УДК 536.12

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ГРАНИЦЫ ПРОМЕРЗАНИЯ-ОТТАИВАНИЯ В ГРУНТАХ И НАРУЖНЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

Аксенов Б. Г., Карякина С. В., Шаповал А. Ф., Степанов О. А., Моисеев Б. В.

ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный архитектурно-строительный университет», Тюмень, Россия (25001, Тюмень, ул. Луначарского, 2) e-mail: aksenov@tumgasa.ru

Проведен анализ существующих методов решения задачи о теплообмене в грунтах и пористых строительных материалах, сопровождающемся фазовыми переходами поровой влаги. Единой признанной методики моделирования этого явления в настоящий момент не существует. Мы отмечаем перспективность методов, основанных на квазистационарном приближении, таких, как первый и второй методы Л. С. Лейбензона. Для случая периодических колебаний температуры поверхности, когда режим теплообмена достаточно близок к установившемуся, мы предлагаем несколько иной подход. А именно, в деятельном слое используется решение задачи теплопроводности без начальных условий, которое имеет замкнутый вид. Мы получаем более точное приближение в сравнении с квазистационарным, так как учитывается энергия перераспределения тепла в деятельной зоне. Особое внимание уделено суточным колебаниям границы фазового перехода в наружных строительных конструкциях. Это явление не всегда учитывается, но оно оказывает существенное влияние на тепловой режим внутри здания за счет сдвига фаз в колебаниях температуры наружной и внутренней поверхностей стен здания.

Ключевые слова: фазовые переходы поровой влаги, суточные колебания температуры, задача теплопроводности без начальных условий.

MODELLING OF FREEZING-MELTING BOUNDARY OSCILLATION IN SOILS AND EXTERNAL CONSTRUCTIONS OF BUILDINGS

Aksenov B. G., Karyakina S. V., Shapoval A. F., Stepanov O. A., Moiseev B. V.

Tyumen State University of Architecture and Civil Engineering, Tyumen, Russia (625001, Tyumen, street Lunacharskogo, 2) e-mail: aksenov@tumgasa.ru

We have done the analysis of the existing methods of solution of the heat conduction problem in soils and porous building materials as accompanied with phase transitions of porous water. There is no single acknowledged method of modeling the phenomenon in our days. We mark the good prospects of the methods based on the quasi-stationary approximation, such as the first and the second methods of L. S. Leibenson. We propose, in the case of periodical oscillation of temperature on the surface, when the regime of heat transfer is practically established, some other approach. We propose using the heat conduction problem without initial conditions in the active layer. The problem has a closed solution. We get a more accurate approximation, as compared with the quasi-stationary, because the energy of heat exchange in the active zone is taken into account. Particular attention is given to the daily phase transition boundary oscillation in external constructions of buildings. This phenomenon is not always taken into account, but it produces a serious effect on the heat regime inside the building because of the phase shift between the temperature oscillation on the outer and inner surfaces of the building walls.

Key words: phase transitions of porous water, daily temperature oscillation, heat conduction problem without initial conditions.

Введение

Для обеспечения нормального функционирования сооружений в северных условиях необходим прогноз эволюции фронта промерзания-оттаивания грунта. Неправильный прогноз может отрицательно сказаться на состоянии фундамента здания. Фазовые переходы влаги имеют место также и в наружных конструкциях, построенных из материалов с микропорами. В осенний и весенний периоды опасны суточные колебания границы промерзания-оттаивания, вызывающие разрушение материала. Они также оказывают влияние на тепловой режим здания. Мы предлагаем новый приближенный метод моделирования таких колебаний, основанный на решении задачи теплопроводности без начальных условий.

Традиционной математической моделью явления теплопроводности в грунте с фазовым переходом является задача Стефана [5], которая для одномерной полубесконечной области имеет вид:

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a_1^{\,2} \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \xi, \tag{1}$$

$$\frac{\partial t_2}{\partial \tau} = a_2^{\,2} \frac{\partial^2 t_2}{\partial x^2}, \quad \xi < x < \infty, \tag{2}$$

$$t_1(0,\tau) = f(\tau), \quad t_2(x,0) = \varphi(x), \quad t_1(\xi,\tau) = t_2(\xi,\tau) = t_* \tag{3}$$

$$\left| t_2(x,\tau) \right| < M, \quad M = Const, \tag{4}$$

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial x}\Big|_{x=\xi} - \lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial x}\Big|_{x=\xi} = kw\rho \frac{d\xi}{d\tau}, \tag{5}$$

где τ – время; x – пространственная координата; ξ – координата границы раздела фаз; t_1 – температура в талой зоне; t_2 – температура в мерзлой зоне; t_* – температура фазового перехода; $\lambda_1, a_1^2, \lambda_2, a_2^2$ – коэффициенты теплопроводности и температуропроводности в талой и мерзлой зонах соответственно; ρ – удельная масса скелета грунта; k – скрытая теплота таяния воды; w – удельная влажность грунта.

Условие ограниченности (4) является необходимым для обеспечения единственности решения задачи (1) - (3).

Задача вида (1) - (5) решается для определения положения границы оттаивания; она также входит в состав математических моделей, описывающих различные криогенные явления, например, морозное пучение грунта [3].

Аналитические решения этой задачи получены только для некоторых частных случаев. Для широкого класса нелинейных задач теплопроводности, включая задачу Стефана, может быть использована процедура последовательных приближений, представленная в работе [1]. Известно несколько численных схем решения задачи Стефана [5]. В научной периодике постоянно появляются работы, предлагающие новые подходы к решению этой задачи [4,6]. Разнообразие используемых методов является косвенным подтверждением того, что вопрос этот еще далеко не решен. Численное решение затруднено наличием при $x=\xi$ особенности типа δ-функции. Аппроксимация таких особенностей вносит плохо контролируемую погрешность. Во всяком случае, единого численного метода, пригодного для любых коэффициентов и краевых условий, пока не существует даже для одномерных задач.

В инженерной практике используются приближенные решения, основанные на упрощении задачи (1) - (5). Если предположить, что $\varphi(x)=t_*$, то получаем так называемую однофазную задачу Стефана. Имеется в виду, что решение нужно искать только в талой зоне, так как при $x>\xi$ при любом τ температура известна $t_2\equiv t_*$. При $f(\tau)=t_c=const$ для однофазной и двухфазной (если $\varphi(x)=const$) задач получены удобные аналитические решения [5].

Дальнейшее упрощение возможно при квазистационарном подходе. Считаем, что граница $x=\xi$ движется достаточно медленно, так что в каждый момент времени τ поле температур в области $0<x<\xi$ можно считать стационарным. При квазистационарном решении одномерной однофазной задачи с $f(\tau)=t_c$ получаем известную формулу Стефана. Если $f(\tau)\neq const$, то используются различные модификации первого и второго методов Л. С. Лейбензона, основанных также на квазистационарном подходе.

Популярность квазистационарного подхода заключается в том, что в этом случае решение краевой задачи в области $0<x<\xi$ имеет простой вид, а решение этой же задачи для уравнения (1) имеет вид ряда Фурье и при расчетах его использовать крайне неудобно.

Если $f(\tau)$ является периодической функцией (суточное, годовое колебание температуры поверхности грунта), то можно использовать в верхней зоне решение задачи теплопроводности без начальных условий, которое имеет замкнутый вид [5]. Некоторое усложнение в сравнении с квазистационарным методом компенсируется тем, что: 1) учитывается установившийся характер колебаний температуры, при котором начальные условия мало влияют; 2) при решении учитывается перераспределение тепла в верхней зоне.

Итак, вместо (1) - (5) решается следующая задача:

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a_1^2 \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \xi, \tag{6}$$

$$t_2(x,\tau)=t_*, \quad \xi < x < \infty, \tag{7}$$

$$t_1(0, \tau)=A+B\sin(\omega\tau+\varepsilon), \tag{8}$$

$$t_1(\xi,\tau)=t_2(\xi,\tau)=t_*, \tag{9}$$

где A, B, ω, ε – константы.

При решении этой задачи положение границы фаз $x=\xi$ считаем фиксированным при нахождении выражения для $t_1(x, \tau)$. Закон движения границы $\xi(\tau)$ находится из решения задачи Коши:

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial x}\Big|_{x=\xi} = -k\rho w \frac{d\xi}{d\tau}, \quad \xi(0)=0. \tag{10}$$

С учетом аналитического решения (6) - (9) для нахождения $\xi(\tau)$ получаем задачу:

$$\frac{d\xi}{d\tau}=-\frac{\lambda}{k\rho w}\left[\frac{\sqrt{2}Bp}{\sin^2 p\xi+sh^2 p\xi}\left(shp\xi\cos p\xi\cos\left(\omega\tau+\frac{\pi}{4}\right)-\right.\right.$$
$$\left.\left.-chp\xi\sin p\xi\sin\left(\omega\tau+\frac{\pi}{4}\right)\right)-\frac{A}{\xi}\right],\quad p=\sqrt{\omega/(2a^2)},\quad \xi(0)=0. \tag{11}$$

Данную методику можно применить для обоснования суточного режима отопления здания в районах с большой амплитудой суточных колебаний температуры воздуха.

Теплопотери здания через стену рассчитываются обычно по среднесуточным температурам. Для учета динамики суточных теплопотерь используются приближенные методы, основанные на квазистационарном подходе [2].

Предлагаемая методика позволяет учесть влияние нестационарного и нелинейного характера теплообмена в стене на теплопотери здания. Все строительные материалы содержат влагу, поэтому правильный теплофизический расчет для зимних условий должен учитывать, что суточные колебания температуры наружного воздуха приводят к колебанию межфазной границы ξ. Выделяемое или поглощаемое при этом джоулево тепло оказывает демпфирующее влияние, вследствие чего имеет место сдвиг фаз в колебаниях температуры наружной и внутренней поверхностей стен здания. Этот сдвиг оказывается настолько существенным, что его целесообразно учитывать при назначении суточного режима отопления.

С достаточным основанием можно считать, что колебания в наружном слое $0<x<\xi$ носят установившийся характер и их можно описывать задачей без начальных условий (6) - (9).

Размах колебаний величины ξ достаточно мал, поэтому задачу перемещения границы раздела фаз решается в однофазной постановке.

В слое $\xi<x<H$ (H – толщина стены) влияние колебаний наружного воздуха значительно ослаблено, прежде всего фронтом фазового перехода, поэтому здесь мы принимаем квазистационарное приближение, то есть считаем, что тепловой поток при $x=\xi$ равен тепловому потоку при $x=H$. Задача (6) - (9) решается аналитически.

Расчеты показывают, что суточные колебания воздуха при наших допущениях не меняют суммарных теплопотерь здания. Однако эти колебания существенно влияют на сдвиг фаз в температурах при $x=0$ и $x=H$.

Очевидно, что этот сдвиг фазы равен сдвигу фазы температур на внешней и внутренней поверхностях стены. Сдвиг фазы $\xi(\tau)$ относительно $t(\tau)$, который главным образом определяется теплоемкостью и относительной влажностью материала, можно рассматривать как характеристику материала для выработки экономичного графика подачи тепла.

Список литературы

1. Аксенов Б. Г. Границы решений некоторых нелинейных немонотонных задач для уравнений типа теплопроводности // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1993. – Т.33. – № 6. – С. 884-895.
2. Богословский В. Н. Тепловой режим здания. – М.: Стройиздат, 1976. – 248 с.
3. Ремизов В. В., Шаповал А. Ф., Моисеев Б. В., Аксенов Б. Г. Особенности строительства объектов в нефтегазодобывающих районах Западной Сибири. – М.: Недра, 1996. – 382 с.
4. Сигунов Ю. А., Самылова Ю. А. Динамика роста давления при замерзании замкнутого объема воды с растворенным газом // Прикладная механика и техническая физика. – 2006. – Т. 47. – № 6. – С. 85-92.
5. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
6. Sychevskii V. A. Calculation of stresses and strains in a spherical volume filed with water caused by its freezing // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2007. – Vol. 80. – № 4. – P. 820-827.

Рецензенты:

Миронов Виктор Владимирович, д.т.н., профессор, проректор по научной и инновационной работе ТюмГАСУ, г. Тюмень.

Чекардовский Михаил Николаевич, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Теплогазоснабжения и вентиляции» ТюмГАСУ, г. Тюмень.