

МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СЛОЯ ГОЛОЛЕДА С АСФАЛЬТОРЕЗИНОВЫМ ДОРОЖНЫМ ПОКРЫТИЕМ

Моисеев В.И.¹, Козин Г.Л.¹, Старостин Г.И.²

¹ ГБОУ Сибирский государственный технологический университет, Красноярск, Россия (66049, г. Красноярск, пр. Мира, 82), mvi@khp.k.ru, pts@sibstu.kts.ru

² ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет», Красноярск, Россия (660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 82), gs47@mail.ru

Предлагается структурная модель для описания взаимодействия слоя льда с асфальторезиновым дорожным покрытием под действием давления от колеса автомобиля. На ее основе в зоне пятна контакта методом осреднения решена задача об определении напряженно-деформированного состояния как отдельных элементов (асфальт, частицы резины, лед), так и композиции в целом. Для оценки прочности материалов элементов использован критерий прочности Баландина. Приведены результаты расчетов предельных напряжений в элементах в зависимости от давления колеса, значений жесткостных и прочностных характеристик и объемного соотношения асфальта и резины. Установлено, что наиболее напряженными являются элементы льда, контактирующие с элементами асфальта; при значениях давлений, соответствующих весу реальных легковых и грузовых автомобилей, эти элементы льда разрушаются. Сделан вывод, что наличие резиновой крошки вызывает концентрацию напряжений в слое льда на дорожном покрытии при наезде колес проходящего транспорта, что приводит к его разрушению.

Ключевые слова: дорожное покрытие, асфальторезина, гололед, модель, разрушение.

THE MODEL OF THE INTERACTION LAYER OF ICE WITH BITUMINOUS RUBBER MACADAM PAVEMENT

Moiseyev V.I.¹, Kozinov G.L.¹, Starostin G.I.²

¹ SBEI HPE STU, Krasnoyarsk, Russia (660049, Krasnoyarsk, prospect Mira, 82) mvi@khp.k.ru, pts@sibstu.kts.ru

² FSAEI HPE SFU, Krasnoyarsk, Russia (660000, Krasnoyarsk, prospect Svobodny, 82) gs47@mail.ru

Suggested structural model for the description of interaction layer of ice with a rubber asphalt road surface under the action of pressure from the wheel of a car. On its basis in the zone of the contact spot method of averaging solved the problem on the determination of the stress-strain state as of individual elements (asphalt, rubber particles, the ice), and the composition as a whole. For evaluation of strength of materials of elements used the criterion of strength Balandina. Presents the results of calculations of the limiting stresses in elements depending on the pressure of the wheel, the values of rigidity and so on-quarters of the characteristics and volume of the ratio of asphalt and rubber. It is established, that the most intense are the elements of the ice, wetted parts with elements of asphalt; if the pressure of the corresponding weight of real cars and trucks, these elements ice destroyed. The conclusion is made that the presence of rubber crumb causes the concentration of stresses in a layer of ice on the dearer-coverage from hitting wheels passing transport, which leads to its destruction.

Key words: asphalt rubber, ice, model, destruction.

Перспективным направлением в дорожном строительстве последних лет является использование резиновой крошки в качестве наполнителя асфальтобетона. Такая технология снижает стоимость дорожного полотна, а также способствует решению проблемы утилизации изношенных автомобильных шин [4; 5]. Кроме того, опыт эксплуатации выявил ряд положительных свойств асфальторезинового покрытия: повышенную износо- и морозостойкость, увеличение срока службы, снижение шумообразования, сокращение тормозного пути [6].

Целью данной работы является исследование антигололёдных свойств асфальторезины, а именно возможности разрушения корки льда, образующейся при гололеде, под воздействием колес проезжающего автотранспорта.

1. Рассмотрим зону пятна контакта колеса с дорожным асфальторезиновым покрытием, на поверхности которого имеется слой льда. Размеры пятна значительно превосходят размеры частиц резины, прослоек асфальта между ними и толщину ледяного слоя. В силу этого при оценке напряженно-деформированного состояния в зоне пятна давления для системы «асфальторезина – лед» будем считать справедливыми следующие предположения:

1) частицы резины не имеют преимущественных размеров, а их размещение в асфальторезине является в среднем однородным;

2) толщина льда не превосходит средний линейный размер характерного объема асфальторезины;

3) материалы структурных элементов (резины, асфальта, льда) являются изотропными и упругими;

4) давление колеса p на пятне контакта постоянно;

5) поля напряжений и деформаций во всех структурных элементах однородны;

б) до разрушения структурные элементы деформируются совместно без отрывов.

В соответствии со сделанными предположениями можно считать, что в зоне пятна контакта с колесом система «асфальторезина – лед» ведет себя как представительный объем, расчетная схема которого показана на рис. 1.

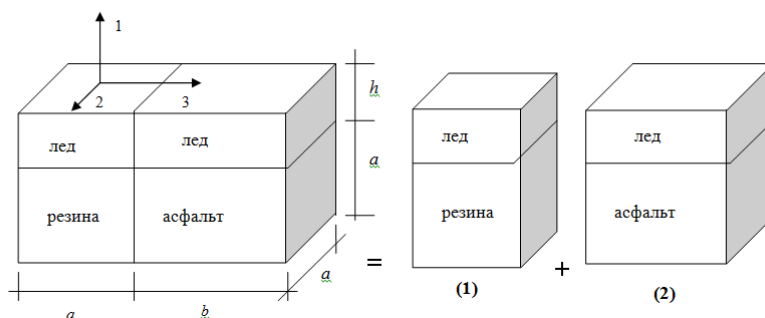


Рис. 1. Расчетная схема представительного объема системы «асфальторезина – слой льда»:

(1) – фрагмент «резина – лед»; (2) – фрагмент «асфальт – лед».

Согласно предположению об однородности физических полей далее под напряжениями и деформациями понимаем их средние значения. Выделим в представительном объеме два фрагмента: «резина – лед» (1) и «асфальт – лед» (2).

Обозначим:

$\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12}$ – средние напряжения в представительном объеме;

$\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{12}$ – средние деформации в представительном объеме;

$\sigma_{11}^t, \sigma_{22}^t, \sigma_{33}^t, \sigma_{23}^t, \sigma_{13}^t, \sigma_{12}^t$ – средние напряжения в объеме t ;

$\varepsilon_{11}^t, \varepsilon_{22}^t, \varepsilon_{33}^t, \varepsilon_{23}^t, \varepsilon_{13}^t, \varepsilon_{12}^t$ – средние деформации в том же объеме.

Здесь верхний индекс следующим образом указывает на объем, по которому произведено осреднение:

$t=p$ – частица резины;

$t=a$ – элемент асфальта;

$t=l1$ – элемента льда, контактирующего с частицей резины;

$t=l2$ – элемента льда, контактирующего с элементом асфальта;

$t=(1)$ – фрагмент (1) «резина – лед»;

$t=(2)$ – фрагмент (2) «асфальт – лед».

Введем также матрицы напряжений и деформаций:

$$\{\sigma_{ij}\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12}\}^T, \quad \{\varepsilon_{ij}\} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{12}\}^T,$$

$$\{\sigma_{ij}^t\} = \{\sigma_{11}^t, \sigma_{22}^t, \sigma_{33}^t, \sigma_{23}^t, \sigma_{13}^t, \sigma_{12}^t\}^T, \quad \{\varepsilon_{ij}^t\} = \{\varepsilon_{11}^t, \varepsilon_{22}^t, \varepsilon_{33}^t, \varepsilon_{23}^t, \varepsilon_{13}^t, \varepsilon_{12}^t\}^T,$$

где индекс "T" обозначает операцию транспонирования.

Поставим задачу: найти зависимости напряжений в структурных элементах (микронапряжения) $\{\sigma_{ij}^p\}$, $\{\sigma_{ij}^a\}$, $\{\sigma_{ij}^{l1}\}$, $\{\sigma_{ij}^{l2}\}$ от давления колеса p .

Выделим в представительном объеме два уровня осреднения: на первом осреднение проводим по каждому из фрагментов (1) и (2), рассматривая их как двухкомпонентные среды «резина – лед» и «асфальт – лед»; на втором осреднение проводим по всему представительному элементу, рассматривая его как двухкомпонентную среду, состоящую из фрагментов (1) и (2). При поведении осреднения на каждом уровне используем идею метода осреднения, предложенную в [1] для двухкомпонентной среды.

2. Рассмотрим процедуру осреднения для фрагментов (1) и (2). Условия равновесия и совместности деформаций льда и резины во фрагменте (1) запишем в виде:

$$\begin{cases} \sigma_{22}^{(1)} = \xi \sigma_{22}^{n1} + (1 - \xi) \sigma_{22}^p, & \sigma_{11}^{(1)} = \sigma_{11}^{n1} = \sigma_{11}^p, \\ \sigma_{33}^{(1)} = \xi \sigma_{33}^{n1} + (1 - \xi) \sigma_{33}^p, & \sigma_{13}^{(1)} = \sigma_{13}^{n1} = \sigma_{13}^p, \\ \sigma_{23}^{(1)} = \xi \sigma_{23}^{n1} + (1 - \xi) \sigma_{23}^p, & \sigma_{12}^{(1)} = \sigma_{12}^{n1} = \sigma_{12}^p, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{11}^{(1)} = \xi \varepsilon_{11}^{n1} + (1 - \xi) \varepsilon_{11}^p, & \varepsilon_{22}^{(1)} = \varepsilon_{22}^{n1} = \varepsilon_{22}^p, \\ \varepsilon_{13}^{(1)} = \xi \varepsilon_{13}^{n1} + (1 - \xi) \varepsilon_{13}^p, & \varepsilon_{33}^{(1)} = \varepsilon_{33}^{n1} = \varepsilon_{33}^p, \\ \varepsilon_{12}^{(1)} = \xi \varepsilon_{12}^{n1} + (1 - \xi) \varepsilon_{12}^p, & \varepsilon_{23}^{(1)} = \varepsilon_{23}^{n1} = \varepsilon_{23}^p. \end{cases} \quad (2)$$

$$\xi = \frac{\delta}{1 + \delta}, \quad \delta = \frac{h}{a}.$$

Здесь параметр ξ – относительное объемное содержание льда в каждом из структурных элементов (1) и (2).

Приведенные уравнения отражают правило смеси: вклад компонента пропорционален его объемной доле; при этом уравнения, стоящие в первых столбцах систем (1) и (2), соответствуют осреднению по Рейсу, а во вторых – по Фойхту [2; 7].

В соответствии с принятыми предположениями уравнения состояния материалов льда и резины имеют вид:

$$\begin{cases} \varepsilon_{11}^{n1} = \frac{1}{E^n} \sigma_{11}^{n1} - \frac{\nu^n}{E^n} \sigma_{22}^{n1} - \frac{\nu^n}{E^n} \sigma_{33}^{n1}, & \varepsilon_{23}^{n1} = \frac{1}{G^n} \sigma_{23}^{n1}, \\ \varepsilon_{22}^{n1} = \frac{1}{E^n} \sigma_{22}^{n1} - \frac{\nu^n}{E^n} \sigma_{11}^{n1} - \frac{\nu^n}{E^n} \sigma_{33}^{n1}, & \varepsilon_{13}^{n1} = \frac{1}{G^n} \sigma_{13}^{n1}, \\ \varepsilon_{33}^{n1} = \frac{1}{E^n} \sigma_{33}^{n1} - \frac{\nu^n}{E^n} \sigma_{11}^{n1} - \frac{\nu^n}{E^n} \sigma_{22}^{n1}, & \varepsilon_{12}^{n1} = \frac{1}{G^n} \sigma_{12}^{n1}. \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{11}^p = \frac{1}{E^p} \sigma_{11}^p - \frac{\nu^p}{E^p} \sigma_{22}^p - \frac{\nu^p}{E^p} \sigma_{33}^p, & \varepsilon_{23}^p = \frac{1}{G^p} \sigma_{23}^p, \\ \varepsilon_{22}^p = \frac{1}{E^p} \sigma_{22}^p - \frac{\nu^p}{E^p} \sigma_{11}^p - \frac{\nu^p}{E^p} \sigma_{33}^p, & \varepsilon_{13}^p = \frac{1}{G^p} \sigma_{13}^p, \\ \varepsilon_{33}^p = \frac{1}{E^p} \sigma_{33}^p - \frac{\nu^p}{E^p} \sigma_{11}^p - \frac{\nu^p}{E^p} \sigma_{22}^p, & \varepsilon_{12}^p = \frac{1}{G^p} \sigma_{12}^p. \end{cases} \quad (4)$$

где E – модуль Юнга, G – модуль сдвига, ν – коэффициент Пуассона льда (n) и резины (p).

Используя уравнения (1) – (4), выразим напряжения в элементах льда $\{\sigma_{ij}^{n1}\}$ и резины $\{\sigma_{ij}^p\}$ через напряжения $\{\sigma_{ij}^{(1)}\}$, действующие на фрагмент (1) в целом, в виде

$$\{\sigma_{ij}^{n1}\} = [P^{n1}] \{\sigma_{ij}^{(1)}\}, \quad \{\sigma_{ij}^p\} = [P^p] \{\sigma_{ij}^{(1)}\}, \quad (5)$$

где матрицы $[P^{n1}]$ и $[P^p]$ имеют вид:

$$[P^{n1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_{21}^{n1} & p_{22}^{n1} & p_{23}^{n1} & 0 & 0 & 0 \\ p_{31}^{n1} & p_{32}^{n1} & p_{33}^{n1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44}^{n1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad [P^p] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_{21}^p & p_{22}^p & p_{23}^p & 0 & 0 & 0 \\ p_{31}^p & p_{32}^p & p_{33}^p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44}^p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} p_{21}^{n1} = p_{31}^{n1} &= \frac{B_1}{A_1 + A_2}, & p_{21}^p = p_{31}^p &= \frac{-\xi B_1}{(1-\xi)(A_1 + A_2)}, & A_1 &= \frac{1}{E^n} + \frac{\xi}{(1-\xi)E^p}, \\ p_{22}^{n1} = p_{33}^{n1} &= \frac{(A_1 + \nu^p A_2)B_2}{A_1^2 - A_2^2}, & p_{22}^p = p_{33}^p &= \frac{1}{1-\xi} - \frac{\xi(A_1 + \nu^p A_2)B_2}{(1-\xi)(A_1^2 - A_2^2)}, & A_2 &= -\frac{\nu^n}{E^n} - \frac{\xi \nu^p}{(1-\xi)E^p}, \\ p_{23}^{n1} = p_{32}^{n1} &= -\frac{(\nu^p A_1 + A_2)B_2}{A_1^2 - A_2^2}, & p_{23}^p = p_{32}^p &= \frac{\xi(\nu^p A_1 + A_2)B_2}{(1-\xi)(A_1^2 - A_2^2)}, & B_1 &= \frac{\nu^n}{E^n} - \frac{\nu^p}{E^p}, \\ p_{44}^{n1} &= \frac{G^n}{\zeta G^n + (1-\zeta)G^p}, & p_{44}^p &= \frac{G^p}{\zeta G^n + (1-\zeta)G^p}, & B_2 &= \frac{1}{(1-\xi)E^p}. \end{aligned}$$

Далее, исключив из уравнений (1) – (4) компоненты напряжений и деформаций в элементах льда и резины, получим эффективное уравнение состояния двухкомпонентного фрагмента (1):

$$\{\varepsilon_{ij}^{(1)}\} = [S^{(1)}] \{\sigma_{ij}^{(1)}\}. \quad (7)$$

Здесь матрица податливостей имеет вид:

$$[S^{(1)}] = \begin{bmatrix} s_{11}^{(1)} & s_{12}^{(1)} & s_{13}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ s_{21}^{(1)} & s_{22}^{(1)} & s_{23}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ s_{31}^{(1)} & s_{32}^{(1)} & s_{33}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^{(1)} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} s_{11}^{(1)} &= \frac{\xi}{E^n} + \frac{1-\xi}{E^p} + 2 \left(\frac{\xi \nu^p}{(1-\xi)E^p} - \frac{\nu^n}{E^n} \right) \frac{B_1}{A_1 + A_2}, & s_{12}^{(1)} = s_{13}^{(1)} &= -\frac{\nu^p}{E^p} - \frac{\xi(1-\nu^p)B_1 B_2}{A_1 + A_2}, \\ s_{22}^{(1)} = s_{33}^{(1)} &= B_2 - \frac{\xi B_2^2}{A_1^2 - A_2^2} ((1 + (\nu^p)^2)A_1 + 2\nu^p A_2), & s_{21}^{(1)} = s_{31}^{(1)} &= -\frac{\nu^p}{E^p} - \frac{\xi(1-\nu^p)B_1^2}{A_1 + A_2}, \\ s_{23}^{(1)} = s_{32}^{(1)} &= -\nu^p B_2 + \frac{\xi B_2^2}{A_1^2 - A_2^2} (2\nu^p A_1 + (1 + (\nu^p)^2)A_2), \\ s_{44}^{(1)} &= \frac{1}{\zeta G^n + (1-\zeta)G^p}, & s_{55}^{(1)} = s_{66}^{(1)} &= \frac{\xi}{G^n} + \frac{1-\xi}{G^p}. \end{aligned}$$

Для напряжений и деформаций в элементах асфальта и льда во фрагменте (2) справедливы такие же уравнения, как и (1) – (4) для резины и льда во фрагменте (1). Поэтому их можно получить, если в (1) – (4) заменить индексы величин по схеме:

$$(1) \rightarrow (2), \quad l1 \rightarrow l2, \quad p \rightarrow a.$$

Как следствие, из (5) получаем зависимости напряжений в элементах асфальта $\{\sigma_{ij}^a\}$ и льда $\{\sigma_{ij}^{l2}\}$ через напряжения $\{\sigma_{ij}^{(2)}\}$, действующие на фрагмент (2) в целом, в виде

$$\begin{aligned} \{\sigma_{ij}^{l2}\} &= [P^{l2}] \{\sigma_{ij}^{(2)}\}, \\ \{\sigma_{ij}^a\} &= [P^a] \{\sigma_{ij}^{(2)}\}, \end{aligned} \quad (9)$$

а из (4.7) – эффективное уравнение состояния двухкомпонентного фрагмента (2):

$$\{\varepsilon_{ij}^{(2)}\} = [S^{(2)}] \{\sigma_{ij}^{(2)}\}. \quad (10)$$

3. Для представительного объема как двухкомпонентной среды, состоящей из фрагментов (1) и (2), справедливы уравнения равновесия и совместности деформаций:

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \rho \sigma_{11}^{(1)} + (1 - \rho) \sigma_{11}^{(2)}, & \sigma_{33} = \sigma_{33}^{(1)} = \sigma_{33}^{(2)}, \\ \sigma_{22} = \rho \sigma_{22}^{(1)} + (1 - \rho) \sigma_{22}^{(2)}, & \sigma_{23} = \sigma_{23}^{(1)} = \sigma_{23}^{(2)}, \\ \sigma_{12} = \rho \sigma_{12}^{(1)} + (1 - \rho) \sigma_{12}^{(2)}, & \sigma_{13} = \sigma_{13}^{(1)} = \sigma_{13}^{(2)}, \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{33} = \rho \varepsilon_{33}^{(1)} + (1 - \rho) \varepsilon_{33}^{(2)}, & \varepsilon_{11} = \varepsilon_{11}^{(1)} = \varepsilon_{11}^{(2)}, \\ \varepsilon_{23} = \rho \varepsilon_{23}^{(1)} + (1 - \rho) \varepsilon_{23}^{(2)}, & \varepsilon_{22} = \varepsilon_{22}^{(1)} = \varepsilon_{22}^{(2)}, \\ \varepsilon_{13} = \rho \varepsilon_{13}^{(1)} + (1 - \rho) \varepsilon_{13}^{(2)}, & \varepsilon_{12} = \varepsilon_{12}^{(1)} = \varepsilon_{12}^{(2)}. \end{cases} \quad (12)$$

где ρ – относительное объемное содержание резины в асфальторезине, определяемое как

$$\rho = \frac{a}{a + b}.$$

Из уравнений (7), (10) – (12) выразим напряжения $\{\sigma_{ij}^{(1)}\}$, $\{\sigma_{ij}^{(2)}\}$ во фрагментах (1) и (2) через напряжения $\{\sigma_{ij}\}$, действующие на представительный объем в целом, в виде

$$\begin{aligned} \{\sigma_{ij}^{(1)}\} &= [P^{(1)}] \{\sigma_{ij}\}, \\ \{\sigma_{ij}^{(2)}\} &= [P^{(2)}] \{\sigma_{ij}\}, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$[P^{(1)}] = \begin{bmatrix} p_{11}^{(1)} & p_{12}^{(1)} & p_{13}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ p_{21}^{(1)} & p_{22}^{(1)} & p_{23}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{66}^{(1)} \end{bmatrix}, \quad [P^{(2)}] = \begin{bmatrix} p_{11}^{(2)} & p_{12}^{(2)} & p_{13}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\ p_{21}^{(2)} & p_{22}^{(2)} & p_{23}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{66}^{(2)} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

$$p_{1j}^{(1)} = \frac{1}{\Delta} (a_{22}b_{1j} - a_{12}b_{2j}), \quad p_{2j}^{(1)} = \frac{1}{\Delta} (a_{11}b_{2j} - a_{21}b_{1j}), \quad p_{ij}^{(2)} = \frac{1}{1-\rho} (\delta_{ij} - p_{ij}^{(1)}), \quad i=1,2, \quad j=1,2,3,$$

$$p_{66}^{(1)} = \frac{s_{66}^{(2)}}{\rho s_{66}^{(2)} + (1+\rho)s_{66}^{(1)}}, \quad p_{66}^{(2)} = \frac{s_{66}^{(1)}}{\rho s_{66}^{(2)} + (1+\rho)s_{66}^{(1)}},$$

$$a_{i1} = s_{i1}^{(1)} + \frac{\rho}{1-\rho} s_{i1}^{(2)}, \quad a_{i2} = s_{i2}^{(1)} + \frac{\rho}{1-\rho} s_{i2}^{(2)}, \quad b_{ij} = \frac{1}{1-\rho} (\delta_{1j} + \delta_{2j}) s_{ij}^{(2)} + \delta_{3j} (s_{i3}^{(2)} - s_{i3}^{(1)})$$

δ_{ij} – символ Кронекера.

Далее с помощью (13) исключаем из уравнений (7), (10) – (12) компоненты напряжений и деформаций во фрагментах (1) и (2), получим эффективное уравнение состояния материала представительного объема:

$$\{\varepsilon_{ij}\} = [S] \{\sigma_{ij}\}. \quad (15)$$

Здесь матрица податливостей имеет вид:

$$[S] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & 0 \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

где

$$s_{1j} = s_{11}^{(2)} p_{1j}^{(2)} + s_{12}^{(2)} p_{2j}^{(2)} + \delta_{3j} p_{13}, \quad s_{2j} = s_{21}^{(2)} p_{1j}^{(2)} + s_{22}^{(2)} p_{2j}^{(2)} + \delta_{3j} p_{23}, \quad j=1, 2, 3,$$

$$s_{3j} = \rho (s_{31}^{(1)} p_{1j}^{(1)} + s_{32}^{(1)} p_{2j}^{(1)} + \delta_{3j} p_{33}^{(1)}) + (1-\rho) (s_{31}^{(2)} p_{1j}^{(2)} + s_{32}^{(2)} p_{2j}^{(2)} + \delta_{3j} p_{33}^{(2)}),$$

$$s_{44} = \rho s_{44}^{(1)} + (1-\rho) s_{44}^{(2)}, \quad s_{55} = \rho s_{55}^{(1)} + (1-\rho) s_{55}^{(2)}$$

$$s_{66} = \frac{s_{66}^{(1)} s_{66}^{(2)}}{\rho s_{66}^{(1)} + (1-\rho) s_{66}^{(2)}}.$$

4. Будем считать, что в зоне пятна контакта в представительном объеме выполняются условия:

$$1) \sigma_{11} = -p, \quad \sigma_{12} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0,$$

где p – давление колеса автомобиля;

2) деформации в направлении осей координат 2 и 3 полностью стеснены:

$$\varepsilon_{22} = 0, \quad \varepsilon_{33} = 0.$$

При этих условиях из уравнения (15) находим:

$$\sigma_{22} = p_{21}p, \quad \sigma_{33} = p_{31}p,$$

где

$$p_{21} = \frac{s_{31}s_{23} - s_{21}s_{33}}{s_{22}s_{33} - s_{23}s_{32}}, \quad p_{31} = \frac{s_{21}s_{32} - s_{22}s_{31}}{s_{22}s_{33} - s_{23}s_{32}}.$$

Следовательно, матрица средних напряжений в представительном объеме имеет вид:

$$\{\sigma_{ij}\} = \{\sigma\} \cdot p. \quad (17)$$

где $\{\sigma\} = \{-1 \quad p_{21} \quad p_{31} \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T$.

В итоге согласно соотношениям (5), (9), (13) (17) напряжения в элементах льда, резины и асфальта связаны с давлением колеса в зоне пятна контакта соотношениями

$$\{\sigma_{ij}^{n1}\} = [P^{n1}][P^{(1)}]\{\sigma\}p, \quad \{\sigma_{ij}^{n2}\} = [P^{n2}][P^{(2)}]\{\sigma\}p, \quad (18)$$

$$\{\sigma_{ij}^p\} = [P^p][P^{(1)}]\{\sigma\}p, \quad \{\sigma_{ij}^a\} = [P^a][P^{(2)}]\{\sigma\}p.$$

Таким образом, поставленная задача решена.

5. Для оценки прочности материалов асфальта, резины и льда введем показатель напряжений:

$$f^k = \frac{1}{\sigma_k^+ \sigma_k^-} \left[(\sigma_{11}^k)^2 + (\sigma_{22}^k)^2 + (\sigma_{33}^k)^2 - \sigma_{11}^k \sigma_{22}^k - \sigma_{11}^k \sigma_{33}^k - \sigma_{22}^k \sigma_{33}^k + 3((\sigma_{12}^k)^2 + (\sigma_{13}^k)^2 + (\sigma_{23}^k)^2) + (\sigma_k^- - \sigma_k^+)(\sigma_{11}^k + \sigma_{22}^k + \sigma_{33}^k) \right] \quad (19)$$

где σ_k^\pm – предел прочности материала в структурном элементе k на растяжение (+) и сжатие (-); индекс k принимает значения: $l1, l2, p, a$.

Согласно критерию прочности Баландина [3] разрушение в материале происходит, если

$$|f^k| > 1.$$

Результаты расчетов величин f^k по формулам (18), (19) в зависимости от интенсивности наполнения асфальторезины ρ представлены на рис. 2. Для расчета приняты значения: $E^a = 500$ МПа, $E^p = 5$ МПа, $E^l = 5500$ МПа, $\nu^a = 0,3$, $\nu^p = 0,5$, $\nu^l = 0,35$, $\sigma_a^+ = 1,4$ МПа, $\sigma_a^- = 13$ МПа, $\sigma_p^+ = 14$ МПа, $\sigma_p^- = 2,5$ МПа, $\sigma_l^+ = 0,3$ МПа, $\sigma_l^- = 2,5$ МПа; толщина ледяного слоя $h = 3$ мм, линейный размер резиновой крошки $a = 8$ мм.

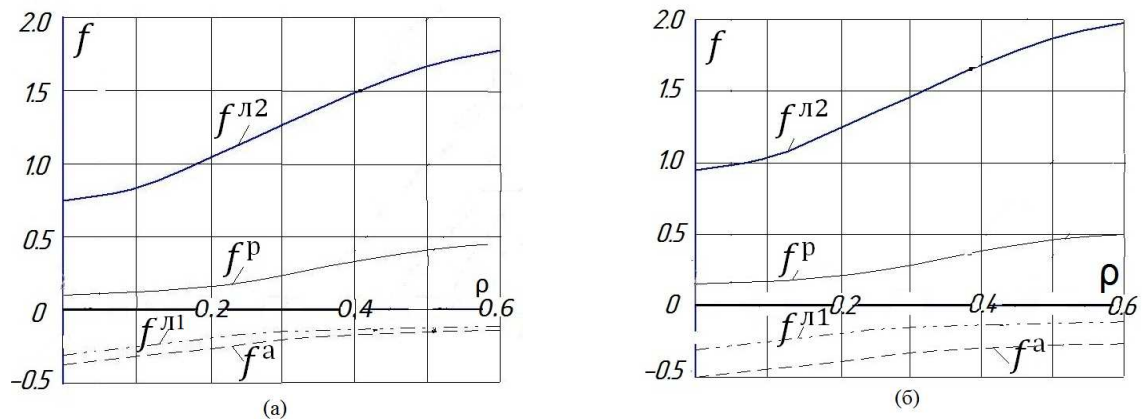


Рис. 2. Зависимость уровня напряжений f^k в элементах представительного объема системы «асфальторезина – лед» от объемного содержания резины ρ при действии давления колеса автомобиля p :

(а) – легковой автомобиль ($p=0,25$ МПа); (б) – грузовой автомобиль ($p=0,35$ МПа).

Из приведенных графиков видно, что при внешнем равномерном давлении уровни напряжений во фрагменте льда, контактирующем с частицей резины, и фрагменте льда, контактирующем с элементом асфальта, различаются, причем во втором он значительно выше. Если объемное содержание резины $\rho \geq 0,168$, то при значении давления, соответствующего весу легкового автомобиля, уровень напряжений в этом фрагменте превышает критическое значение, что означает его разрушение; давление колеса грузового автомобиля вызовет аналогичное разрушение льда, если $\rho \geq 0,078$.

Таким образом, введение резиновой крошки в асфальт вызывает значительное перераспределение напряжений в гололедном слое на поверхности дорожного полотна, что приводит к разрушению льда под воздействием колес проходящего транспорта.

Список литературы

1. Болотина К.С. Механические и теплофизические характеристики слоистого материала // Изв. вузов: Машиностроение. – 1966. – № 12. – С. 23-28.
2. Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. – М. : Машиностроение, 1980. – 375 с.
3. Гольденблат И.И., Копнов В.А. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов. – М. : Машиностроение, 1968. – 191 с.

4. Горельшев Н.В. Асфальтобетон и другие битумоминеральные материалы. – Можайск : Terra, 1995. – 175 с.
5. Ищенко И.С., Калашникова Т.Н., Семенов Д.А. Технология устройства и ремонта асфальтобетонных покрытий. – М. : АИРАРТ, 2001. – 171 с.
6. Пермяков В.Б. Эффективность уплотнения асфальтобетонных смесей в дорожных покрытиях // Строительные материалы. – 2005. – № 10. – С. 8-10.
7. Hashin Z. Analysis of composite materials // Journ. of Appl. Mech. – 1983. – Vol. 50. – P. 481-505.

Рецензенты

Кошур Владимир Дмитриевич, доктор физико-математических наук, профессор, зав. лабораторией вычислительного эксперимента, профессор кафедры вычислительной техники, Институт космических и информационных технологий, ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет», г. Красноярск.

Лозовой Владимир Андреевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой технологии и оборудования лесозаготовок Сибирского государственного технологического университета, г. Красноярск.