УДК 621.01

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ НА ОСНОВЕ ИСХОДНОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

Косболов С.Б., Танжарикова Г.П., Рахматулина А.Б.

Казахский национальный университет им. К.И. Сатпаева, Алматы, Казахстан (050013, г. Алматы, ул. Байтурсынова, 122, угол ул. Сатпаева, ГУК), kosbolov@mail.ru

В данной работе изложены постановка и решение задачи синтеза пространственной исходной кинематической цепи (ИКЦ) со сферическими кинематическими парами и показано ее использование в качестве структурного модуля при структурно-кинематическом синтезе пространственных рычажных механизмов по заданным положениям входного и выходного звеньев.

Метод решения задачи синтеза ИКЦ со сферическими парами основан на введении двух подвижных тел, неизменно связанных с входным и выходным звеньями, и в отыскании круговых точек в относительном движении этих тел.

Такой подход к синтезу пространственных рычажных механизмов обеспечивает алгоритмизируемость структурно-кинематического синтеза механизмов, что очень важно для автоматизации проектирования пространственных механизмов.

В работе предложена разработка метода одновременно производящего и структурный, и кинематический синтез пространственных рычажных механизмов на основе ИКЦ для управления перемещения твердого тела по заданным положениям входного и выходного звеньев механизма. Кинематический синтез является одним из наиболее ответственных этапов в процессе проектирования механизма, поскольку именно на этом этапе формируются основные кинематические свойства, необходимые механизму для выполнения возложенных на него функций.

Ключевые слова: исходная кинематическая цепь, механизм, кинематические пары, синтез.

PARAMETRIC SYNTHESIS OF SPATIAL LEVER MECHANISMS BY USE OF INITIAL KINEMATICS CHAIN

Kosbolov S.B., Tanzharikova G.P., Rakhmatulina A.B.

Kazakh National Technical University after K.I.Satpaev, Almaty, Kazakhstan, (050013, Almaty, 122 Baytursynov str., Satpaev str. corner, MEB), kosbolov@mail.ru

Formulation and solution to the problem of synthesis of the spatial initial kinematics chain (IKC) with spherical kinematical pairs and its use as a structural module for structural-kinematics synthesis of spatial lever mechanisms on the given positions of input and output links are represented in this research work.

The method of solving the problem of synthesis of IKC with spherical pairs is based on the introduction of two moving bodies, invariably related with the input and output links, and finding the circular points in the relative motion of these bodies.

This approach to the synthesis of spatial lever mechanisms provides algorithm of structural-kinematics synthesis of mechanisms, which is important for automatization of the design of spatial mechanisms.

In this work the development of a method producing at the same time the structural and kinematical synthesis of spatial lever mechanisms based on IKC to control the movement of a rigid body on the given positions of input and output links of a mechanism is represented. Kinematics synthesis is one of the crucial stages in the process of designing a mechanism, since the basic kinematical properties are formed at this stage which are necessary for mechanism to perform its functions.

Keywords: Initial kinematics chain, mechanism, kinematical pairs, synthesis.

Введение

В работах [1; 2] было показано, что в качестве структурного модуля при структурно-кинематическом синтезе плоских рычажных механизмов можно использовать четырехзвенную исходную кинематическую цепь (ИКЦ). Такой подход к синтезу плоских механизмов позволяет свести задачу их структурно-кинематического синтеза к решению задачи синтеза ИКЦ, что очень удобно для автоматизации проектирования механизмов. В данной работе показано, что указанный подход можно распространить на задачу структурно-кинематического синтеза пространственных рычажных механизмов.

Представлено решение задачи синтеза пространственной ИКЦ со сферическими кинематическими парами и показано ее использование в качестве структурного модуля при структурно-кинематическом синтезе пространственных рычажных механизмов по заданным положениям входного и выходного звеньев. Метод решения задачи синтеза ИКЦ со сферическими парами основан на введении двух подвижных тел, неизменно связанных с входным и выходным звеньями, и в отыскании круговых точек в относительном движении этих тел [3].

Цель исследования: структурно-параметрический синтез пространственных рычажных механизмов.

Материал и методы исследования опираются на основы высшей математики и теории механизмов и машин.

Постановка задачи. Пусть заданы N конечноудаленных положений двух твердых тел $Q_1(X_A, Y_A, Z_A, \theta_i^1, \psi_i^1, \varphi_i^1)$ и $Q_2(X_{Di}, Y_{Di}, Z_{Di}, \theta_i^2, \psi_i^2, \varphi_i^2)$, $i=\overline{1,N}$, где $\theta_i^j, \psi_i^j, \varphi_i^j$ - эйлеровы углы относительно неподвижной системы координат $OXYZ$ систем координат $Ax'y'z'$ и $Dx''y''z''$, неизменно связанных с телами Q_1 и Q_2 соответственно.

Требуется найти точки $A(X_A, Y_A, Z_A)$ в неподвижной системе координат, $B(x_B, y_B, z_B)$ тела Q_1 и $C(x_C, y_C, z_C)$ тела Q_2 такие, чтобы расстояние между точками B и C во всех положениях тел Q_1 и Q_2 мало отличалось от некоторой постоянной величины R (рис. 1).

Решение задачи. Введем взвешенную разность для i-го положения тел в виде:

$$\Delta_{q_i} = \left|\overrightarrow{B_i C_i}\right|^2 - R^2 = (X_{Ci} - X_{Bi})^2 + (Y_{Ci} - Y_{Bi})^2 + (Z_{Ci} - Z_{Bi})^2 - R^2 \tag{1}$$

Она является функцией десяти параметров: X_A, Y_A, Z_A, x_B, y_B, z_B, R, x_C, y_C, z_C. Группируя эти параметры по четыре с общим параметром R, взвешенную разность представим в трех различных формах:

$$\Delta_{q_i}^{(1)} = (\tilde{X}_{Ai} - X_A)^2 + (\tilde{Y}_{Ai} - Y_A)^2 + (\tilde{Z}_{Ai} - Z_A)^2 - R^2, \tag{2}$$

$$\Delta_{q_i}^{(2)} = (\tilde{x}_{Bi} - x_B)^2 + (\tilde{y}_{Bi} - y_B)^2 + (\tilde{z}_{Bi} - Z_B)^2 - R^2, \tag{3}$$

$$\Delta_{q_i}^{(3)} = (\tilde{x}_{Ci} - x_C)^2 + (\tilde{y}_{Ci} - y_C)^2 + (\tilde{z}_{Ci} - Z_C)^2 - R^2, \tag{4}$$

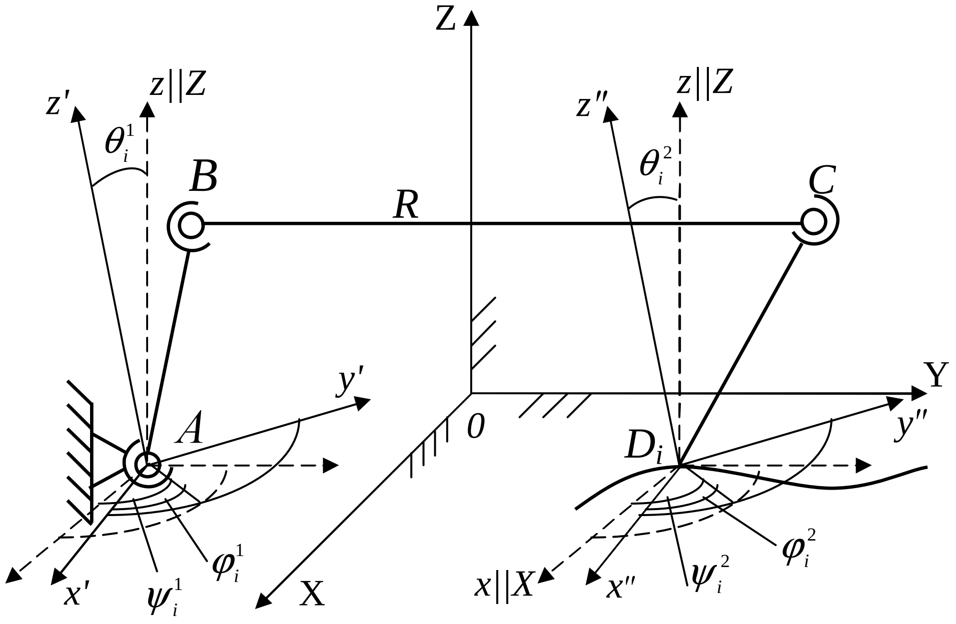

Рисунок 1. Исходная кинематическая цепь со сферическими парами.

здесь:

$$\begin{bmatrix} \tilde{X}_{Ai} \\ \tilde{Y}''_{Ai} \\ \tilde{Z}_{Ai} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \left[T_{10}^i\right] & & 0 \\ & & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} & \left[T_{20}^i\right] & & X_{D_i} \\ & & & Y_{D_i} \\ & & & Z_{D_i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{2$'$}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_{B_i} \\ \tilde{y}_{B_i} \\ \tilde{z}_{B_i} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \left[T_{01}^i\right] & & 0 \\ & & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{D_i} - X_A \\ Y_{D_i} - Y_A \\ Z_{D_i} - Z_A \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} & \left[T_{21}^i\right] & & 0 \\ & & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{3$'$}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_{C_i} \\ \tilde{y}_{C_i} \\ \tilde{z}_{C_i} \\ 1 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} & \left[T_{02}^i\right] & & 0 \\ & & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_A - X_{D_i} \\ Y_A - Y_{D_i} \\ Z_A - Z_{D_i} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} & \left[T_{12}^i\right] & & 0 \\ & & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{4$'$}$$

$\left[T_{kj}^i\right]$ – матрица перехода от k-той системы координат к j-той системе, определяемые как

$$T_{jo}^i = \begin{bmatrix} e_{i1}^j & e_{i2}^j & e_{i3}^j \\ m_{i1}^j & m_{i2}^j & m_{i3}^j \\ n_{i1}^j & n_{i2}^j & n_{i3}^j \end{bmatrix}, \quad (j = \overline{1,2}; \quad i = \overline{1,N}) \tag{5}$$

$$\begin{cases} e_{i1}^j = \cos\psi_i^j \cdot \cos\varphi_i^j - \cos\theta_i^j \cdot \sin\psi_i^j \cdot \sin\varphi_i^j \\ m_{i1} = \sin\psi_i^j \cdot \cos\varphi_i^j + \cos\theta_i^j \cdot \cos\psi_i^j \cdot \cos\varphi_i^j \\ n_{i1}^j = \sin\theta_i^j \cdot \sin\varphi_i^j \\ e_{i2}^j = -\cos\psi_i^j \cdot \sin\varphi_i^j - \cos\theta_i^j \cdot \sin\psi_i^j \cdot \cos\varphi_i^j \\ m_{i2}^j = -\sin\psi_i^j \cdot \sin\varphi_i^j + \cos\theta_i^j \cdot \cos\psi_i^j \cdot \sin\varphi_i^j \\ n_{i2}^j = \sin\theta_i^j \cdot \cos\varphi_i^j \\ e_{i3}^j = \sin\theta_i^j \cdot \sin\psi_i^j \\ m_{i3}^j = -\sin\theta_i^j \cdot \cos\psi_i^j \\ n_{i3}^j = \cos\varphi_i^j \end{cases} \tag{6}$$

$$T_{01}^i = \left[T_{10}^i\right]^T; \quad T_{02}^i = \left[T_{20}^i\right]^T; \quad T_{21}^i = T_{01}^i \times T_{20}^i; \quad T_{12}^i = T_{02}^i \times T_{10}^i, \ldots \tag{7}$$

Необходимые условия минимума суммы квадратов взвешенной разности:

$$S = \sum_{i=1}^{N} \Delta_{q_i}^2 \tag{8}$$

можно записать в виде следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial s}{\partial X_A} = 0; \quad \frac{\partial s}{\partial Y_A} = 0; \quad \frac{\partial s}{\partial Z_A} = 0; \quad \frac{\partial s}{\partial R} = 0; \tag{9}$$

$$\frac{\partial s}{\partial x_B} = 0; \quad \frac{\partial s}{\partial y_B} = 0; \quad \frac{\partial s}{\partial z_B} = 0; \quad \frac{\partial s}{\partial R} = 0; \tag{10}$$

$$\frac{\partial s}{\partial x_C} = 0; \quad \frac{\partial s}{\partial y_C} = 0; \quad \frac{\partial s}{\partial z_C} = 0; \quad \frac{\partial s}{\partial R} = 0. \tag{11}$$

Из (9) с учетом (2) и (8) получим:

$$\left.\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N} \Delta_{qi}^{(1)} \cdot \left(\tilde{X}_{A_i} - X_A\right) = 0 \\ \sum_{i=1}^{N} \Delta_{qi}^{(1)} \cdot \left(\tilde{Y}_{A_i} - Y_A\right) = 0 \\ \sum_{i=1}^{N} \Delta_{qi}^{(1)} \cdot \left(\tilde{Z}_{A_i} - Z_A\right) = 0 \\ \sum_{i=1}^{N} \Delta_{qi}^{(1)} \cdot R = 0 \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Допустим, что $R \neq 0$. Тогда из последнего равенства системы (12) следует, что

$$\sum_{i=1}^{N} \Delta_{qi}^{(1)} = 0; \tag{13}$$

С учетом (13) система уравнений (12) принимает вид:

$$\sum_{i=1}^{N} \Delta_{qi}^{(1)} \tilde{X}_{Ai} = 0; \ \sum_{i=1}^{N} \Delta_{qi}^{(1)} \tilde{Y}_{Ai} = 0; \sum_{i=1}^{N} \Delta_{qi}^{(1)} \tilde{Z}_{Ai} = 0; \sum_{i=1}^{N} \Delta_{qi}^{(1)} = 0; \tag{14}$$

Подставляя выражения для $\Delta_{qi}^{(1)}$ из (2) в систему (14), получим:

$$\left.\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{N}\left[\tilde{X}_{Ai}^{2}X_{A}+\tilde{X}_{Ai}\tilde{Y}_{Ai}Y_{A}+\tilde{Z}_{Ai}\tilde{X}_{Ai}Z_{A}+\frac{1}{2}(R^{2}-X_{A}^{2}-Y_{A}^{2}-Z_{A}^{2})\tilde{X}_{Ai}\right]=\\
&\qquad=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(\tilde{X}_{Ai}^{2}+\tilde{Y}_{Ai}^{2}+\tilde{Z}_{Ai}^{2})\tilde{X}_{Ai}\\
&\sum_{i=1}^{N}\left[\tilde{X}_{Ai}\tilde{Y}_{Ai}X_{A}+\tilde{Y}_{Ai}^{2}Y_{A}+\tilde{Z}_{Ai}\tilde{Y}_{Ai}Z_{A}+\frac{1}{2}(R^{2}-X_{A}^{2}-Y_{A}^{2}-Z_{A}^{2})\tilde{Y}_{Ai}\right]=\\
&\qquad=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(\tilde{X}_{Ai}^{2}+Y_{Ai}^{2}+Z_{Ai}^{2})\tilde{Y}_{Ai}\\
&\sum_{i=1}^{N}\left[\tilde{Z}_{Ai}\tilde{X}_{Ai}X_{A}+\tilde{Y}_{Ai}\tilde{Z}_{Ai}Y_{A}+\tilde{Z}_{Ai}^{2}Z_{A}+\frac{1}{2}(R^{2}-X_{A}^{2}-Y_{A}^{2}-Z_{A}^{2})\tilde{Z}_{Ai}\right]=\\
&\qquad=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(\tilde{X}_{Ai}^{2}+\tilde{Y}_{Ai}^{2}+\tilde{Z}_{Ai}^{2})\tilde{Z}_{Ai}\\
&\sum_{i=1}^{N}\left[\tilde{X}_{Ai}X_{A}+\tilde{Y}_{Ai}Y_{A}+\tilde{Z}_{Ai}Z_{A}+\frac{1}{2}(R^{2}-X_{A}^{2}-Y_{A}^{2}-Z_{A}^{2})\right]=\\
&=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(\tilde{X}_{Ai}^{2}+\tilde{Y}_{Ai}^{2}+\tilde{Z}_{Ai}^{2})
\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

Система (15) линейна относительно переменных X_A, Y_A, Z_A и $H_1=\frac{1}{2}(R^2-X_A^2-Y_A^2-Z_A^2)$, поэтому ее можно записать в виде:

$$\begin{bmatrix}
\sum_{i=1}^{N}\tilde{X}_{Ai}^{2} & \sum_{i=1}^{N}\tilde{X}_{Ai}\tilde{Y}_{Ai} & \sum_{i=1}^{N}\tilde{X}_{Ai}\tilde{Z}_{Ai} & \sum_{i=1}^{N}\tilde{X}_{Ai}\\
\sum_{i=1}^{N}\tilde{X}_{Ai}\tilde{Y}_{Ai} & \sum_{i=1}^{N}\tilde{Y}_{Ai}^{2} & \sum_{i=1}^{N}\tilde{Y}_{Ai}\tilde{Z}_{Ai} & \sum_{i=1}^{N}\tilde{Y}_{Ai}\\
\sum_{i=1}^{N}\tilde{X}_{Ai}\tilde{Z}_{Ai} & \sum_{i=1}^{N}\tilde{Y}_{Ai}\tilde{Z}_{Ai} & \sum_{i=1}^{N}\tilde{Z}_{Ai}^{2} & \sum_{i=1}^{N}\tilde{Z}_{Ai}\\
\sum_{i=1}^{N}\tilde{X}_{Ai} & \sum_{i=1}^{N}\tilde{Y}_{Ai} & \sum_{i=1}^{N}\tilde{Z}_{Ai} & N
\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}X_A\\ Y_A\\ Z_A\\ H_1\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}
\sum_{i=1}^{N}R_{A_i}^{2}\tilde{X}_{A_i}\\
\sum_{i=1}^{N}R_{A_i}^{2}\tilde{Y}_{A_i}\\
\sum_{i=1}^{N}R_{A_i}^{2}\tilde{Z}_{A_i}\\
\sum_{i=1}^{N}R_{A_i}^{2}
\end{bmatrix},\tag{16}$$

здесь $R_{Ai}^2=\tilde{X}_{Ai}^2+\tilde{Y}_{Ai}^2+\tilde{Z}_{Ai}^2$.

Решение этой системы по правилу Крамера при $D_1\neq 0$ имеет вид:

$$(X_A, Y_A, Z_A, H_1)=\frac{1}{D_1}(D_{X_A}, D_{Y_A}, D_{Z_A}, D_{H_1}).\tag{17}$$

Аналогично из (10) с учетом (3) и (8) получим систему линейных уравнений относительно неизвестных x_B, y_B, z_B, H_2:

$$\begin{bmatrix}
\sum_{i-1}^{N}\tilde{x}_{Bi}^{2} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{x}_{Bi}y_{Bi} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{x}_{Bi}\tilde{z}_{Bi} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{x}_{Bi}\\
\sum_{i-1}^{N}\tilde{x}_{Bi}y_{Bi} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{y}_{Bi}^{2} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{y}_{Bi}\tilde{z}_{Bi} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{y}_{Bi}\\
\sum_{i-1}^{N}\tilde{x}_{Bi}\tilde{z}_{Bi} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{y}_{Bi}\tilde{z}_{Bi} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{z}_{Bi}^{2} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{z}_{Bi}\\
\sum_{i-1}^{N}\tilde{x}_{Bi} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{y}_{Bi} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{z}_{Bi} & N
\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}x_B\\ y_B\\ z_B\\ H_2\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}
\sum_{i=1}^{N}R_{Bi}^{2}\tilde{x}_{Bi}\\
\sum_{i=1}^{N}R_{Bi}^{2}\tilde{y}_{Bi}\\
\sum_{i=1}^{N}R_{Bi}^{2}\tilde{z}_{Bi}\\
\sum_{i=1}^{N}R_{Bi}^{2}
\end{bmatrix}\tag{18}$$

Решая эту систему по правилу Крамера при $D_2\neq 0$, получим:

$$(x_B, y_B, z_B, H_2)=\frac{1}{D_2}\quad(D_{x_B}, D_{y_B}, D_{z_B}, D_{H_2}).\tag{19}$$

Из (11) с учетом (4) и (8) получим систему линейных уравнений относительно неизвестных x_C, y_C, z_C, H_3:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i-1}^{N}\tilde{x}_{Ci}^2 & \sum_{i-1}^{N}\tilde{x}_{Ci}\tilde{y}_{Ci} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{x}_{Ci}\tilde{z}_{Ci} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{x}_{Ci} \\ \sum_{i-1}^{N}\tilde{x}_{Ci}\tilde{y}_{Ci} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{y}_{Ci}^2 & \sum_{i-1}^{N}\tilde{y}_{Ci}\tilde{z}_{Ci} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{y}_{Ci} \\ \sum_{i-1}^{N}\tilde{x}_{Ci}\tilde{z}_{Ci} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{y}_{Ci}\tilde{z}_{Ci} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{z}_{Ci}^2 & \sum_{i-1}^{N}\tilde{z}_{Ci} \\ \sum_{i-1}^{N}\tilde{x}_{Ci} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{y}_{Ci} & \sum_{i-1}^{N}\tilde{z}_{Ci} & N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \\ H_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N}R_{Ci}^2\tilde{x}_{Ci} \\ \sum_{i=1}^{N}R_{Ci}^2\tilde{y}_{Ci} \\ \sum_{i=1}^{N}R_{Ci}^2\tilde{z}_{Ci} \\ \sum_{i=1}^{N}R_{Ci}^2 \end{bmatrix} \qquad (20)$$

Отсюда находим x_C, y_C, z_C, H_3 при $D_3 \neq 0$:

$$(x_C, y_C, z_C, H_3) = \frac{1}{D_3} \quad (D_{x_c}, D_{y_c}, D_{z_c}, D_{H_3}). \qquad (21)$$

Исключая первые четыре неизвестных X_A, Y_A, Z_A, R на основе формулы (16), можно свести систему (9)–(11) к системе из шести уравнений с шестью неизвестными $x_B, y_B, z_B, x_C, y_C, z_C$, которую удобно представить в виде:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{N}\Delta_{q_i}^{(1)}\frac{\partial\Delta_{q_i}^{(2)}}{\partial x_B} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{N}\Delta_{q_i}^{(1)}\frac{\partial\Delta_{i}^{(3)}}{\partial x_C} = 0 \\ &\sum_{i=1}^{N}\Delta_{q_i}^{(1)}\frac{\partial\Delta_{q_i}^{(2)}}{\partial y_B} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{N}\Delta_{q_i}^{(1)}\frac{\partial\Delta_{i}^{(3)}}{\partial y_C} = 0 \\ &\sum_{i=1}^{N}\Delta_{q_i}^{(1)}\frac{\partial\Delta_{q_i}^{(2)}}{\partial z_B} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{N}\Delta_{q_i}^{(1)}\frac{\partial\Delta_{i}^{(3)}}{\partial z_C} = 0 \end{aligned} \qquad (22)$$

Уравнения этой системы по виду совпадают с тремя уравнениями тринадцатой степени относительно трех неизвестных, приведенными в работе [4], хотя в данном случае имеем систему из шести уравнений относительно шести неизвестных. Решение системы (22) представляет трудоемкую задачу, поэтому гораздо эффективнее применять следующий алгоритм поиска минимума функции S:

1. Задаемся произвольно начальными точками $B^{(0)} \in Q,\ \ C^{(0)} \in Q_2$.
2. Решаем систему линейных уравнений (16) и определяем $X_A^{(1)}, Y_A^{(1)}, Z_A^{(1)}, R_1^{(1)}$.
3. Задаемся точками $\mathrm{A}^{(1)} \in Q,\ \ C^{(0)} \in Q_2$.
4. Решаем систему уравнений (18) и определяем $x_B^{(1)}, y_B^{(1)}, z_B^{(1)}, R_2^{(1)}$.
5. Задаемся точками $\mathrm{A}^{(1)} \in Q,\ \ B^{(1)} \in Q_1$.
6. Решаем систему уравнений (20) и определяем $x_C^{(1)}, y_C^{(1)}, z_C^{(1)}, R_3^{(1)}$.
7. Далее циклически повторяем шаги (1–6), заменяя начальные точки $B^{(0)}$ и $C^{(0)}$ на найденные $B^{(1)}$ и $C^{(1)}$.

Применяя алгоритм, получим убывающую последовательность значений целевой функции $S_1^{(1)}, S_2^{(1)}, S_3^{(1)}, S_1^{(2)}, S_2^{(2)}, S_3^{(2)}, \ldots,$ имеющую предел, равный значению функции S в точке локального минимума. В результате решения задачи определяются точки $A(X_A, Y_A, Z_A)$ в неподвижной системе координат, $B^{(0)} \in Q_1$, $C^{(0)} \in Q_2$, такие, что совмещая с ними звено BC, получаем искомую ИКЦ в виде разомкнутой цепи *ABCD*.

Задавая в различных комбинациях часть искомых параметров синтеза, получим различные модификации ИКЦ.

1. Если заданы координаты точки $A_i(X_{A_i}, Y_{A\,i}, Z_{Ai})$ и эйлеровы углы $\theta_i^1, \psi_i^1, \varphi_i^1$ тела Q_1 и координаты точки $D_i(X_{D_i}, Y_{Di}, Z_{Di})$ и эйлеровы углы $\theta_i^2, \psi_i^2, \varphi_i^2$ тела Q_2 , то получим трехзвенную незамкнутую цепь *ABCD* (рис. 2).

Необходимые условия минимума суммы S в данном случае принимают вид:

$$\frac{\partial S}{\partial j} = 0; \quad (j = x_B, y_B, z_B, R, x_C, y_C, z_C);$$

и для нахождения минимума S можно использовать алгоритм, приведенный выше, учитывая, что параметры X_A, Y_A, Z_A заданы и не требуют определения.

Если точки $A(X_A, Y_A, Z_A)$ и $D(X_D, Y_D, Z_D)$ фиксированы, то в результате синтеза ИКЦ получим пространственный четырехзвенник *ABCD*.

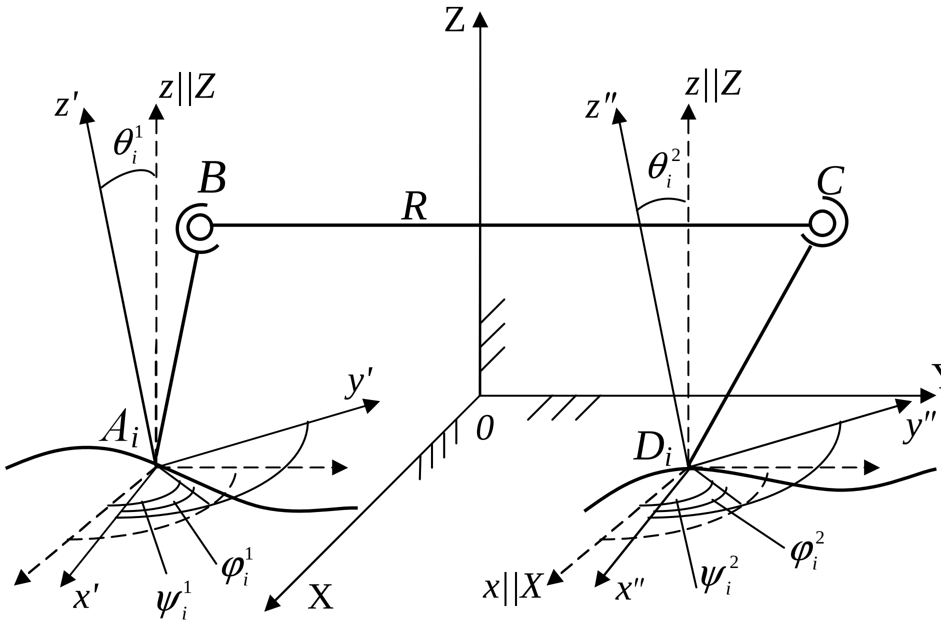

Рисунок 2. Трехзвенная кинематическая цепь.

2. Пусть заданы координаты $x_C = y_C = z_C = 0$ точки $C \in Q_2$, координаты X_{D_i}, Y_{Di}, Z_{Di} точки D тела Q_2 и углы Эйлера $\theta_i^1, \psi_i^1, \varphi_i^1$ тела Q_1, а искомыми параметрами являются $X_A, Y_A, Z_A, R, x_B, y_B, z_B$ (рис. 3).

Необходимые условия минимума сумма S принимают вид:

$$\frac{\partial S}{\partial j}=0;\ (j = X_A, Y_A, Z_A, R, x_B, y_B, z_B).$$

Для нахождения минимума функции S можно опять использовать алгоритм, приведенный выше, учитывая, что $x_C = y_C = z_C = 0$.

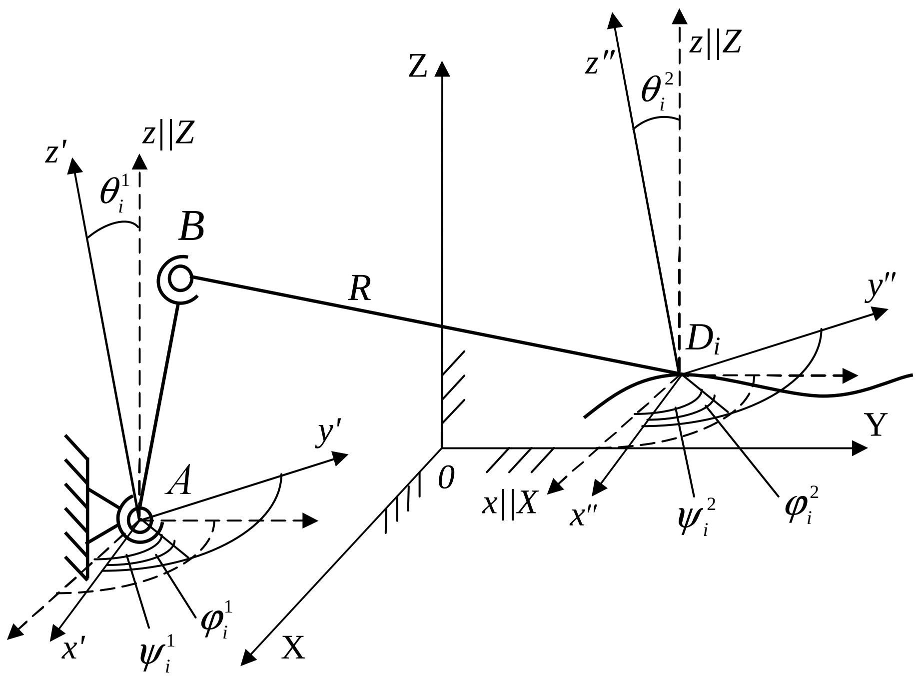

Рисунок 3. Трехзвенная кинематическая цепь.

3. Пусть заданы координаты $x_B, y_B, z_B = 0$ точки B тела Q_1 и координаты точки $D_i(X_{D_i}, Y_{Di}, Z_{Di})$ и эйлеровы углы $\theta_i^2, \psi_i^2, \varphi_i^2$ тела Q_2. Исходная задача сводится к определению сферы наименее удаленной от N положений фиксированной точки C тела Q_2.

Необходимые условия минимума суммы S:

$$\frac{\partial S}{\partial j}=0;\ (j = X_A, Y_A, Z_A, R, x_C, y_C, z_C).$$

Данная задача подробно исследована в работе [4]. Для ее решения можно применить и алгоритм, приведенный выше, полагая $x_B, y_B, z_B = 0$, но в этом частном случае алгоритм поиска минимума полностью совпадает с методом кинематической инверсии.

Результаты исследования и их обсуждение

Результаты исследования приведены конкретными решениями задач синтеза. Решена задача синтеза ИКЦ со сферическими кинематическими парами и их модификации, которые могут быть использованы как модули структурно-кинематического синтеза пространственных рычажных механизмов по заданным положениям входного и выходного звеньев.

Выводы

На основе задания двух подвижных тел проводится кинематический синтез механизмов по заданным положениям входного и выходного звеньев.

Список литературы

1. Джолдасбеков У.А., Дракунов Ю.М., Косболов С.Б., Молдабеков М.М. Синтез исходных кинематических цепей механизмов высоких классов // Изв. АН КазССР, серия физ.-мат. – 1987. – № 3. – С. 65-70.
2. Джолдасбеков У.А., Молдабеков М.М. Аналитические методы анализа и синтеза механизмов высоких классов. – Алматы, 1997. – 230 с.
3. Косболов С.Б., Молдабеков М.М. Синтез исходных кинематических цепей со сферическими парами для пространственных механизмов // Вестник КазНТУ. – 2002. – 1 (29). – С. 39-44.
4. Саркисян Ю.Л. Аппроксимационный синтез механизмов. – М. : Наука, 1982. – 303 с.
5. Golynski Z. Optimal synthesis problems solved by means of nonlinear programming and random methods. Journal of mechanisms. – 1970. – Vol. 5. – № 3. – P. 287-309.
6. Innocenti C. Direct kinematics in analytical form of the 6-4 fully – parallel mechanisms. Trans. ASME. J. Mech. Des. – 1995. – 117. – № 1. – P. 85-95.

Рецензенты

Мендебаев Т.М., д.техн.н., профессор, заведующий кафедрой «Стандартизация, сертификация технологии машиностроительного производства», КазНТУ им. К.И. Сатпаева, г. Алматы.

Даусеитов Е.Б., д.техн.н., профессор кафедры «Прикладная механика и основы конструирования машин», КазНТУ им. К.И. Сатпаева, г. Алматы.

Антонов А.В., д.техн.н., профессор, декан факультета кибернетики, Обнинский институт атомной энергетики Национального исследовательского ядерного университета МИФИ, г. Обнинск.