УДК 519.711.3

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ И ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ ПО ПЕЛЕНГОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

Пюннинен С. А.

ГОУ ВПО «Северо-Западный государственный заочный технический университет», Санкт-Петербург, Россия (199106, г. СПб, В.О.,21 линия, дом 2), e-mail: pyunninen@gmail.com

В данной работе автором предложен метод, позволяющий повысить точность определения параметров нелинейно движущихся объектов с использованием только угломерной информации. Предложенный метод относится к классу геометрических методов и обладает значительной вычислительной простотой по сравнению с иными методами. Метод разработан с учетом основных факторов, препятствующих решению задачи, и ориентирован на учет нелинейного движения наблюдаемого объекта. В основу метода положено нахождение функции координат объекта от времени. Это позволяет перейти от сложившейся практики непосредственного определения параметров движения к нахождению функции траектории произвольного вида, оптимально аппроксимирующей результаты дискретных наблюдений. Применение системы ортогональных полиномов Чебышева позволяет вести наблюдения за объектом на равномерной временной сетке, что значительно упрощает режим наблюдения.

Ключевые слова: траекторный анализ, аппроксимация, нелинейное движение, пеленговая информация, параметры движения, ортогональные полиномы.

IMPROVING ACCURACY DETECTION OF COORDINATES AND MOTION PARAMETERS OF OBJECT USING BEARINGS INFORMATION

Pyunninen S. A.

Public Educational Institution of Higher Professional Training Severo-Zapadny gosudarstvenny zaochny tekhnichesky universitet, St. Petersburg, Russia (199106, SPb, Century. About., 21 line, house 2), e-mail: pyunninen@gmail.comhvarts

In this paper we propose a method to improve the accuracy of the nonlinear parameters of moving objects using bearings-only information. The proposed method belongs to a class of geometric methods and has considerable computational simplicity in comparison with other methods. The method was developed taking into account the main factors impeding the solution of the problem and focuses on the approach of the nonlinear motion of the observed object. The method based on finding the function of the coordinates of the object from time. This allows us to move from the current practice of direct determination of the motion parameters to find the trajectory of an arbitrary function of the form best approximates the results of discrete observations. The use of orthogonal Chebyshev polynomials allows observation of the object on a uniform time grid, which greatly simplifies the regime of observation.

Key words: Trajectory analysis, approximation, nonlinear movement, bearings-only information, movement parameters, orthogonal polynomials.

Введение

В задачах пеленгового сопровождения объектов построение траектории наблюдаемого объекта ведется, как правило, по неполным данным, с помощью методов математического моделирования [3, 4, 8]. Задача построения траектории – это задача восстановления функции по ограниченному числу данных наблюдения. При пассивном сопровождении маневрирующих объектов необходимо одновременно рассматривать аппроксимирующие функции различной сложности, моделирующие разные типы маневра.

На сегодняшний день существует несколько математических методов, пригодных для реализации указанных алгоритмов, при этом каждый из них обладает рядом существенных ограничений, что сильно усложняет их практическую реализацию [6, 1, 2].

Применение методов системного анализа позволило нам сформулировать новую постановку задачи определения КПДО для нелинейно движущихся объектов, позволяющую снять большую часть приведенных ограничений.

В основу постановки задачи положено нахождение функции координат объекта от времени. Это позволяет перейти от сложившейся практики непосредственного определения параметров движения к нахождению функции траектории произвольного вида, оптимально аппроксимирующей результаты дискретных наблюдений.

Очевидно, что любые кинематические параметры движения объекта, являющиеся по сути производными функциями координат от времени, могут быть легко получены из данной функции.

Постановка задачи

Условия задачи подразумевают, что объект наблюдения (ОН) движется в двумерном пространстве по гладкой траектории. Траектория движения объекта представляет собой функцию вектора координат от времени и заключает в себе всю полноту информации о положении, параметрах и характере движения наблюдаемого объекта.

Наблюдатель, осуществляющий слежение за объектом, движется по гладкой траектории, также представляющей собой функцию вектора координат от времени. Данную функцию будем полагать известной и адекватной реальным положению и параметрам движения наблюдателя.

В дискретные моменты времени t_i, выбранные на равномерной сетке с началом координат t_0 и шагом Δt, наблюдатель осуществляет измерение угла пеленга на объект наблюдения P(t). Под углом пеленга понимается угол между направлением на север и направлением на объект наблюдения.

Наблюдение угла пеленга производится с некоторой ошибкой, называемой ошибкой измерений и считающейся распределенной по нормальному закону распределения [4].

Необходимо по данным наблюдения восстановить траекторию движения цели с заданной точностью.

Анализ постановки задачи

Будем рассматривать координаты объекта наблюдения и поступающие в систему данные о результатах измерений пеленгов и координатах наблюдателя во времени.

Объект наблюдения движется непрерывно, в то время как наблюдения осуществляются дискретно. Тогда задача построения траектории объекта наблюдения представляет собой задачу построения функции, аппроксимирующей некие дискретные значения, полученные в результате обработки наблюдений.

Следует заметить, что мы не имеем возможности наблюдать координаты движущегося объекта непосредственно, а регистрируем лишь углы пеленга, являющиеся функцией одновременно координат наблюдателя и наблюдаемого объекта.

В математическом смысле данная задача представляет собой задачу восстановления функции по ограниченному числу данных наблюдения.

Для решения этой задачи требуется ввести функцию, реализующую связь данных наблюдения с оцениваемыми параметрами.

В большинстве существующих методов в качестве математической модели, определяющей данную связь, используются уравнения кинематики, а рассматриваемые в них кинематические параметры существенно ограничивают множество моделей движения наблюдаемого объекта [5, 7].

При рассмотрении процесса движения как функции траектории кинематические параметры движения, выступающие в качестве производных, исключаются из процесса решения и не оказывают влияние на решение задачи.

В этой ситуации связь между данными наблюдения и состоянием наблюдаемой системы осуществляется посредством задания уравнения прямой, проходящей через позиции наблюдателя и ОН и являющейся линией пеленга (рисунок 1).

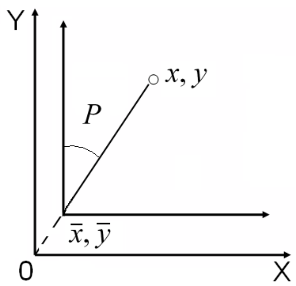

Рисунок 1. Определение линии пеленга на ОН,
$\bar{x}, \bar{y}$ – координаты наблюдателя, x, y – координаты ОН, P – угол пеленга на ОН

Уравнение прямой, в данном случае, имеет вид:

$$y_i - \bar{y}_i = k_i (x_i - \bar{x}_i), \quad 1)$$

где k_i – линейный угловой коэффициент.

Уравнение (1) является уравнением прямой, в практическом смысле представляющее собой уравнение линии пеленга на наблюдаемый объект.

Данное уравнение лежит в основе математической модели предложенного далее метода нахождения траектории объекта наблюдения.

Следующим шагом в построении математической модели будет выбор вида функции, максимально приближенно описывающей оцениваемые параметры.

Следует отметить, что функция траектории, в силу физической природы описываемого объекта, является гладкой и непрерывной. Для описания подобных функций в научной практике широко используются методы аппроксимации искомой функции полиномами.

Среди широкого семейства аппроксимирующих полиномов мы выбрали семейство ортогональных многочленов Чебышева, обладающие рядом важных для рассматриваемой задачи свойств.

Рассмотрение альтернативных систем ортогональных полиномов показало отсутствие существенного, с точки зрения оценки точности, различия в реализации предложенного метода на их основе.

Метод N-полиномов

Будем полагать, что наблюдатель движется по траектории, описываемой функциями $\overline{x} = \overline{x}(\tau),\ \overline{y} = \overline{y}(\tau)$.

Для нахождения функции траектории движения объекта построим аппроксимирующие функции координат от времени наблюдения $x = x(\tau),\ y = y(\tau)$, выражая их посредством линейную комбинацию ортогональных многочленов, например полиномов:

$$\begin{cases} x(\tau) = a_0 T_0(\tau) + a_1 T_1(\tau) + \ldots + a_n T_n(\tau) \\ y(\tau) = b_0 T_0(\tau) + b_1 T_1(\tau) + \ldots + b_n T_n(\tau), \end{cases} \qquad 2)$$

где:

$T_n(\tau)$ – полиномы Чебышева 1-го или 2-го рода [8], либо полиномы Лежандра;

$\tau \in [-1;1]$ – приведенное время наблюдения.

Сетку дискретизации для каждого из $i \in [1, m]$ измерений рассчитаем по формуле:

$$\tau_i = \frac{2t_i - t_1 - t_m}{t_m - t_1}, \qquad 3)$$

где:

t_i – время i – того наблюдения;

t_1 – время первого наблюдения;

t_m – время последнего наблюдения.

В ходе решения задачи мы получаем данные о положении наблюдаемого объекта в виде углов пеленга P_i, которые затем преобразуются в угловые коэффициенты k_i для уравнения (1) следующим образом:

$$k_i = tg\left(\frac{\pi}{2} - P_i\right) = ctg(P_i), \qquad 4)$$

В силу вычислительных особенностей тригонометрических функций присутствующий в данных наблюдения углов пеленга шум оказывает неравномерное воздействие на точность вычислений при различных значениях аргумента функции.

При этом максимальное искажение углового коэффициента происходит при углах наблюдения, близких к 90°.

Для минимизации влияния шумовых возмущений для каждого уравнения наблюдения будем осуществлять тождественное преобразование координат, поворачивающее базовую систему координат таким образом, чтобы углы наблюдения в новой системе координат были близки к 0°.

Для этого осуществим поворот координат на угол α, который будем выбирать таким образом, чтобы $\alpha = \pi / 2 - P_i$. При этом угловой коэффициент k_i в уравнении (1) примет вид:

$$k_{ai} = tg\left(\frac{\pi}{2} - (P_i + \alpha_i)\right) = ctg(P_i + \alpha_i) = ctg(\pi / 2) = 0, \qquad 5)$$

Запишем значения базовых координат объекта наблюдения в виде полярных координат:

$$\begin{cases} x_i = R\sin(P_i) \\ y_i = R\cos(P_i), \end{cases} \qquad 6)$$

где R_i – расстояние между наблюдателем и объектом наблюдения.

Запишем повернутые координаты объекта как:

$$\begin{cases} x_{ai} = R\sin(P_i + \alpha_i) \\ y_{ai} = R\cos(P_i + \alpha_i), \end{cases} \qquad 7)$$

Осуществим тождественное преобразование для системы (7):

$$\begin{cases} x_{ai} = R\sin(P_i)\cos(\alpha_i) + R\cos(P_i)\sin(\alpha_i) \\ y_{ai} = R\cos(P_i)\cos(\alpha_i) - R\sin(P_i)\sin(\alpha_i). \end{cases} \qquad 8)$$

Подставив (6) в (8), получим выражение, описывающее координаты объекта наблюдения в системе повернутых координат:

$$\begin{cases} x_{ai} = x_i\cos(\alpha_i) + y_i\sin(\alpha_i) \\ y_{ai} = y_i\cos(\alpha_i) - x_i\sin(\alpha_i). \end{cases} \qquad 9)$$

Аналогичные преобразования выполним и для координат наблюдателя.

Переписав уравнение (1) для повернутой системы координат и сгруппировав известные члены в правую часть, получим:

$$y_{ai} - k_{ai}x_{ai} = \overline{y}_{ai} - k_{ai}\overline{x}_{ai}. \qquad 10)$$

Учитывая (5) и подставив (9) в (10), получим:

$$y_i \cos(\alpha_i) - x_i \sin(\alpha_i) = \overline{y}_i \cos(\alpha_i) - \overline{x}_i \sin(\alpha_i). \qquad 11)$$

Обозначим $B_i = \cos(\alpha_i)$, $C_i = \sin(\alpha_i)$.

Для удобства запишем (11) как:

$$B_i y_i - C_i x_i = B_i \overline{y}_i - C_i \overline{x}_i. \qquad 12)$$

Подставив аппроксимирующие функции (2) в (12) для каждого из произведенных наблюдений, а затем, преобразовав полученную систему к матричному виду, получим матричное уравнение:

$$AX = F, \qquad 13)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} B_1 T_0(\tau_1) & \cdots & B_1 T_n(\tau_1) & -C_1 T_0(\tau_1) & \cdots & -C_1 T_n(\tau_1) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_m T_0(\tau_m) & \cdots & B_m T_n(\tau_m) & -C_m T_0(\tau_m) & \cdots & -C_m T_n(\tau_m) \end{pmatrix}; \qquad 14)$$

$$X = (b_0 \cdots b_n, a_0 \cdots a_n)^T; \qquad 15)$$

$$F = \begin{pmatrix} B_1 \overline{y}_1(\tau_1) - C_1 \overline{x}_1(\tau_1) \\ \vdots \\ B_m \overline{y}_m(\tau_m) - C_m \overline{x}_m(\tau_m) \end{pmatrix}. \qquad 16)$$

Здесь (14) представляет собой матрицу наблюдений, а (16) вектор столбец, содержащий координаты наблюдателя.

Решив систему (13) относительно X, мы найдем коэффициенты $b_0 \cdots b_n, a_0 \cdots a_n$.

Подставив найденные коэффициенты (2), мы получим искомые функции, определяющие траекторию движения объекта наблюдения.

Применение системы ортогональных полиномов Чебышева позволяет вести наблюдения за объектом на равномерной временной сетке, при этом количество измерений может превышать 2*n, где n – степень полинома, аппроксимирующего траекторию объекта.

В данном случае необходимо привести матрицу А к квадратному виду. Для решения данной задачи воспользуемся широко применяемым методом наименьших квадратов, который позволит осуществить дополнительную фильтрацию измерений. В результате система (13) примет вид:

$$A^T AX = A^T F. \tag{17}$$

Дальнейшее решение системы осуществляется аналогично решению системы (13).

Сравнительный анализ точности определение параметров движения для исследуемых методов

Далее приведем основные результаты сравнительного моделирования ошибки определения дистанции до наблюдаемого объекта по методу N-пеленгов и Методу N- полиномов.

На рисунках 2–5 представлены результаты для различных типов движения объекта наблюдения.

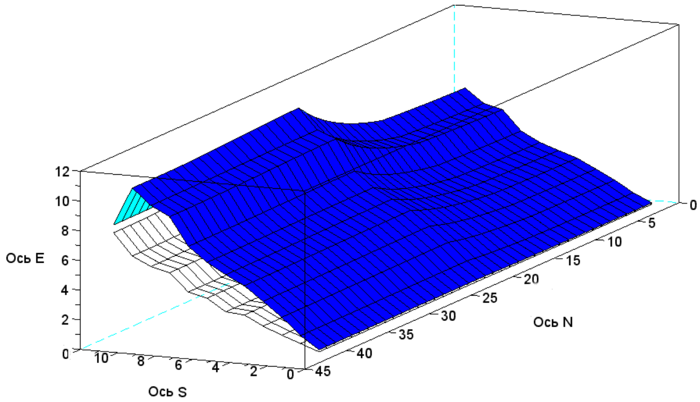

Рисунок 2. Ошибка определения дистанции до ОН при равномерном прямолинейном движении.
Заштрихованная поверхность – метод N-пеленгов; Каркасная поверхность – метод N-полиномов

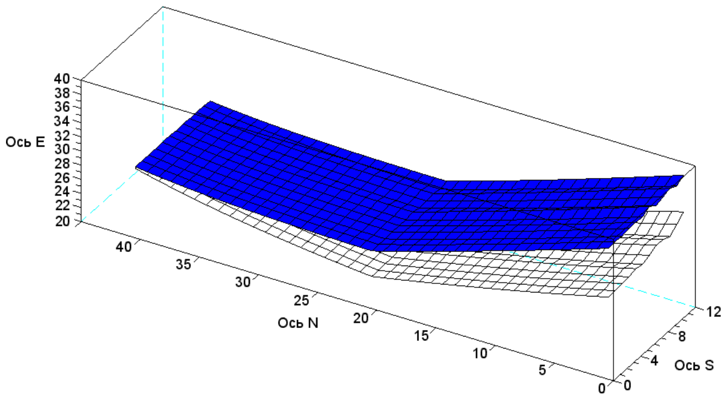

Рисунок 3. Ошибка определения дистанции до ОН при равноускоренном прямолинейном движении.

Заштрихованная поверхность – метод N-пеленгов; каркасная поверхность – метод N-полиномов

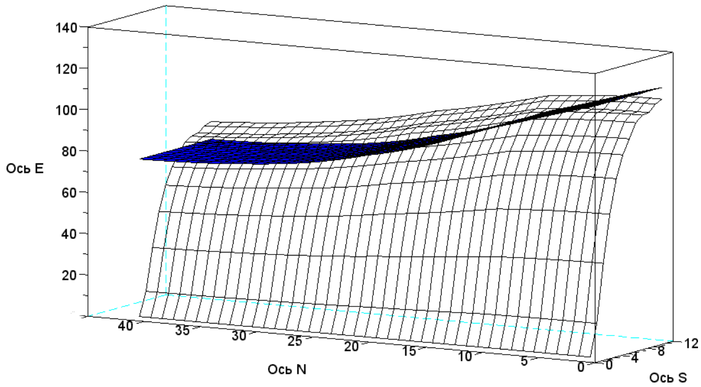

Рисунок 4. Ошибка определения дистанции до ОН при нелинейном движении.
Заштрихованная поверхность – метод N-пеленгов; каркасная поверхность – метод N-полиномов

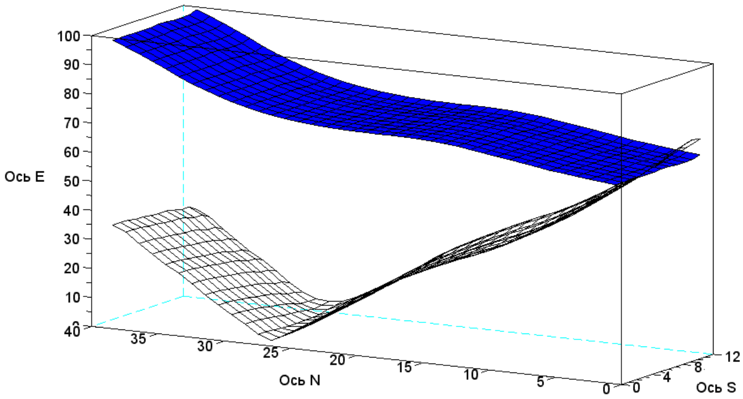

Рисунок 5. Ошибка определения дистанции до ОН при равномерном движении с изменением курса.
Заштрихованная поверхность – метод N-пеленгов; Каркасная поверхность – метод N-полиномов

Распределение осей на графиках 2–5:

Ось N – порядковый номер дискретного наблюдения;

Ось S – максимальный уровень шума при наблюдении угла пеленга (в угловых минутах);

Ось E – ошибка определения дистанции (в % от дальности до ОН).

Для каждого, представленного на графике типа движения, расчет произведен по данным серии из 1000 вычислительных экспериментов.

Параметры экспериментов: моделирование шума определения угла наблюдения по нормальному закону с макс. уровнем шума 60', время наблюдения – 600 с, период дискретных наблюдений 15 с, начальная дистанция до наблюдаемого объекта 3000 м.

Рис. 2 показывает практическую эквивалентность исследуемых методов для случая равномерного прямолинейного движения ОН. Из приведенных на рис. 3–5 графиков видно, существенное улучшение точности определения дистанции при использовании метода N-полиномов для нелинейно движущегося объекта.

Обсуждение результатов

В данной работе автором предложен метод, позволяющий повысить точность определения параметров нелинейно движущихся объектов с использованием только угломерной информации.

Предложенный метод относится к классу геометрических методов и обладает значительной вычислительной простотой по сравнению с методами другой природы. Метод разработан с учетом основных факторов, препятствующих решению задачи, и ориентирован на учет нелинейного движения наблюдаемого объекта.

Метод позволяет:

1) осуществлять адекватную оценку траекторий ОН различного уровня сложности, в том числе и нелинейных траекторий;

2) осуществлять последующий анализ таких параметров как: вектор скорости, ускорения, скорости изменения ускорения ОН, путем анализа продуцируемой ими функции координат ОН от времени;

3) осуществлять непрерывное решение, в не зависимости от параметров движения ОН;

4) формировать более точные оценки КПДО по сравнению с применяемым на практике методом N-пеленгов в случаях нелинейного движения наблюдаемого объекта.

Список литературы

1. Кудрявцев К. В. Исследование и разработка метода рационального определения параметров движения морских объектов по угломерной информации: дис. канд. техн. наук. – М., 2006. – 116 с.

2. Павлов Б. В. Современные методы навигации и управления движением: модели и методы обработки информации в задачах управления движением / Б. В. Павлов, Д. А. Гольдин// Общероссийский семинар «Проблемы управления» / Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН.– 2010. – № 3. – С. 79-82.

3. Xu B. An adaptive tracking algorithm for bearings-only maneuvering target / B. Xu, Z. Wang // IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security. – 2007. – Vol. 7. – № 1. – P. 304-312.

4. Hammel S. E. Optimal observer motion for localization with bearing measurements / S. E. Hammel, P. T. Liu, E. J. Hilliard, K. F. Gong. – Computers and Mathematics with Applications. – 1989. –№ 18 (1–3). – P. 171-180.

5. Landelle B. Robustness considerations for bearings-only tracking / B. Landelle / Information Fusion 11th International Conference on – France: Thales Optronique, Universite Paris-Sud, – 2008. – P. 8-15.

6. Li. R. Survey of maneuvering target tracking. part I. dynamic models. /R. Li, V.P. Jilkov/ Aerospace and Electronic Systems,– IEEE Transactions. –2004. –№ 39(4).– P. 1333–1364.

7. Middlebrook D. L. Bearings-only tracking automation for a single unmanned underwater vehicle: Thesis (S.M.) Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Mechanical Engineering. – 2007. – P. 134-141.

8. Sang J. S. Input estimation with multiple model for maneuvering target tracking / Sang Jin Shin, Taek Lyul Song // Control Engineering Practice, 2002.– Vol. 10. № 12. – P. 1385-1391.

Рецензенты:

Потапенко А. А., доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математики, ГОУ ВПО «Северо-Западный государственный заочный технический университет», г. Санкт-Петербург.

Федорцов А. Б., доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики, ГОУ ВПО «Северо-Западный государственный заочный технический университет», г. Санкт-Петербург.