УДК 624.131+539.215

РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ, ЛЕЖАЩИХ НА НЕОДНОРОДНОМ ГРУНТОВОМ ОСНОВАНИИ

Дасибеков А.[1], Юнусов А. А.[1], Сайдуллаева Н. С.[1], Юнусова А. А.[2]

[1]*Южно-Казахстанский государственный унивеситет имени М. Ауэзова (160012, г. Шымкент, ул. Тауке-Хана 5);*
[2]*Казахская академия транспорта и коммуникации имени М. Тынышпаева (005009, г. Алматы, ул. Шевченко 85)*

В данной работе приводится расчет балочных двухслойных упругоползучих плит, лежащих на неоднородном упругоползучем грунтовом основании. Свойства ползучести материалов подчиняются теории упругоползучего тела Маслова – Арутюняна. Она по сравнению с теориями старения, течения гораздо лучше описывает напряженно-деформированное состояние бетона, грунта и наиболее полно отражает основные механические свойства этих строительных материалов и по существу является синтезом теории старения и упругой наследственности. Неоднородность грунта обусловлена непрерывным возрастанием его плотности и жесткости по глубине под влиянием собственного веса. Следовательно, деформативные свойства грунтов меняются вместе с координатами точки. Здесь неоднородность грунтового основания учитывается через модуль деформации и меры ползучести, которые с глубиной изменяются по степенному закону. Такая модель для упругого грунтового основания была предложена Г. К. Клейным, а для упругоползучего основания – Т. Ш. Ширинкуловым.
Основанием для разработки данной работы явился рост объема производства капитального строительства промышленных, гражданских и других инженерных сооружений в Казахстане; причина разрушения некоторых высотных сооружений, построенных в регионах Южного Казахстана. Разрушения этих зданий могут быть следствием неправильного расчета грунтовых оснований, т.е. в расчетах не учитываются свойства ползучести и неоднородности грунтовых оснований.

Ключевые слова: основание, грунт, деформация, напряжение, ползучесть, старение, неоднородность, модуль, свойство, слоистость, фундаменты, строительство, балки, плиты, инженерные конструкции, проектирование, упругость, контактная задача, разрушение зданий, твердое тело.

CALCULATION OF ENGINEERING CONSTRUCTION ELEMENTS LYING ON THE HETEROGENEOUS SOIL FOUNDATION

Dasibekov A.[1], Yunusov A. A.[1], Sajdullaeva N. S[1]., Yunusova A. A.[2]

[1]*South-Kazakhstan State University n.a M. Auezov.(160012, Shymkent city, str. Тауке-Khan 5),*
[2]*Kazakh Academy of transport and communication n.a M. Tynyshpaeva (005009, Almaty, Shevchenko 85)*

The beam double-layer elastically creeping slabs overlying on heterogeneous elastically creeping soil foundation calculation is given in the work. The properties of materials creep are subjected to Maslov-Arutyunyan theory of elastically creeping body. In comparison with theories of aging treatment, of flow it far better describes strain-stress distribution of concrete, soil, and fully represents basic mechanical properties of these constructional materials, and essentially is a synthesis of the theory of aging treatment and elastic inheritance. The heterogeneity of soil is determined by continuous expansion of its specific gravity and deepness stiffness under the effect of its weight. Consequently, the deformation soil properties are changed within the pointpositions.Here, the heterogeneity of soil foundation is considered through the modulus of deformation and creep measures which changed within the deepness according to the power law. Such model of elastic soil foundation was suggested by G.K.Klein, and for elastically creeping foundation by T.Sh. Shirinkulov.
A basis of the project development is an increase in production of capital construction of industrial, civil and other engineering constructions built in regions of South Kazakhstan. Decay of these buildings can be consequences of miscalculation of soil foundations, i.e. creeping and heterogeneity of soil foundations properties are not considered.

Key words: foundation, soil, deformation, tensioning, creeping, aging treatment, heterogeneity, modulus, property, bedding, ground works, building and construction, beams, slabs, engineering constructions, designing, elasticity, contact problem, decay of buildings, solid bit.

Основанием для разработки данной работы явился рост объема производства капитального строительства промышленных, гражданских и других инженерных сооружений в Казахстане; причина разрушения некоторых высотных сооружений, построенных в регионах Южного Казахстана. Разрушения этих зданий могут быть следствием неправильного расчета грунтовых оснований, т.е. в расчетах не учитываются свойства ползучести и неоднородности грунтовых оснований.

В настоящее время решено много контактных задач теории упругости и ползучести для однородных грунтовых оснований. Здесь не учитывались многослойность и реологические свойства плит. Учитывая это, следует решать контактные задачи механики деформируемого упругого и упругоползучего твердого тела с учетом неоднородности уплотняемых грунтовых массивов и слоистости элементов конструкции, взаимодействующих с основанием. На основе полученных решений установить расчетные формулы, позволяющие обеспечить прочность и устойчивость любого здания или сооружения.

Теоретические и экспериментальные исследования С. Р. Месчяна [8], Б. Н. Баршевского [2], Л. А. Галина [3], Г. К. Клейна [7] и других исследователей показывают, что грунты, на которых строятся сооружения, по своим механическим свойствам являются неоднородными. Для расчета сооружений на таком основании Г. П. Клейн применил способ Б. Н. Жемочкина [4]. В отличие от этой работы в работах Т. Ш. Ширинкулова [10, 11] предлагается другой способ расчета. Он для аппроксимации реактивных давлений и перемещений, применяя специальные полиномы Гегенбауэра, добился высокой степени сходимости процесса приближения и показал, что в большинстве случаев достаточно ограничиваться лишь двумя – тремя членами разложения. Напряженно-деформированное состояние грунтового основания под действием жесткого ленточного фундамента и расчеты сооружений и оснований по предельным состояниям даны в [1, 9].

В целом анализ современного состояния контактных задач теории упругости и ползучести показывает, что при расчете балочных и круглых плит на сплошном деформируемом основании одновременно не учитываются такие сильно влияющие факторы на их напряженно-деформируемое состояние, как:

– слоистость плит, т.е. когда плиты приложены друг на друга или они соединены между собой упругими связями (между плитами существует заполнитель типа клея или молодого бетона);

– ползучесть материалов плиты и грунтового основания. Здесь из существующих реологических теорий выбрана именно теория упругоползучего тела Г. Н. Маслова –

Н. Х. Арутюняна. Она по сравнению с теориями старения, течения гораздо лучше описывает напряженно-деформированное состояние бетона, грунта и наиболее полно отражает основные механические свойства этих строительных материалов и по существу является синтезом теории старения и упругой наследственности. Экспериментальные исследования закономерностей ползучести скелета грунтов, проведенные С. Р. Месчяном, показали, что теория упругоползучего тела Г. Н. Маслова – Н. Х. Арутюняна применима к лессовым грунтам. В этом отношении лессовый грунт с небольшими перерывами тянутся от северного конца хребта Каратау к г. Туркестану и к г. Шымкенту. Южнее он широко распространен в долине реки Келес и в районе г. Ташкента;

– неоднородность уплотняющегося основания. Неоднородность грунта обусловлена непрерывным возрастанием его плотности и жесткости по глубине под влиянием собственного веса. Следовательно, деформативные свойства грунтов меняются вместе с координатами точки. Здесь неоднородность грунтового основания, согласно [7, 10, 11], учитывается через модуль общей деформации и меры ползучести, которые с глубиной изменяются по следующей зависимости:

$$\left.\begin{aligned} E(t,z) &= E_m(t)z^m \\ C(t,\tau,z) &= C_m(t,\tau)z^{-m} \end{aligned}\right\}. \qquad (1)$$

Здесь $C_m(t,\tau), E_m(t)$ – соответственно мера ползучести и модуль деформации на глубине $z=1$, m – показатель неоднородности.

Для поведения расчета рассмотрим бесконечную упругоползучую двухслойную плиту постоянной ширины (рисунок 1), лежащую на упругоползучем неоднородном основании, модуль упругости и мера ползучести которого изменяются по (1).

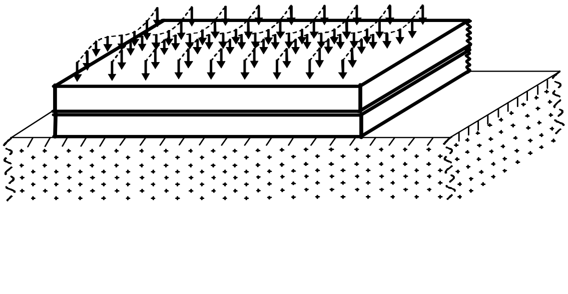


Рисунок 1. Схема расчета плиты, лежащей на упругоползучем неоднородном основании

Будем предполагать, что заданная нагрузка распределена равномерно по любой линии вдоль плиты и по произвольному закону $q(x,t)$ поперек плиты.

При таких условиях расчет плиты сводится к расчету балки – полоски длиной 2ℓ, шириной, равной единице.

Предположим, что свойство ползучести материала плиты и основания могут быть описаны теорией упругоползучего тела Г. Н. Маслова – Н. Х. Арутюняна [5], и что коэффициент упругой поперечной деформации постоянен во времени, т.е.:

$$\mu^*(t,\tau) = \mu(t) = \mu = const.$$

Модули упругости плиты и основания считаем функцией времени. При этих предположениях между деформациями и напряжениями имеет место соотношение [6]:

$$E(t)\varepsilon_{ik}^*(t) = (1+K^*)\left[(1+\mu)\sigma_{ik}(t) - \mu S^*(t)\delta_{ik}\right], \tag{2}$$

где K^* – интегральный оператор вида:

$$K^* f = \int_{\tau_1}^{t} K(t,\tau) f(\tau) d\tau; \tag{3}$$

$\varepsilon_{ik}^*(t)$ – тензор деформаций; τ_1 – время приложения нагрузки; $\sigma_{ik}^*(t)$ – тензор напряжений:

$$S^*(t) = \sigma_x^*(t) + \sigma_y^*(t) + \sigma_z^*(t);$$

$E(t), \mu$ – соответственно модуль деформации и коэффициент Пуассона материала плиты;

$K(t,\tau)$ – ядро последействия по Н. Х. Арутюняну:

$$K(t,\tau) = E(t)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t,\tau)\right] = E(t)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\delta(t,\tau)\right], \tag{4}$$

где $\delta(t,\tau)$ – полная относительная деформация от единичного напряжения; $C(t,\tau)$ – мера ползучести; δ_{ik} – единичный тензор.

Решая уравнение (2) при (3), (4) относительно тензора напряжений, будем иметь:

$$(1+\mu)\sigma_{ik}^*(t) - \mu S^*(t)\delta_{ik} = E(t)(1-R^*)\varepsilon_{ik}^*(t), \tag{5}$$

где R^* – интегральный оператор вида:

$$R^* f = \frac{1}{E(t)}\int_{\tau_1}^{t} R(t,\tau)E(\tau) f(\tau) d\tau, \tag{6}$$

$R(t,\tau)$ – резольвента ядра $K(t,\tau)$.

Известно, что между интегральными операторами K^* и R^* имеется следующая связь:

$$\frac{1}{1+K^*} = 1 - R^*. \tag{7}$$

Уравнение изгиба плит выводится так же, как и в теории упругости, заменой закона Гука зависимостью (5) при (6), (7). После выполнения всех выкладок для двухслойных балочных плит получим:

$$(1-R^*)\frac{D(t)}{\ell^4}\frac{\partial^4 W^*(x,t)}{\partial x^4}=q(x,t)-P^*(x,t),\ D(t)=D_1(t)+D_2(t). \quad (8)$$

Здесь $W^*(x,t)$ – прогиб плиты; $P^*(x,t)$, $q(x,t)$ – соответственно интенсивность нормальной реакции основания и внешней распределенной нагрузки; $D_i(t)=\frac{E_i(t)h_i^3}{12(1-\mu^2)}$ – цилиндрическая жесткость i – ой плиты i =1,2; x – безразмерная координата, равная отношению абсолютной координаты к полудлине балки; h_i – толщина плиты. Из (8) видно, что слоистость плит влияет на значение жесткостной характеристики плит.

Решение рассматриваемой задачи сводится к установлению закона распределения реактивных давлений $P^*(x,t)$ на основе решений систем трех уравнений [10, 11]. Первое из них представляет собой интегро-дифференциальное уравнение изгиба плиты (8).

Второе уравнение выражает осадки неоднородного основания, которое с учетом ползучести, согласно [7], имеет вид:

$$V^*(x,t)=a(t)\left[\int_{-1}^{1}\frac{P^*(s,t)ds}{/x-s/^m}+\int_{r_1}^{t}\int_{-1}^{1}\frac{P^*(s,\tau)ds}{/x-s/^m}K(t,\tau)d\tau\right], \quad (9)$$

где

$$\left.\begin{aligned} a(t)&=\frac{\alpha\ell}{\pi E_m(t)}\\ K(t,\tau)&=E_m(t)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{E_m(\tau)}+C_m(t,\tau)\right]\end{aligned}\right\}. \quad (10)$$

$E_m(t), C_m(t,\tau)$ – соответственно модуль упругости и мера ползучести материала основания:

$$\alpha=\frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{m+4}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m+3}{2}\right)}\cdot\frac{(1+\mu_0)[2-\mu_o(m+3)+\mu_0]}{m(m+2)}\ , \quad (11)$$

где μ_0 – коэффициент Пуассона материала основания; $\Gamma(z)$ – гамма-функция.

Третье уравнение – это условие контакта поверхности плиты с основанием, которое выражается тождеством:

$$W^*(x,t)\equiv V^*(x,t)\ . \quad (12)$$

Кроме вышеприведенных уравнений (8), (9) и (12) при (10), (11) должны выполняться условия равновесия плиты и граничные условия рассматриваемой задачи.

Искомую функцию, $P^*(x,t)$, удовлетворяющую приведенным выше уравнениям, следуя [10], ищем в виде ряда из полиномов Гегенбауэра с переменными во времени коэффициентами, т.е.:

$$P^*(x,t)=\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^{1-m}}}\sum_{n=0}^{\infty}\mathrm{A}_n^*(t)C_n^{\frac{m}{2}}(x). \tag{13}$$

Здесь $C_n^{\frac{m}{2}}(x)$ – полином Гегенбауэра. Уравнения равновесия имеют вид:

$$\left.\begin{aligned}\int_{-1}^{1}P^*(x,t)dx &= \frac{P(t)}{\ell}\\ \int_{-1}^{1}M^*(x,t)dx &= \frac{M(t)}{\ell^2}\end{aligned}\right\}, \tag{14}$$

где $P(t)$ и $M(t)$ – соответственно равнодействующие внешних сил и их момент относительно середины балки-полосы. Учитывая ортогональность полиномов Гегенбауэра по весу $(1-x^2)^{\frac{m-1}{2}}$ и имея в виду равенство $C_0^{\frac{m}{2}}(x)=1,\ C_1^{\frac{m}{2}}(x)=mx,$ из (14) находим:

$$\left.\begin{aligned}A_0^*(t)=A_0^*(\tau_1)&=\frac{\Gamma\left(\frac{m+2}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{m+1}{2}\right)}\frac{P(\tau_1)}{\ell}\\ A_1^*(t)=A_1^*(\tau_1)&=\frac{2\Gamma\left(\frac{m+4}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{m+1}{2}\right)}\frac{M(\tau_1)}{\ell^2}\end{aligned}\right\}. \tag{15}$$

Как известно [10], два первых члена ряда (13) соответствуют распределению реакции по подошве абсолютно жесткой плиты. Из равенства (15) видно, что в данном случае ползучесть материалов балок (балочных плит) и основания не влияет на распределение реактивных давлений.

Подставляя (13) в уравнение (18) и имея в виду (7), после четырехкратного интегрирования по x, для общего случая загружения балочных плит, будем иметь:

$$W^*(x,t)=\frac{\ell^4}{D(t)}\left[C_1(t)\frac{x^3}{6}+C_2(t)\frac{x^2}{2}+C_3(t)x+C_4(t)+f_q(x,t)-\sum_{n=o}^{\infty}A_n^*(t)f_n(x)\right], \tag{16}$$

где функции $f_q(x,t),\ f_n(x)$ является частными интегралами уравнений:

$$f_q^{IV}(x,t)=q(x,t);\qquad f_n^{IV}(x)=\frac{C_n^{\frac{m}{2}}(x)}{\sqrt{(1-x^2)^{1-m}}}\ . \tag{17}$$

На основании результатов исследования Т. Ш. Ширинкулова [10, 11], из (9) после подстановки в него значения реактивного давления $P^*(x,t),$ согласно (13), для осадки неоднородного основания получим:

$$V(x,t)=B(t)\sum_{i=0}^{\infty}\frac{\Gamma(i+m)}{\Gamma(m)i!}(1+K_0^*)A_i^*(t)C_i^{\frac{m}{2}}(x)\,, \qquad (18)$$

где:

$$B(t)=\frac{\alpha\,\ell}{\pi E_m(t)\ell^m\cos\dfrac{m\pi}{2}}\,. \qquad (19)$$

Таким образом, для общего случая при помощи выражений (16)–(19) можно определить прогиб плиты и осадку основания.

Останавливаясь на полиноме той или иной степени, в зависимости от желаемой точности и используя тождество (16), для определения неизвестных коэффициентов $A_n^*(x)$ получаем необходимое число интегральных уравнений Вольтера второго рода.

Для конкретного случая рассмотрим нагружения плит внешней симметричной нагрузкой. В случае симметричной нагрузки в разложении (13) участвуют только четные полиномы. Для определенности примем, что заданная нагрузка равномерно распределена по балке и не изменяется во времени (рисунок 2). Тогда для определения прогиба плит получим следующую расчетную формулу:

$$W(x,t)=V(0,t)+(1+K^*)\frac{\ell^4}{6D(t)}\left[1{,}5qx^2+\frac{1}{4}qx^4-\sum_{n=0}^{\infty}A_{2n}(t)\,f_{2n}(x)\right], \qquad (20)$$

$$f_0(x)=\frac{3x^2}{1+m}+6\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\Gamma\left(\dfrac{1-m}{2}+k\right)}{\Gamma\left(\dfrac{1-m}{2}\right)k!\lambda_{2k}}x^{2k+4}; \qquad (21)$$

$$f_2(x)=\frac{3\Gamma(m+2)\Gamma\left(\dfrac{m+1}{2}\right)}{4\Gamma(m)\Gamma\left(\dfrac{m+5}{2}\right)}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k(m+3)\ldots(m-2k+5)}{2^k k!(2k+1)(2k+2)}x^{2k+2}\,, \qquad (22)$$

$$f_4(x)=\frac{\Gamma(m+4)\Gamma\left(\dfrac{m+1}{2}\right)}{64\Gamma(m)\Gamma\left(\dfrac{m+9}{2}\right)}\left[\left(1-x^2\right)^{\frac{m+7}{2}}-1\right]\;; \qquad (23)$$

$$f_{2n}(x)=6\left[\overline{f}_{2n}(x)-\overline{f}_{2n}(0)\right]=\frac{6\Gamma(2n+m)\Gamma\left(\dfrac{m+1}{2}\right)}{2^{2n}\Gamma(m)\Gamma\left(\dfrac{m+1}{2}+2n\right)(2n)!}\left\{\frac{d^{2n-4}}{dx^{2n-4}}\times\right.$$

$$\left.\left[\left(1-x^2\right)^{\frac{m+4n-1}{2}}\right]-\frac{d^{2n-4}}{dx^{2n-4}}\left[\left(1-x^2\right)^{\frac{m+4n-1}{2}}\right]_{x=0}\right\}\;,\; n\geq 2\;. \qquad (24)$$

$$V(0,t)=(1+K_0^*)B(t)\sum_{n=o}^{\infty}A_{2n}(t)\frac{(-1)^n\Gamma\left(\frac{m}{2}+n\right)\Gamma(2n+m)}{\Gamma(m)\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)n!(2n)!}. \qquad (25)$$

Постоянные интегрирования $C_1(t)$, входящие в (16), (18), определены из граничных условий:

$$\left.\begin{array}{lll} W^{'}(x,t)=\varphi(x)=0, & Q(x,t)=0 & npu\quad x=0 \\ M_x(x,t)=0, & Q(x,t)=0 & npu\quad x=1 \end{array}\right\}. \qquad (26)$$

Пользуясь формулами (18), (19) и (25), выражение осадки основания для рассматриваемой задачи можно представить в виде:

$$V(x,t)=V(0,t)+(1+K_0^*)B(t)\sum_{n=0}^{\infty}A_{2n}(t)\frac{\Gamma(2n+m)}{2n!\Gamma(m)}\left[C_{2n}^{\frac{m}{2}}x)-\frac{(-1)^n\Gamma\left(\frac{m}{2}+n\right)}{n!\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)}\right]. \qquad (27)$$

Функции $f_{2n}(x)$ в (21)–(24) не зависят от внешней нагрузки и могут быть заранее вычислены для различных значений x и m. Причем функции $f_{2n}(x)$ и их производные, а также полиномы $C_n^{\frac{m}{2}}(x)$ табулированы в [10]. В выражениях (20) и (27) неизвестными являются $A_{2n}(t)\ (n=1,2...)$. Для нахождения неизвестных коэффициентов $A_{2n}(t)\ (n=1,2...)$, воспользуемся условием контакта поверхности плиты с основанием.

Подставляя (20) и (27) в (12), условия контакта представим в виде:

$$(1+R^*)\frac{\ell^4}{6D(t)}\left[1{,}5qx^2+\frac{1}{4}qx^4-\sum_{n=0}^{\infty}A_{2n}(t)f_{2n}(x)\right]=$$

$$=(1-K^*)B(t)\sum_{n=0}^{\infty}A_{2n}(t)\frac{\Gamma(2n+m)}{(2n)!\Gamma(m)}\left[C_{2n}^{\frac{m}{2}}(x)-\frac{(-1)^n\Gamma\left(\frac{m}{2}+n\right)}{n\,!\,\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)}\right]. \qquad (28)$$

Для момента времени $t=\infty$ значения $A_2(t), A_4(t)$ стремятся к постоянным величинам. Для приближенного решения задачи будем ограничиваться первыми тремя членами ряда (13), тогда из (28), определив $A_2(t), A_4(t)$ и подставляя их в (20), получаем расчетную формулу для определения прогиба.

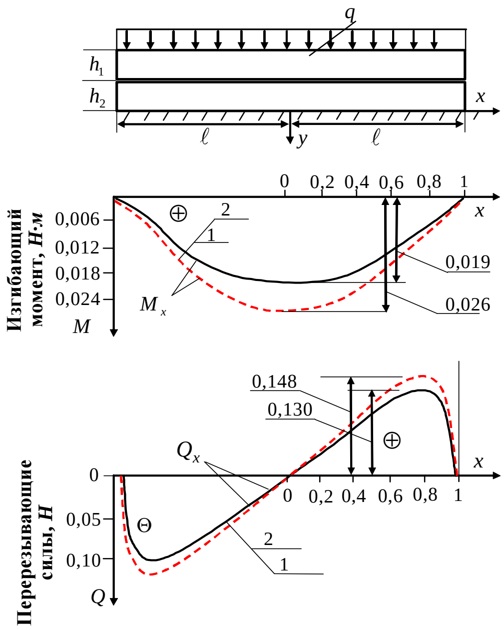
Изгибающие моменты, поперечная сила и реактивное давление соответственно находятся из формул:

$$M(x,t)=-\ell^2\left[\frac{1}{2}q(1+x^2)-\nu q\frac{1}{6}f_0^{''}(x)-A_2(t)\frac{1}{6}f_2^{''}(x)-A_4(t)\frac{1}{6}f_4^{''}(x)\right] \qquad (29)$$

$$Q(x,t) = -\ell\left[qx - \nu q\frac{1}{6}f_0'''(x) - A_2(t)\frac{1}{6}f_2'''(x) - A_4(t)\frac{1}{6}f_4'''(x)\right], \tag{30}$$

$$P(x,t) = \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^{1-m}}}\left[\nu q C_0^{\frac{m}{2}}(x) + A_2(t)C_2^{\frac{m}{2}}(x) + A_4(t)C_4^{\frac{m}{2}}(x)\right]. \tag{31}$$

.



1) $t=\tau$; 2) $\tau_1=14,\ t=180$; 3) $\tau_1=14,\ t=360(t,\tau$ *в сутках*$)$

-----Решение упруго-мгновенной задачи; ___Решение упругоползучей задачи

Рисунок 2. Эпюры $M(x,t)$ и $Q_x(x,t)$

На рисунках 2 при m=0,5 приведены графики изменения функции $M(x,t)$ и $Q(x,t)$, вычисленные соответственно формулам (29) и (30). Причем реактивное давление основания находится из формулы (31). Деформативные характеристики материала плиты приняты из [8].

На основании полученных результатов приходим к выводу, что учет процесса деформирования во времени как материалов плит, так и грунтового основания оказывает существенное влияние на распределение расчетных усилий.

Список литературы

1. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. – М.: Гостехтеориздат, 1952. – 371 с.

2. Баршевский Б. Н. Об определении характеристик деформируемой оси грунта, рассматриваемого как непрерывно неоднородная по глубине среда // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1969. – № 1. – С. 46–58.
3. Галин Л. А. Контактные задачи теории упругости для тел с переменным модулем упругости // Труды Всес. Совещания по применению методов т. ф. к. п. к задачам математической физики. – Тбилиси, 1961.– С. 123–138.
4. Жемочкин В. Н. Расчет круглых плит на упругом основании. – М.: Военно-инженерная академия им. В. В. Куйбышева, 1938.– С. 7–53.
5. Зарецкий Ю. К. Напряженно-деформированное состояние грунтового основания под действием жесткого ленточного фундамента. – М.: Моя жизнь в журнале «Основания, фундаменты и механика грунтов», 2005. – С. 159–168.
6. Зарецкий Ю.К. Расчеты сооружений и оснований по предельным состояниям. – М.: Моя жизнь в журнале «Основания, фундаменты и механика грунтов», 2005. – С. 360–375.
7. Клейн Г. К. Расчет балок на сплошном основании, непрерывно неоднородном по глубине // Строит. механика и конструкции: сб. трудов МИИТС Мосгорисполкома. – 1954. – № 3. –С. 131–137.
8. Месчян С. Р. Ползучесть глинистых грунтов. – Ереван: Изд. АН Арм. ССР, 1967. – 318 с.
9. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 450 с.
10. Ширинкулов Т. Ш. Расчет конструкций на неоднородном основании. – Ташкент: ФАН, 1972. – 274 с.
11. Ширинкулов Т. Ш. Некоторые проблемы контактного взаимодействия // Труды Международной конференции, посвященной 100-летию академика И. С. Куклеса. – Самарканд: Сам.ГАСИ, 2005. – С. 7–10.

Рецензенты:

Арапов Б. Р., доктор технических наук, профессор кафедры прикладной механики Южно-Казахстанского государственного университета имени М. Ауэзова , г. Шымкент.

Шинибаев М. Д.. доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики Южно-Казахстанского государственного педагогического института, г. Шымент.