

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ РУДНЫХ ЧАСТИЦ
В ВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

Ляпцев С.А., Потапов В.Я.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Уральский государственный горный университет», Екатеринбург, Россия (620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30), gmf.tm@ursmu.ru

В статье предлагаются методы теоретического обоснования параметров движения частиц в воздушном потоке. Предлагаемые методы служат для математического описания процесса разделения горных пород, основанного на различии в скоростях их витания при пересечении потока струи воздуха. Составлены и решены уравнения движения для случаев неподвижного и циркулирующего потока воздуха. Приведены зависимости, связывающие входящие в уравнение коэффициенты с реологическими свойствами потока и частицы. Представленные закономерности были использованы при разработке и совершенствовании новых разделительных аппаратов, которые позволяют повысить эффективность разделения асбеста и слюды. В результате имитационного моделирования движения асбестосодержащих частиц было установлено, что использование потока с постоянной горизонтальной скоростью позволяет повысить степень извлечения асбеста в сравнении с разделением частиц в неподвижной воздушной среде.

Ключевые слова: уравнения движения, скорость витания, асбест, слюда, аппараты.

**MATHEMATICAL DESCRIPTION OF THE PARTICLES BEHAVIOR IN THE SEPARATION
APPARATUS AIR STREAM**

Lyaptsev S.A., Potapov V. Ya.

The federal state budgetary educational institution of the higher professional education «Ural state mining university», Ekaterinburg, Russia, (620144, Ekaterinburg, the Kuibyshev st., 30), gmf.tm@ursmu.ru

The article considers the theoretical study methods of the particles motion parameters in the airstream. Offered methods serve for the mathematical description of rocks division process based on distinction in their soaring speeds at crossing of air stream. Drawn and resolved the movement equations for the case stationary and circulating air stream. It shows plots relating the the equation coefficients with rheological properties and particle the stream. The presented laws have been used by working out and perfection of new dividing devices which allow raising efficiency of the asbestos and mica division. As a result of imitating modeling of movement of the particles holding asbestos, it has been established that use of a stream with constant horizontal speed allows raising degree of asbestos extraction in comparison with division of particles in the motionless air environment.

Key words: the equations of movement, wandering rate, asbestos, mica, apparatus.

Создание и совершенствование аппаратов для классификации и разделения горных пород осложняется тем, что исследователь, прежде чем приступить к разработке, должен владеть комплексом специфических знаний о минералах, составляющих эти породы. Знание их физических свойств поможет предсказать поведения частиц в зоне разделительного аппарата. Все это в конечном счете позволит разрабатывать эффективные аппараты для качественного разделения горных пород, учитывающие их комплексные физические характеристики.

Специфические свойства асбеста – волокнистое строение, слюды – мелкочешуйчатое строение, способность их расщепляться, первых – на тончайшие волокна, вторых – на тонкие пластины, тем самым увеличивать поверхность и приобретать свойства «парусности» – обуславливает основной метод разделения асбестовых руд и мелкочешуйчатых слюдосодержащих сланцев – сухой гравитационный [4].

Разделение асбеста, слюды и зерен пустой породы основано на различии в скоростях витания и осуществляется пересечением под определенным углом равномерно распределенного потока струи воздуха. Скорость витания зависит от физических свойств транспортируемых продуктов, их плотности, состояния поверхности (гладкая, рваная), размеров, формы и петрографического состава частиц, образования вихреобразных воздушных потоков в зоне разделения; взаимного трения и столкновения частиц между собой и со стенками аппарата, неравномерности распределения скоростей воздушных потоков в камере и т.д. [3].

На рис. 1 представлены возможные варианты воздействия воздушного потока на частицу.

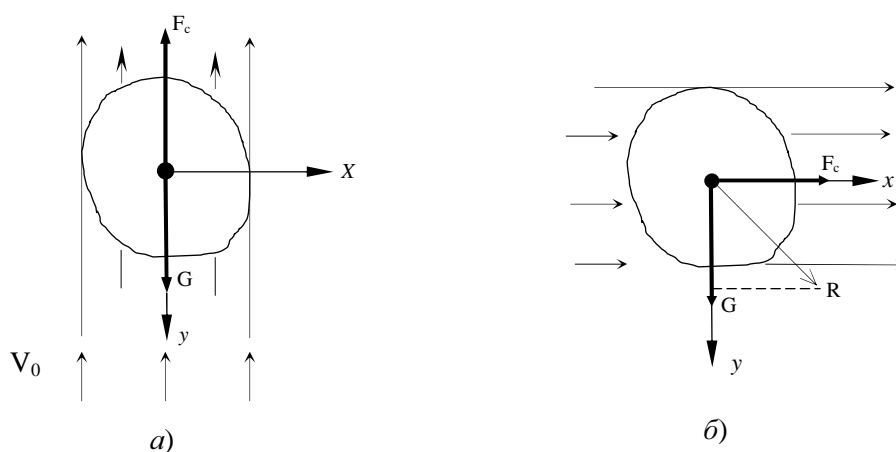


Рис. 1. Схема действия сил на частицу:

a) в восходящем потоке воздуха; *б)* в горизонтальном потоке воздуха.

Если частица движется в неподвижной воздушной среде (рис. 1а), то на нее действует сила тяжести ($m\vec{g}$) и сила сопротивления воздуха \vec{F}_C .

Принимая линейную зависимость силы от скорости движения частицы (согласно закону Стокса), векторную силу сопротивления можно представить в виде $\vec{F}_C = -\mu\vec{V}$, где μ – коэффициент пропорциональности, \vec{V} – вектор скорости частицы. При этом масса шарообразной частицы $m = \rho_x \cdot \frac{\pi d^3}{6}$, где ρ_x – плотность материала частицы, d – её диаметр. Коэффициент пропорциональности в выражении силы сопротивления можно

выразить по формуле [5]: $\mu = 3\pi\psi_{\text{A}}\rho_{\text{A}}d$, где ψ_{A} – кинематический коэффициент вязкости воздуха, ρ_{A} – его плотность. В частности, при нормальной температуре и атмосферном давлении $\psi_{\text{A}} = 14,9 \cdot 10^{-6}$ (м²/с), $\rho_{\text{A}} = 1,22$ (кг/м³), поэтому $\mu = 1,71 \cdot 10^{-4} \cdot d$ (кг/с).

Движение частицы в неподвижной воздушной среде под действием указанных сил в декартовых координатах описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} m \ddot{x} = -\mu \dot{x}, \\ m \ddot{y} = m g - \mu \dot{y} \end{cases} \quad (1)$$

(ось x – горизонтальна, y – направлена вертикально вниз, рис. 1).

Первое уравнение интегрируем методом разделения переменных:

$$\ddot{x} = -\frac{\mu}{m} \dot{x} \Rightarrow \frac{d\dot{x}}{dt} = -\frac{\mu}{m} \dot{x}. \text{ Следовательно, } \int \frac{d\dot{x}}{\dot{x}} = -\frac{\mu}{m} \int dt.$$

Интегрируя функции в левой и правой части полученного равенства, получим:

$\ln \dot{x} = -\frac{\mu}{m} t + C_1$, где C_1 – константа интегрирования, определяемая из начальных условий на проекцию скорости: $\dot{x} = V_{0x}$ при $t = 0$. Если при этом частица в начальный момент времени имела скорость V_B и составляла угол β с осью x , то $V_{0x} = V_B \cdot \cos \beta$.

Выразив \dot{x} из уравнения (2) с учетом начальных условий, получим $\ln \frac{\dot{x}}{V_{0x}} = -\frac{\mu}{m} t$,

откуда $\dot{x} = V_{0x} \cdot e^{-\frac{\mu}{m} t}$.

$$\dot{x} = V_B \cos \beta \cdot e^{-\frac{\mu}{m} t}. \quad (2)$$

Данное уравнение также интегрируем методом разделения переменных:

$\frac{dx}{dt} = V_{0x} \cdot e^{-\frac{\mu}{m} t} \Rightarrow \int dx = V_{0x} \int e^{-\frac{\mu}{m} t} dt$. После интегрирования получаем выражение

$x = V_{0x} \left(\frac{m}{\mu} \right) \cdot e^{-\frac{\mu}{m} t} + C_2$, где C_2 – константа интегрирования, определяемая из начальных

условий на координату: $x = x_0$ при $t = 0$. Таким образом, $C_2 = x_0 + \frac{m}{\mu} \cdot V_{0x}$, и следовательно

абсцисса частицы меняется согласно зависимости:

$$x = x_0 + V_B \cos \beta \cdot \frac{m}{\mu} \left(1 - e^{-\frac{\mu}{m} t} \right). \quad (3)$$

Для упрощений расчетов можно определить величины коэффициентов, входящих в полученные зависимости, в соответствии с приведенными выше значениями параметров:

$$\frac{\mu}{m} = 3,26 \cdot 10^{-4} \cdot d^{-2} \cdot \rho_{\times}^{-1}, \quad \frac{m}{\mu} = 3062 \rho_{\times} d^2.$$

Аналогично приведенным вычислениям проводим интегрирование второго уравнения системы (1): $\ddot{y} = g - \frac{\mu}{m} \dot{y} \Rightarrow \frac{d\dot{y}}{dt} = g - \frac{\mu}{m} \dot{y}$. Далее делим переменные и интегрируем:

$-\frac{m}{\mu} \ln\left(g - \frac{\mu}{m} \dot{y}\right) = t + C_3$, где C_3 – константа интегрирования, определяемая из начальных условий на проекцию скорости: $\dot{y} = V_{0y}$ при $t = 0$. При этом если частица в начальный момент времени имела скорость V_B , составляющую угол β с осью x , то $V_{0x} = V_B \cdot \sin \beta$.

С учетом начальных условий получим $t = -\frac{m}{\mu} \ln\left(\frac{g - \frac{\mu}{m} \dot{y}}{g - \frac{\mu}{m} V_B \sin \beta}\right)$, откуда

$$\dot{y} = \frac{m}{\mu} g \cdot \left(1 - e^{-\frac{\mu}{m} t}\right) + V_B \sin \beta \cdot e^{-\frac{\mu}{m} t}. \quad (4)$$

Разделяя переменные, интегрируем уравнение (4) и получаем результат:

$$y = \frac{m}{\mu} g t + \left(\frac{m}{\mu}\right)^2 g e^{-\frac{\mu}{m} t} - \frac{m}{\mu} V_B \sin \beta \cdot e^{-\frac{\mu}{m} t} + C_4,$$

где C_4 – константа интегрирования, определяемая из начальных условий на координату:

$y = y_0$ при $t = 0$. Ее значение $C_4 = y_0 - \left(\frac{m}{\mu}\right)^2 g + \left(\frac{m}{\mu}\right) V_B \sin \beta$. Таким образом,

$$y = y_0 + \left(\frac{m}{\mu}\right) g t + \left(V_B \sin \beta - \frac{m}{\mu} g\right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\mu}{m} t}\right), \quad (5)$$

что при отсутствии слагаемого, содержащего mg , совершенно аналогично выражению (3).

В случае если воздушная среда движется горизонтально с постоянной линейной скоростью $U = \text{const}$, сила сопротивления \vec{F}_C зависит от относительной скорости частицы $\vec{V}_r = \vec{V} - \vec{U}$, а ее проекция на ось x равна

$$F_{Cx} = -\mu V_{rx} = -\mu (\dot{x} - U).$$

Первое уравнение системы (1) будет содержать уже переносную скорость U :

$$m \ddot{x} = -\mu \dot{x} + \mu U \quad (1')$$

и становится линейным неоднородным. Его общее решение складывается из решения однородной его части $m \ddot{x} = -\mu \dot{x} \Rightarrow x_{i\bar{A}} = \tilde{N}_5 e^{-\frac{\mu}{m}t} + C_6$ и частного решения неоднородного уравнения $m \ddot{x} = -\mu \dot{x} + \mu U \Rightarrow x_i = U t$. Таким образом, решение уравнения имеет вид $x = x_{i\bar{A}} + x_i = \tilde{N}_5 e^{-\frac{\mu}{m}t} + C_6 + U t$, в котором C_5 и C_6 определяются из начальных условий: $V_{0x} = V_B \cos \beta$, $x = x_0$ при $t = 0$. После подстановки начальных условий в общее решение выразим произвольные постоянные C_5 и C_6 в виде:

$$C_5 = \frac{m}{\mu} (U - V_B \cos \beta), C_6 = x_0 - \frac{m}{\mu} (U - V_B \cos \beta).$$

Следовательно, если частица движется в потоке воздуха, движущегося с постоянной горизонтальной скоростью U , то ее абсцисса изменяется в соответствии с зависимостью:

$$x = x_0 + \frac{m}{\mu} (V_B \cos \beta - U) \left(1 - e^{-\frac{\mu}{m}t} \right) + U t. \quad (2')$$

Представленные закономерности, описывающие поведение частиц в воздушной среде, были использованы при составлении математической модели движения частиц во фрикционных сепараторах [1; 2]. В результате имитационного моделирования движения асбестосодержащих частиц было установлено, что использование потока с постоянной горизонтальной скоростью (рис. 1б) позволяет повысить степень извлечения асбеста, в сравнении с разделением частиц в неподвижной воздушной среде (рис. 1а).

Использование таких решений позволило разработать и усовершенствовать новую модель разделительного аппарата.

Список литературы

1. Ляпцев С.А. Математическое моделирование разделения частиц в барабанно-полочном фрикционном сепараторе // Изв. вузов. Горный журнал. – 1996. – № 7. – С. 147–150.
2. Матвеев Д.В. Компьютерные технологии при проектировании аппаратов фрикционного обогащения // Горное оборудование и электромеханика. – 2006. – № 10. – С. 22–24.
3. Потапов В.Я. Отбор и ранжирование значимых признаков для решения задач проектирования горного оборудования предварительного обогащения / В.Я. Потапов, В.В. Потапов, В.А. Троп // Изв. вузов. Горный журнал. – 2010. – № 4. – С. 119–121.

4. Практика обогащения асбестовых руд / под ред. Ф.П. Софронова. – М. : Недра, 1975. – 224 с.
5. Смолдырев А.Е. Трубопроводный транспорт. – М. : Недра, 1980. – С. 27.

Рецензенты:

Ошкордин О.В., д.т.н., профессор, проректор по связям с общественностью и международным отношениям Уральского государственного экономического университета Министерства образования и науки РФ, г. Екатеринбург.

Кожушко Г.Г., д.т.н., профессор, зав. кафедрой подъемно-транспортных машин и роботов ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина» Министерства образования и науки РФ, г. Екатеринбург.