

## МЕТОД И АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ТРУБЧАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

Черненко М. О.

*ГОУ ВПО «Московский государственный университет инженерной экологии», Москва, Россия (105066, г. Москва, улица Старая Басманная, 21/4)*

Проблема течения материала имеет огромное значение для развития современной промышленности. Вместе с тем она до сих пор остается недостаточно изученной. Исследования в области повышения надежности слишком трудоемкие и дорогостоящие. Поэтому были разработаны достоверные и достаточно точные математические методы и алгоритмы, для последующего использования в программном обеспечении ЭВМ. Описывается построение математической модели трубчатых элементов теплообменников, используемых в нефтехимических и нефтеперерабатывающих производствах. Математическая модель элемента состоит из трех групп уравнений. В первую группу входят уравнения равновесия, которые не зависят от условий нагрева и являются оригинальными для каждой конструкции. Вторую группу составляет уравнение Лапласа, третья группа представлена уравнением упругопластического деформирования материала, связывающее приращение напряжений и деформаций. Предложен метод численного расчета процессов повреждения с учетом истории нагружения и изменения механических свойств конструкционного материала. Объясняется механизм расчета конструкции шаговым методом, с проверкой выполнения условия упругости на каждом этапе.

Ключевые слова: малоцикловая усталость, нестационарное нагружение, упругопластическая деформация.

## METHOD AND THE CALCULATION ALGORITHM OF THE TUBULAR ELEMENT IN ELASTOPLASTIC DEFORMATION

Chernenko M.

*Moscow State University of Environmental Engineering, Moscow, Russia (105066, Moscow, Staraya Basmanaya, 21/4)*

The problem of flow the material has a great importance for the development of modern industry. However, it is still not enough understood. Research in improving the reliability is too time-consuming and expensive. Have therefore been developed for reliable and sufficiently accurate mathematical methods and algorithms for use in computer software. In this issue describing the construction of a mathematical model of tubular heat exchangers used in petrochemical and refining industries. A mathematical model of an element consists of three groups of equations. The first group includes the equilibrium equations, which do not depend on the conditions of heat and are original to each design. The second group is the Laplace equation, the third group is represented by the equation of elastic-plastic deformation of the material, which relates the increment of stress and strain. A method for numerical calculation of damages, taking into account the processes of loading history and the changes of mechanical properties of structural materials. Explained by the mechanism for calculating the design step method, to check the condition of elasticity at each stage.

Key words: low-cycle fatigue, nonstationary loading, elastoplastic deformation.

Проблема течения материала интересна и важна для современной жизни. Практические исследования в этой области имеют огромное прикладное значение: они позволяют выявить новые результаты и явления в поведении материала, а также позволяют с большой долей надежности проверить существующие на сегодняшний день теоретические выкладки по этой проблеме.

Исследования в области повышения надежности технологических трубопроводов, работающих в нестационарных термомеханических условиях, трудоемкие и дорогостоящие, при условии проведения натурных испытаний. Использование достоверных и достаточно

точных математических методов и алгоритмов позволяет создавать программные продукты, позволяющие осуществлять такие исследования с намного меньшими материальными и физическими затратами. Также применение ЭВМ для решения такого рода задач существенно экономит время, затрачиваемое на исследование.

Рассматривается тонкостенный цилиндрический элемент какой-либо конструкции под воздействием малоцикловых термомеханических нагрузок. Данный элемент может нагружаться внутренним давлением  $q$  и осевым усилием  $P$  при температурном воздействии  $T$ . Внешние нагрузки и температурное поле изменяются во времени независимо друг от друга и вызывают циклическое упругопластическое деформирование оболочки. Рассматривается работа конструкции в упругопластической стадии с учетом истории нагружения. При расчете учитывается возможность изменения знаков напряжений и пластических деформаций, а также физико-механических свойств конструкционного материала в процессе нагружения. Решение задачи строится в главных осях  $x$ ,  $y$ ,  $z$  рассматриваемой конструкции.

Полная система уравнений при расчете конструкций состоит из трех групп уравнений. Первую группу уравнений для статических задач составляют уравнения равновесия, которым должны удовлетворять компоненты напряженного состояния. На границе тела напряжения должны удовлетворять статическим граничным условиям.

Уравнения равновесия не зависят от физико-механических свойств материала и условий нагрева и являются оригинальными для каждой конструкции. Для расчета элементов конструкций шаговым методом эти уравнения и граничные условия записывают в приращениях.

$$\pi D h \Delta \sigma_s = \Delta P,$$

Вторую группу уравнений составляет уравнение Лапласа:

$$\frac{\Delta \sigma_s}{R_1} + \frac{\Delta \sigma_t}{R_2} = \frac{\Delta q}{h},$$

где  $\Delta \sigma_s$ ,  $\Delta \sigma_t$ ,  $\Delta q$ ,  $\Delta P$ , – приращения меридионального и кольцевого напряжений, внутреннего давления и осевого усилия на этапе нагружения;  $D$ ,  $h$  – диаметр и толщина стенки трубопровода;  $R_1$  и  $R_2$  – главные радиусы кривизны.

Для цилиндрической элемента  $R_1 = \infty$ , а  $R_2 = \frac{D}{2}$ .

Третью группу уравнений составляют уравнения пластического течения, связывающие напряжения и деформации. Их конкретный вид определяется применяемой теорией пластичности и принятой для расчета математической моделью кинетики процесса упругопластического деформирования конструкционного материала. В данном случае рассматриваем деформирование линейно-анизотропного материала.

Уравнения упругопластического деформирования материала, связывающие приращения напряжений и деформаций, записываются в матричной форме:

$$\{\Delta \varepsilon\} = \left( [B^e] + [B^p] \right) \{\Delta \sigma\} + \{F_T\} \Delta T, \quad (1)$$

где матрицы  $[B_e]$  и  $[B_p]$  определяются выражениями:

$$[B^e] = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\mu & -\mu \\ -\mu & 1 & -\mu \\ -\mu & -\mu & 1 \end{bmatrix};$$

$$[B^p] = \frac{1}{HR_p^2} \begin{bmatrix} \alpha_x^2 & \alpha_x \alpha_y & \alpha_x \alpha_z \\ \alpha_y \alpha_x & \alpha_y^2 & \alpha_y \alpha_z \\ \alpha_z \alpha_x & \alpha_z \alpha_y & \alpha_z^2 \end{bmatrix}$$

$$\{F_T\} = \left\{ \frac{d\varepsilon^T}{dT} \right\} + \left( \frac{\partial}{\partial T} [B^e] \right) \{\sigma\} - \frac{1}{HR_p} \cdot \frac{\partial R_p}{\partial T} dT \{\alpha\}^p,$$

$$\{\sigma\} = [d\sigma_x \ d\sigma_y \ d\sigma_z]^T,$$

$$\{\alpha\} = [\alpha_x \ \alpha_y \ \alpha_z]^T,$$

$$\left\{ \frac{d\varepsilon^T}{dT} \right\} = \frac{d\varepsilon^T}{dT} [1 \ 1 \ 1]^T;$$

$$H = g_p + \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\partial R_p}{\partial \varepsilon_p}.$$

Рассматривая деформации пластического течения, полагаем, что в пространстве девиаторов напряжений существует область, в пределах которой поведение материала упругое. Границы этой области определяют с заданным допуском поверхность текучести, конфигурация и положение которой являются функционалами процесса нагружения.

Начальная поверхность текучести является поверхностью Мизеса. Уравнение поверхности текучести принимаем в форме [2]:

$$(\alpha_1^p)^2 + (\alpha_2^p)^2 + (\alpha_3^p)^2 = R_p^2,$$

где:

$$\alpha_j^p = s_j - \rho_j^p, \quad (j=1, 2, 3) - \text{активные напряжения};$$

$$s_j = \sigma_j - \sigma_0, \quad (j=1, 2, 3) - \text{компоненты девиатора напряжений};$$

$$\sigma_0 = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3).$$

$$d\varepsilon_p = \sqrt{\frac{2}{3}} R_p d\lambda_p - \text{приращение накопленной пластической деформации}$$

$$A_i = \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha_z^2} - \text{интенсивность активных напряжений}.$$

Задача решается для конструкционного материала с линейным анизотропным упрочнением.

Предполагается, что программа нагружения конструкции задана. Определены также физико-механические характеристики конструкционного материала.

Программа нагружения конструкции разбивается на ряд малых этапов, расчет которых выполняется последовательно. Считается, что в общем случае программа нагружения имеет предысторию, и в момент начала численного анализа имеется полная информация о напряженно-деформированном состоянии конструкции.

Расчет конструкции шаговым методом включает две основных процедуры. Первая процедура связана с нахождением параметров напряженно-деформированного состояния для рассматриваемой конструкции.

В рассмотрение вводится вектор состояния

$$\{Z\} = [\sigma_x \sigma_y \sigma_z \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z \varepsilon_x^p \varepsilon_y^p \varepsilon_z^p \rho_x \rho_y \rho_z \varepsilon_p R_p A_x A_y A_z A \varepsilon_i^e \varepsilon_i \Omega T \Omega_e \Omega_p \Omega_s],$$

который полностью характеризует напряженно-деформированное состояние исследуемой конструкции.

Пусть в некоторой точке процесса, соответствующей началу очередного  $n$ -го этапа нагружения, все компоненты вектора состояния  $\{Z_0\}$  известны. Располагая этой информацией, вычисляются значения функций  $(\frac{dE}{dT}, \frac{dR_p}{dT}, \frac{dR_p}{d\varepsilon_p}, g_p, H)$ , а также значения упругих постоянных материала в исследуемой точке процесса нагружения. Полагая, что все эти параметры сохраняют свои значения на протяжении  $n$ -го этапа нагружения,

определяются коэффициенты разрешающей системы уравнений и находятся параметры напряженно-деформированного состояния.

В результате находятся приращения напряжений  $\Delta\sigma_x, \Delta\sigma_y, \Delta\sigma_z$ , деформаций  $\Delta\varepsilon_x, \Delta\varepsilon_y, \Delta\varepsilon_z$  на  $n$ -м этапе нагружения. Числовые значения искомых величин определяются на каждом этапе вычисления. На каждом этапе точке ставится в соответствие параметр  $plast$  (признак пластичности), который принимает значение 0, если в рассматриваемой точке материал деформируется упруго, или 1, если имеет место пластическое течение. В процессе нахождения параметров НДС конструкции формирование матрицы  $[B]$  в уравнении (1) выполняется с учетом значения этого параметра:

$$[B] = [B^e], \text{ если } plast = 0;$$

$$[B] = [B^e] + [B^p], \text{ если } plast = 1.$$

Найдя параметры напряженно-деформированного состояния конструкции, переходят к следующей процедуре расчета, связанной с определением векторов состояния  $\{Z\}$  в узловых точках конструкции в конце  $n$ -го этапа нагружения.

Вычисляются напряжения в конце  $n$ -го этапа по формулам:

$$\sigma_j = \sigma_j^0 + \Delta\sigma_j, \quad (j = x, y, z),$$

где  $\sigma_j^0$  – напряжения в начале  $n$ -го этапа нагружения.

Затем вычисляются значения активных напряжений в конце этапа нагружения:

$$\alpha_j = s_j - \rho_j, \quad (j = x, y, z),$$

где  $s_j = \sigma_j - \sigma_0$ ,  $(j = x, y, z)$ ,

$$\sigma_0 = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z).$$

Дальнейший анализ параметров состояния различается для упругих и пластических узловых точек.

Для упругой точки параметр  $Plast=0$ . Для упругой точки можно предложить следующий алгоритм ее анализа и расчета:

1. Вычислить значение  $A$ :

$$A = \sqrt{(\alpha_x^p)^2 + (\alpha_y^p)^2 + (\alpha_z^p)^2} < R_p,$$

где  $R_p$  – радиус поверхности текучести;

2. Выяснить возможное состояние точки:

$$\blacksquare A < R_p$$

В данном случае узловая точка остается упругой. Признак пластичности сохраняется, продолжение расчета.  $\{plast = 0; Down = 0; \mathbf{Exit}\}$ ;

$$\blacksquare A = R_p \pm 0.001$$

В этом случае рассматриваемая узловая точка переходит в пластическое состояние. Назначаем этой точке параметр пластичности  $Plast = 1$  и производим перерасчет этапа нагружения.  $\{plast = 1; \mathbf{Exit}\}$ ;

$$\blacksquare A > R_p + 0.001$$

Рассматриваемая узловая точка вышла за пределы поверхности текучести. Необходимо уменьшение этапа нагружения, назначаем этой точке параметр пластичности  $Plast = 1$  и повторно решаем краевую задачу. Коэффициент необходимого уменьшения нагрузки на этапе равен  $Down = 0,5$ .

Для пластической точки параметр  $Plast=1$ . Для пластической узловой точки можно предложить следующий алгоритм ее анализа и расчета:

1. Вычислить значение параметр  $\Delta\lambda_p$  по формуле

$$\Delta\lambda_p = \frac{\frac{\alpha_x^p \Delta\sigma_x + \alpha_y^p \Delta\sigma_y + \alpha_z^p \Delta\sigma_z}{R_p} - \frac{\partial R_p}{\partial T} \Delta T}{H R_p}$$

2. Вычислить скорость изменения параметра  $\dot{\lambda}_p$ .

$$\blacksquare \dot{\lambda}_p < 0 \tag{2}$$

Выполнение условия (2) означает упругую разгрузку. В этом случае необходимо назначить этой точке параметр пластичности  $Plast = 0$  и произвести перерасчет этапа нагружения.

$$\blacksquare \dot{\lambda}_p \geq 0 \tag{3}$$

Если выполняется условие (3), то необходимо вычислить приращения:

$$\Delta\epsilon_p = \sqrt{\frac{2}{3}} R_p \Delta\lambda_p,$$

$$\Delta\epsilon_j^p = \alpha_j^p \Delta\lambda_p,$$

$$\Delta\rho_j^p = g_p \Delta\epsilon_j^p,$$

$$\Delta R_p = \frac{\partial R_p}{\partial \epsilon_p} \Delta\epsilon_p + \frac{\partial R_p}{\partial T} \Delta T.$$

Для упругих точек приращение радиуса поверхности текучести определяется по формуле:

$$\Delta R_p = \frac{\partial R_p}{\partial T} \Delta T.$$

- Определить вектор состояния в конце рассматриваемого этапа нагружения конструкции и перейти к расчету следующего этапа:

$$\{Z\} = \{Z_0\} + \{\Delta Z\}.$$

Схема рассмотренного алгоритма приведена на рисунке 1. Рассмотренный метод использован при разработке программного обеспечения компьютерного анализа упругопластического деформирования трубчатых элементов конструкций. Использование разработанного программного продукта для изучения особенностей поведения конструкции при сложных термомеханических воздействиях хорошо себя зарекомендовало, т.к. позволяет получать точные результаты, которые невозможно получить при расчетах ручным способом. При этом повышается надежность эксплуатации оборудования в целом, а значит, вероятность возникновения аварийных ситуаций сводится к минимуму, что, несомненно, актуально в современном мире. Когда гораздо дешевле и проще предотвратить катастрофу, чем бороться с ее последствиями. Постоянный мониторинг призван решить эту проблему, обеспечив своевременное информирование о возникающих неполадках.

## Исходные данные для расчета

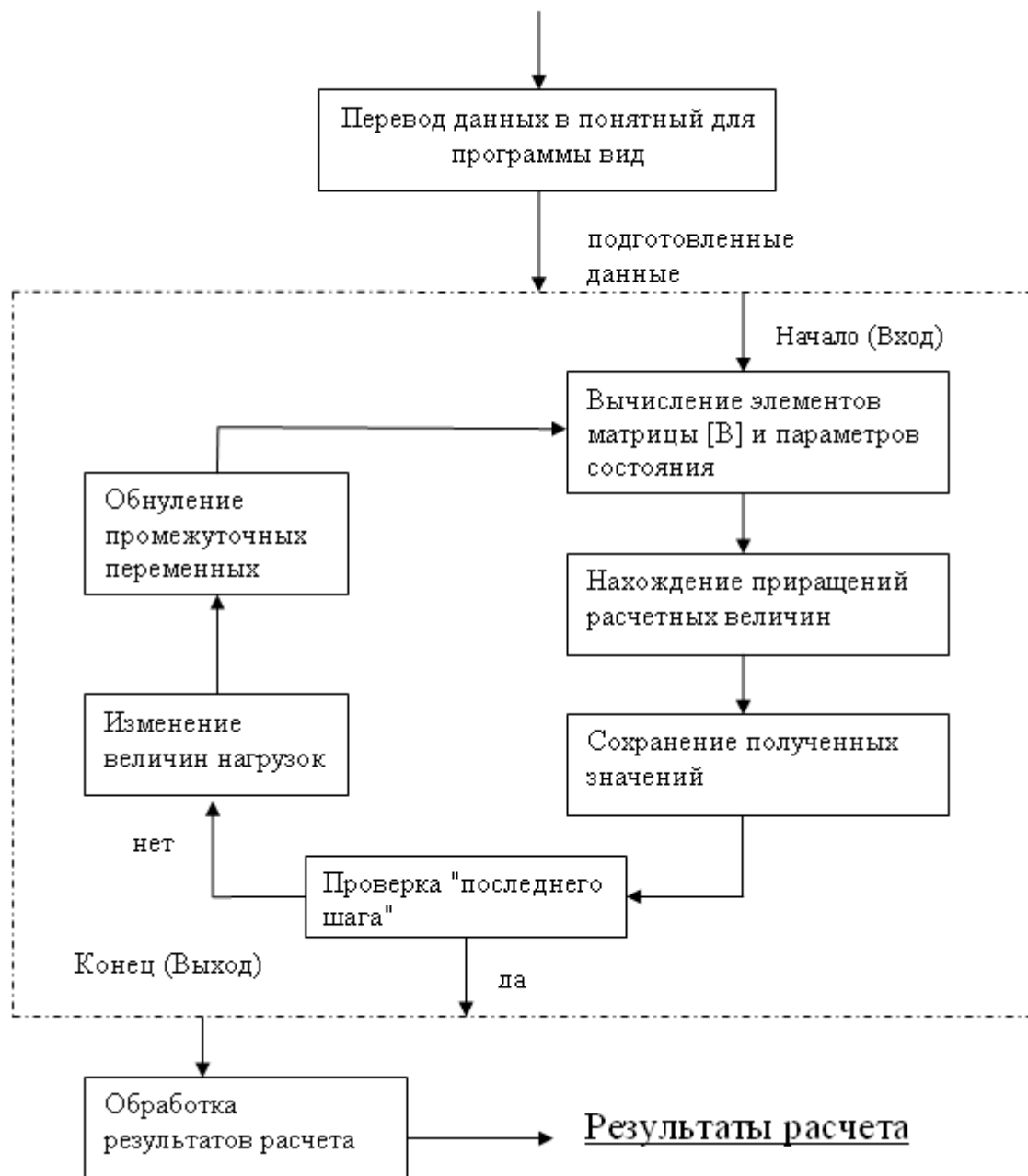


Рис. 1. Схема алгоритма программы

## **Список литературы**

1. Биргер И. А., Шорр Б. Ф. Термопрочность деталей машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 455 с., ил.
2. Коротких Ю. Г., Угодчиков А. Г. Уравнения теории термовязкопластичности с комбинированным упрочнением. – М.: Наука, 1981.
3. Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович Р. М. Несущая способность и расчеты деталей на прочность. – М.: Машиностроение, 1975. – 485 с.



4. Серенсен С. В. Сопротивление материалов усталостному и хрупкому разрушению. – М.: Атомиздат, 1975. – 192 с.
5. Mansson S. S. Fatigue Complex Subject. Experimental Mechanics, 1965, v.7, pp. 234-248.

**Рецензенты:**

Луганцев Леонид Дмитриевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Системы автоматизированного проектирования» Московского государственного университета инженерной экологии (МГУИЭ), г. Москва.

Мокрова Наталья Владиславовна, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Информационные технологии» Московского государственного университета инженерной экологии (МГУИЭ), г. Москва.