + x_G) - \beta_{\dot{2}}(l_{\ddot{0},\dot{2}} + x_G)]/l_{\dot{2}}, \quad (14)$$

где $l_{\dot{1}}$ – средняя длина носовой оконечности корпуса судна;

$\sigma_{\dot{1}}$ – коэффициент полноты носовой половины диаметрального батокса;

L – длина судна;

$l_{\ddot{0},\dot{1}}$ – средняя длина цилиндрической вставки в носовой половине корпуса;

$\delta_{\dot{1}}$ – коэффициент полноты водоизмещения носовой оконечности корпуса;

δ – коэффициент полноты водоизмещения судна;

x_G – абсцисса центра масс судового корпуса;

$\beta_{\dot{1}}$ – коэффициент полноты мидельшпангоута;

$l_{\dot{2}}$ – средняя длина кормовой оконечности корпуса судна;

$\sigma_{\dot{2}}$ – коэффициент полноты кормовой половины диаметрального батокса;

$l_{\ddot{0},\dot{2}}$ – средняя длина цилиндрической вставки в кормовой половине корпуса;

$\delta_{\dot{2}}$ – коэффициент полноты водоизмещения кормовой оконечности корпуса.

Очевидно, что общий объём погруженной части корпуса судна при этом не меняется, ибо

$$(l_{\dot{1}}\delta_{\dot{1}} + l_{\ddot{0}}\beta_{\dot{1}} + l_{\dot{2}}\delta_{\dot{2}})BT = (\bar{l}_{\dot{1}}\delta_{\dot{1}} + \bar{l}_{\ddot{0}}\beta_{\dot{1}} + \bar{l}_{\dot{2}}\delta_{\dot{2}})LBT = \delta LBT. \quad (15)$$

Здесь B – расчётная ширина судового корпуса;

T – расчётная осадка судна;

$l_{\ddot{0}} = (l_{\ddot{0},\dot{1}} + l_{\ddot{0},\dot{2}})$ – средняя длина цилиндрической вставки корпуса;

$$\bar{l}_{\dot{1}} = l_{\dot{1}}/L; \bar{l}_{\ddot{0}} = l_{\ddot{0}}/L = l_{\ddot{0},\dot{1}}/L + l_{\ddot{0},\dot{2}}/L = \bar{l}_{\ddot{0},\dot{1}} + \bar{l}_{\ddot{0},\dot{2}}; \bar{l}_{\dot{2}} = l_{\dot{2}}/L.$$

Необходимо отметить, что условный корпус, характеризующийся равенством (15), геометрически эквивалентен погруженной части реального судового корпуса.

Для определения зависимости величины Δp_x от геометрических характеристик корпуса судна рассмотрим его обращённое движение в продольном направлении с установившейся скоростью v_x . Спроецировав скорость v_x на внутренние нормали к

поверхности в каких-либо равноотстоящих от ДП точках обшивки носовой и кормовой оконечностей корпуса, получим:

$$\Delta p_{n_x} = p_{n_1} - p_{n_2} = 0,25 \rho v_x^2 (\cos^2 q_1 \cos^2 \gamma_1 + \cos^2 q_2 \cos^2 \gamma_2), \quad (16)$$

где Δp_{n_x} – разность давлений, возникающая из-за разности скоростных напоров жидкости на поверхности носовой и кормовой оконечностей корпуса;

q_1, q_2 – курсовые углы нормалей к ватерлинии в рассматриваемых точках носовой и кормовой оконечностей.

γ_1, γ_2 – снижение нормалей к поверхностям относительно нормалей к ватерлинии в рассматриваемых точках носовой и кормовой оконечностей корпуса.

Найдем приходящееся на единицу площади смоченной поверхности корпуса среднее динамическое давление $\Delta \bar{p}_{n_x}$ в случае установившегося продольного движения судна. Для этого, воспользовавшись теоремой о среднем значении интеграла [1], представим выражение (16) следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{p}_{n_x} &= 0,25 \rho v_x^2 \left(\frac{1}{\Omega_1} \int_0^{\Omega_1} \cos^2 q_1 \cos^2 \gamma_1 dS + \frac{1}{\Omega_2} \int_0^{\Omega_2} \cos^2 q_2 \cos^2 \gamma_2 dS \right) = \\ &= 0,25 \rho v_x^2 (\dot{A}_{\gamma_1} \cos^2 \bar{q}_1 + \dot{A}_{\gamma_2} \cos^2 \bar{q}_2). \end{aligned} \quad (17)$$

В последнем соотношении обозначено:

Ω_1, Ω_2 – площади смоченных поверхностей носовой и кормовой оконечностей корпуса;

$\dot{A}_{\gamma_1} = \cos^2 \bar{\gamma}_1$ – коэффициент, учитывающий среднее снижение нормалей к поверхности обшивки относительно нормалей к ватерлиниям в носовой оконечности корпуса;

$\dot{A}_{\gamma_2} = \cos^2 \bar{\gamma}_2$ – коэффициент, учитывающий среднее снижение нормалей к поверхности обшивки относительно нормалей к ватерлиниям в кормовой оконечности судна.

Следовательно, в случае произвольного установившегося плоскопараллельного движения зависимость Δp_x от геометрических характеристик корпуса, согласно формулам Эйлера [2], может быть представлена в виде:

$$\Delta p_x = F_x(y, \bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = \bar{F}_x(y). \quad (18)$$

Для оценки зависимости величины Δp_y от геометрических характеристик погруженной части корпуса рассмотрим обращенное установившееся поперечное движение

судна со скоростью v_y . Проецирование скорости v_y на внутренние нормали к поверхностям в симметричных относительно ДП точках обшивки бортов даёт следующий результат:

в носовой оконечности корпуса

$$\Delta \bar{p}_{n_i} = 0,5 \rho v_y^2 \dot{\lambda}_{\gamma_i} \sin^2 \bar{q}_i ; \quad (19)$$

в кормовой оконечности корпуса

$$\Delta \bar{p}_{n_e} = 0,5 \rho v_y^2 \dot{\lambda}_{\gamma_e} \sin^2 \bar{q}_e ; \quad (20)$$

в области цилиндрической вставки

$$\Delta \bar{p}_{n_{\delta}} = 0,5 \rho v_y^2 \dot{\lambda}_{\gamma_{\delta}} . \quad (21)$$

Здесь $\dot{\lambda}_{\gamma_{\delta}} = \cos^2 \bar{\gamma}_{\delta}$ – коэффициент, учитывающий среднее снижение нормалей к поверхности обшивки относительно нормалей к ватерлиниям в области цилиндрической вставки.

Таким образом, в случае произвольного установившегося плоскопараллельного движения зависимость Δp_y от геометрических характеристик корпуса, согласно формулам Эйлера, может быть представлена в виде:

$$\Delta p_{y_i} = F_{y_i}(x, \bar{q}_i, \bar{\gamma}_i) = \bar{F}_{y_i}(x); \quad (22)$$

$$\Delta p_{y_e} = F_{y_e}(x, \bar{q}_e, \bar{\gamma}_e) = \bar{F}_{y_e}(x); \quad (23)$$

$$\Delta p_{y_{\delta}} = F_{y_{\delta}}(\delta, \bar{\gamma}_{\delta}) = \bar{F}_{y_{\delta}}(\delta). \quad (24)$$

Тогда, согласно уравнениям (11) и (12),

$$X = -T \left(\begin{array}{cc} 0 & 0,5B\beta_1 \\ \int \Delta p_{x_1} dy & \int \Delta p_{x_2} dy \\ -0,5B\beta_1 & 0 \end{array} \right); \quad (25)$$

$$Y = T \left(\begin{array}{cccc} l_{\delta,i} & 0,5L\sigma_i & 0 & -l_{\delta,e} \\ \int \Delta p_{y_{\delta}} dx & \int \Delta p_{y_i} dx & \int \Delta p_{y_{\delta}} dx & \int \Delta p_{y_e} dx \\ 0 & l_{\delta,i} & -l_{\delta,e} & -0,5L\sigma_e \end{array} \right), \quad (26)$$

где $\Delta p_{x_1}, \Delta p_{x_2}$ – разности давлений жидкости на поверхности носовой и кормовой оконечностей соответственно внешнего и внутреннего бортов.

Определим моменты этих сил относительно вертикальной оси z . Момент M_{z_x} продольной силы X найдём по выражению:

$$M_{z_x} = -T \left(\begin{array}{cc} 0 & 0,5B\beta_1 \\ \int \Delta p_{x_1} y dy & \int \Delta p_{x_2} y dy \\ -0,5B\beta_1 & 0 \end{array} \right). \quad (27)$$

Аналогично может быть подсчитан и момент M_{z_Y} поперечной силы Y –

$$M_{z_Y} = T \left(\int_0^{l_{\delta, i}} \Delta p_{y_{\delta}} x dx + \int_{l_{\delta, i}}^{0,5L\sigma_i} \Delta p_{y_i} x dx - \int_{-l_{\delta, \varepsilon}}^0 \Delta p_{y_{\delta}} x dx - \int_{-0,5L\sigma_{\varepsilon}}^{-l_{\delta, \varepsilon}} \Delta p_{y_{\varepsilon}} x dx \right). \quad (28)$$

Необходимо отметить, что как для реального судового корпуса, так и для его эквивалентного аналога величины \bar{q}_i , \bar{q}_{ε} , \dot{A}_{γ_i} , $\dot{A}_{\gamma_{\varepsilon}}$ и $\dot{A}_{\gamma_{\delta}}$ будут иметь одни и те же значения. Поэтому и разности давлений Δp_x , Δp_{y_i} , $\Delta p_{y_{\varepsilon}}$ и $\Delta p_{y_{\delta}}$ будут определяться одними и теми же выражениями (18), (22), (23) и (24). Данное обстоятельство позволяет сделать вывод о том, что гидродинамические усилия, действующие как на корпус реального судна, так и на его эквивалентный аналог, тождественны. Следовательно, геометрически эквивалентный аналог одновременно является гидродинамически адекватным аналогом реального судового корпуса.

Таким образом, можно считать доказанным существование объективной возможности для разработки аналитических методов определения действующих на судно гидродинамических усилий. И для того чтобы воспользоваться этой возможностью, необходимо представить погруженную часть судового корпуса в виде её эквивалентного аналога, а значения его геометрических характеристик l_i , $l_{\delta, i}$, δ_i , l_{ε} , $l_{\delta, \varepsilon}$, δ_{ε} , \bar{q}_i , \bar{q}_{ε} , \dot{A}_{γ_i} , $\dot{A}_{\gamma_{\varepsilon}}$ и $\dot{A}_{\gamma_{\delta}}$ определить численными методами с помощью теоретического чертежа судна.

Список литературы

1. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев; под ред. Г. Гроше и В. Циглера. – М. : Наука, 1980. – 976 с.
2. Ламб Г. Гидродинамика. – М.–Л. : Гостехиздат, 1947. – 928 с.
3. Лесков М.М. Навигация : учебник для вузов мор. трансп. / М.М. Лесков, Ю.К. Баранов, М.И. Гаврюк. – 2-е изд. – М. : Транспорт, 1986. – 360 с.
4. Павленко В.Г. Основы механики жидкости. – Л. : Судостроение, 1988. – 240 с.
5. Тихонов В.И. Закономерности движения жидкости в плоском пограничном слое // Речной транспорт. – 2007. – № 2. – С. 77–79.

Рецензенты:

Клементьев А.Н., д.т.н. профессор, зав. кафедрой судовождения и безопасности судоходства ФБОУ ВПО «Волжская государственная академия водного транспорта», г. Нижний Новгород.

Тихонов В.И., д.т.н. профессор кафедры судовождения и безопасности судоходства ФБОУ ВПО «Волжская государственная академия водного транспорта», г. Нижний Новгород.