УДК 620.179.142

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЕ

Хайруллин И. Х., Гиниятуллин Д. М.

ГОУ «Уфимский государственный авиационный технический университет», Уфа, Россия (450000, Республика Башкортостан, г. Уфа, ул.К. Маркса, д. 12), e-mail: office@ugatu.su

Статья посвящена исследованию пространственного распределения изменяющегося электромагнитного поля в трёхслойной структуре. Получены выражения для расчёта трёх составляющих магнитного поля в каждом слое. По результатам проведённых расчётов получена математическая модель трёхслойной структуры, алгоритм построения которой может применяться для систем с большим количеством слоёв. С использованием данной модели построены графики зависимости вектора индукции магнитного поля от толщины непроводящего и проводящего слоёв. Из анализа построенных зависимостей следует, что с увеличением магнитного числа Рейнольдса(ε), а, следовательно, геометрических размеров системы (a и b), магнитной проницаемости (μ) и удельной проводимости (σ) проводящего слоя, нормальная составляющая магнитного поля затухает интенсивнее, что согласуется с результатами других работ и общими законами электротехники. Разработанная модель имеет широкие перспективы применения в теории дефектоскопии и экранирования.

Ключевые слова: электромагнитное поле, многослойная структура, вектор магнитной индукции, дефектоскопия, экранирование.

RESEARCH OF THE MAGNETIC FIELDS SPATIAL DISTRIBUTION IN LAYERED STRUCTURE

Khayrullin I. Kh., Giniyatullin D. M.

Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russia (450000, Republic of Bashkortostan, Ufa, K. Marksa Street, 12), e-mail: office@ugatu.su

The article investigatesspatial distribution of thechangingelectromagneticfield in athree-layerstructure. There were obtained the expressions forcalculating thethree componentsof the magnetic fieldin each layer. By results ofcalculationshas been obtaineda mathematicalmodel ofa three-layerstructure,whichcan be applied tosystems with much more number of layers. By usingthis modelwere constructeddiagrams of dependencethe magnetic field induction vectoron the thickness ofnonconductiveandconductivelayers. From the analysis ofdependenciesfollows thatwith increasing magneticReynolds number(ε),and, consequently,the geometricaldimensions of the system(a andb),the magnetic permeability(μ)andconductivity(σ)of the conducting layer, the normal component ofthe magnetic fielddampsrapidly thatagrees with the resultsof other studiesand thegeneral lawsof electrical engineering.The developed modelhas broadprospects of applicationin the theory of defectoscopy and screening.

Key words: electromagnetic field, multi-layered structure, the magnetic induction vector, defectoscopy, the screening.

Введение

Развитие электротехники стимулирует появление множества устройств, проектирование которых требует всестороннего анализа электромагнитных полей в слоистых средах с числом слоёв от нескольких десятков до нескольких сотен и даже тысяч.

Распределение поля в таких структурах характеризуется большой сложностью и определяет основные рабочие параметры данных устройств. Это диктует необходимость постоянного повышения точности соответствующих электромагнитных расчетов и доведения их до математической безупречности при достаточно строгой постановке модельных задач. Развитие электронно-вычислительной техники даёт возможность создавать алгоритмы, позволяющие производить расчеты электромагнитного поля в произвольной слоистой среде, однако, несмотря на

давнюю и всевозрастающую значимость этой проблемы, достигнутые результаты всё ещё весьма далеки от желаемых.

Несмотря на многообразие конструктивных форм и функциональных особенностей устройств, можно выделить несколько обобщенных моделей, охватывающих широкий круг технических приложений.

Цель исследования

Построение математической модели пространственного распределения изменяющегося магнитного поля в обобщённой трёхслойной электромагнитной модели.

Материалы и методы исследования

Модель, представленная на рис.1, включает целый ряд прикладных задач расчёта электромагнитных полей в трёхслойных средах, создаваемых внешними пространственно-периодическими источниками, в частности, в теории дефектоскопии и теории экранирования.

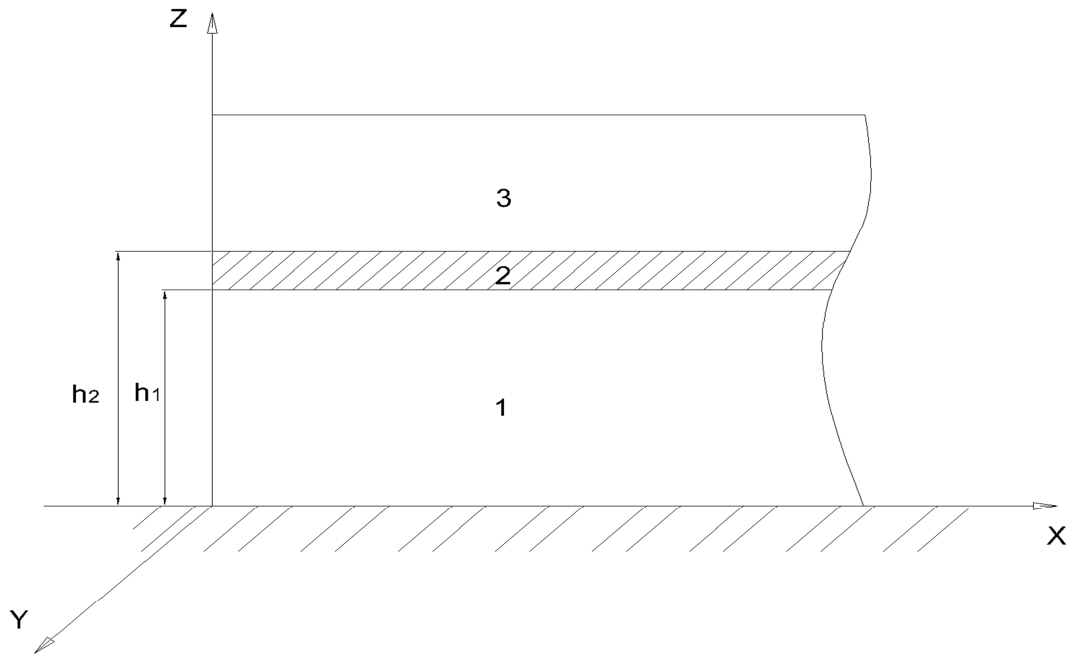

Рисунок 1. (1,3 – воздушный слой, 2 – проводящий слой)

Запишем исходные уравнения в общем виде для различных зон:

$$\Delta \overline{H}_1 = 0$$

$$\Delta \overline{H}_2 - \mu_0 \mu \sigma_1 \frac{\partial \overline{H}_2}{\partial t} = 0. \quad (1)[3]$$

$$\Delta \overline{H}_3 = 0.$$

где $\overline{H}$ – напряжённость магнитного поля, σ – плотность тока, μ – магнитная проницаемость проводящего слоя.

Из-за большого немагнитного зазора поле не является плоскопараллельным и имеет все три составляющие индукции, каждая из которых является функцией трёх координат и времени.

В работе [5] изучалось магнитное поле вихревых токов в плоской пластине произвольной формы, находящейся под действием внешнего поля с напряженностью H_0, перпендикулярного плоскости пластины и меняющегося во времени по синусоидальному закону. В этой работе принимается, что напряженность внешнего поля H_0 не зависит от координаты *y*, тем самым поле принимается плоскопараллельным.

В работе [2] исследовалась пространственная задача о распределении магнитного поля плоского индукционного насоса. При учете поперечного и вертикального поверхностных эффектов и реакции токов в жидком металле. При этом принималось, что вынуждающее поле изменяется во времени ипо оси 0X синусоидально, а электромагнитные величины являются функцией только *y* и *z*.

Для построения математической модели трёхслойной структуры при изменяющемся магнитном поле потребуется определить большое количество постоянных интегрирования, для нахождения которых необходимо множество уравнений и граничных условий, в результате – полученное решение будет иметь очень ограниченное начальными условиями применение. Поэтому для решения задачи определения поля в четырёх измерениях в наиболее общей, удобной форме необходимо принять условие, что по оси OX и OY поле изменяется по гармоническому закону.

Для решения поставленной задачи необходимо задать допущения:

1) размеры проводящего слоя и индуктора в направлении осей OX и OY бесконечны, влияние продольного краевого эффекта не рассматривается;

2) электропроводность областей 1 и 3 равна нулю;

3) поверхность проводящего слоя лишена дефектов и пазов;

4) поле создаётся поверхностным токовым слоем и в направлении осей OX и OY изменяется во времени по гармоническому закону.

Решая систему уравнений (1) методом разделения переменных, при определённых выше допущениях, получаем:

Для зоны 3:

$$
\begin{aligned}
H_{3x} &= \sin(\alpha \cdot x) \cdot \cos(\beta \cdot y) \cdot (C_{13} \cdot sh(\gamma_3 \cdot z) + C_{14} \cdot ch(\gamma_3 \cdot z)) \\
H_{3y} &= \cos(\alpha \cdot x) \cdot \sin(\beta \cdot y) \cdot (C_{15} \cdot sh(\gamma_3 \cdot z) + C_{16} \cdot ch(\gamma_3 \cdot z)) \\
H_{3z} &= \cos(\alpha \cdot x) \cdot \cos(\beta \cdot y) \cdot (C_{17} \cdot sh(\gamma_3 \cdot z) + C_{18} \cdot ch(\gamma_3 \cdot z)) \\
B_{3z} &= \mu_3 \cdot H_{3z}
\end{aligned} \qquad (2)
$$

Для зоны 2:

$$
\begin{aligned}
H_{2x} &= \sin(\alpha \cdot x) \cdot \cos(\beta \cdot y) \cdot (C_7 \cdot sh(\gamma_2 \cdot z) + C_8 \cdot ch(\gamma_2 \cdot z)) \cdot \sin(\omega \cdot t) \\
H_{2y} &= \cos(\alpha \cdot x) \cdot \sin(\beta \cdot y) \cdot (C_9 \cdot sh(\gamma_2 \cdot z) + C_{10} \cdot ch(\gamma_2 \cdot z)) \cdot \sin(\omega \cdot t) \\
H_{2z} &= \cos(\alpha \cdot x) \cdot \cos(\beta \cdot y) \cdot (C_{11} \cdot sh(\gamma_2 \cdot z) + C_{12} \cdot ch(\gamma_2 \cdot z)) \cdot \sin(\omega \cdot t) \\
B_{2z} &= \mu_2 \cdot H_{2z}
\end{aligned} \qquad (3)
$$

Для зоны 1:

$$
\begin{aligned}
H_{1x} &= \sin(\alpha \cdot x) \cdot \cos(\beta \cdot y) \cdot (C_1 \cdot sh(\gamma_1 \cdot z) + C_2 \cdot ch(\gamma_1 \cdot z)) \\
H_{1y} &= \cos(\alpha \cdot x) \cdot \sin(\beta \cdot y) \cdot (C_3 \cdot sh(\gamma_1 \cdot z) + C_4 \cdot ch(\gamma_1 \cdot z)) \\
H_{1z} &= \cos(\alpha \cdot x) \cdot \cos(\beta \cdot y) \cdot (C_5 \cdot sh(\gamma_1 \cdot z) + C_6 \cdot ch(\gamma_1 \cdot z)) \\
B_{1z} &= \mu_1 \cdot H_{1z}
\end{aligned} \qquad (4)
$$

где $\gamma_3 = \gamma_1 = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}; \gamma_2 = \sqrt{k^2 + \alpha^2 + \beta^2}; k^2 = j\mu\sigma\omega;$ [6]

с учётом $\alpha = \frac{\pi}{a}, \beta = \frac{\pi}{b}$ $\gamma_2 = \alpha\sqrt{j\varepsilon + 1 + \frac{\beta^2}{\alpha^2}};$

где *a* и *b* –шаг ячейки индуктора по оси OX и OY соответственно, $\varepsilon = \frac{\mu\sigma\omega a^2}{\pi^2}$ – магнитное число Рейнольдса.

Решаем данную систему уравнений с использованием граничных условий:

при $z = \infty : H_{3x} = 0; H_{3y} = 0; B_{3z} = 0;$

$z = h_2 : H_{3x} = H_{2x}; H_{3y} = H_{2y}; B_{3z} = B_{2z};$ (5)

$z = h_1 : H_{2x} = H_{1x}; H_{2y} = H_{1y}; B_{2z} = B_{1z};$

$z = 0 : H_{1x} = \cos(\pi \cdot \mathrm{y}) \cdot \delta_{\text{пму}}; H_{1y} = \cos(\pi \cdot \mathrm{x}) \cdot \delta_{\text{пмх}}.$

После ряда преобразований, выполненных на ЭВМ, находим постоянные интегрирования и, соответственно, все составляющие электромагнитного поля.

Для решения задач пространственного распределения электромагнитного поля наиболее интересной является нормальная составляющая поля H_z, скорость затухания которой зависит от формы индуктора, поверхностного тока, также и от величины немагнитного зазора между индуктором и проводящей средой.

Результаты и обсуждения

С использованием полученных результатов разработана программа расчета электромагнитного поля и плотности токов, которая позволяет применять её для систем с большим количеством слоёв. Используя полученную модель и с учётом приведённых выше допущений, построим графики зависимости индукции электромагнитного поля для трёхслойной структуры от координаты *z*:

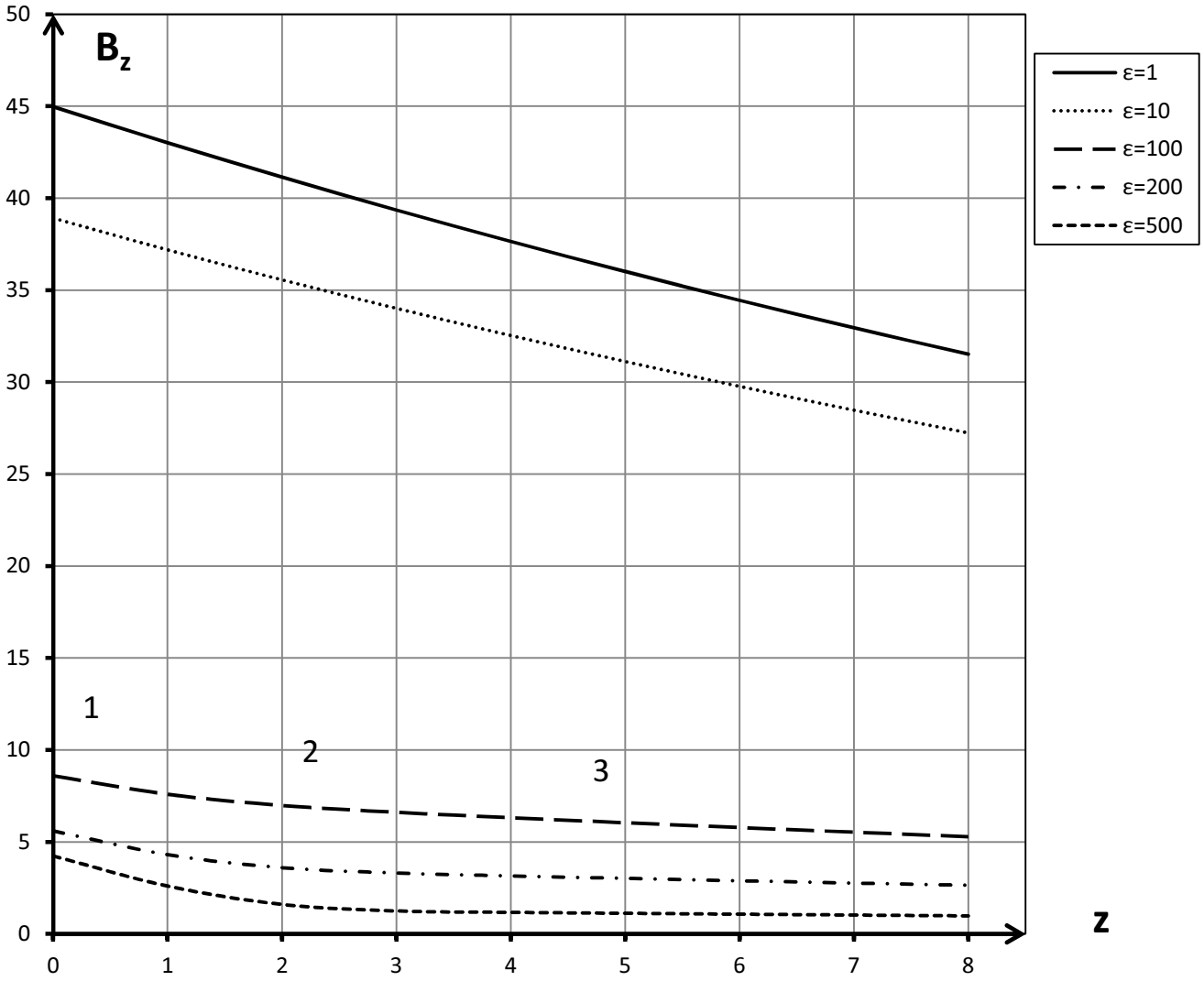

Рисунок 2. Изменение вектора индукции магнитного поля для различных значений магнитного числа Рейнольдса ε в слое 1(z=0÷1), слое 2 (z=1÷4), слое 3 (z=4÷8)

Из анализа данных зависимостей следует, что с увеличением магнитного числа Рейнольдса ε, а, следовательно, магнитной проницаемости (μ), удельной проводимости (σ) проводящего слоя или частоты первичного электромагнитного поля, нормальная составляющая магнитного поля затухает интенсивнее, что согласуется с результатами других работ и общими законами электротехники.

Для численного измерения магнитного потока в той или иной области можно воспользоваться датчиком, представляющим собой рамку. Данная рамка размещается под исследуемым проводящим слоем либо над ним, в зависимости от решаемой задачи диагностики либо экранирования. По величине ЭДС, наведённой в рамке, можно судить об интенсивности магнитного потока в исследуемой области:

$$\Psi = 4 \int_{x=0}^{x=a} \int_{y=0}^{y=b} B_{zm} \cdot \cos \alpha x \cdot \cos \beta y \cdot \partial x \cdot \partial y \cdot e^{j\omega t} \qquad (6)$$

$$E = -\frac{\Delta \Psi}{\Delta t}$$

Заключение

Полученную модель можно использовать для построения дефектоскопов, позволяющих исследовать большие по площади поверхности, при производстве и эксплуатации электромагнитных экранов, крупногабаритных ёмкостей и т.п.

Список литературы

1. Дорофеев А. Л. Электроиндуктивная (индукционная) дефектоскопия. М., 1967.
2. Охременко Н. М. Магнитное поле плоского индукционного насоса // Электричество. 1964. №8. С.18.
3. Хайруллин И. Х. Электромагнитные расчеты в электрических машинах. Уфа, 1988.
4. Таточенко Л. К., Медведев С. В. Современные методы контроля материалов без разрушения / Под ред. С. Т. Назарова. М., 1961.
5. Цейтлин Л. А. Потери на вихревые токи в тонких пластинах // Электричество. 1969. №3. С.73.

Рецензенты:

Шабанов В. А., д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Электротехника и электрооборудование предприятий» УГНТУ, г. Уфа.

Гизатуллин Ф. А., д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Электрооборудование летательных аппаратов и наземного транспорта» УГАТУ, г.Уфа.