

## СИСТЕМА ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УРОВНЯ БЕЗОПАСНОСТИ ПОЛЁТОВ ВС

Логинов В.Р.<sup>1</sup>, Бутов А.А.<sup>1</sup>, Волков М.А.<sup>1</sup>, Шаров В.Д.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ФГБОУ ВПО «Ульяновский государственный университет», Ульяновск, Россия (432017, г. Ульяновск, ул. Льва Толстого, 42), e-mail: loginoff@hotmail.ru

<sup>2</sup> ГрК «Волга-Днепр», Москва, Россия (121614, Москва, ул. Крылатская, 17, корп. 4), e-mail: vdsharov@mail.ru

В статье представлена разработанная имитационная модель системы принятия управляющих решений для обеспечения (или поддержания) оптимального уровня безопасности полётов воздушных судов с учётом платы за управление и потерь, отвечающих повреждениям и отказам газотурбинных двигателей. Предложенные в работе конструкции показывают, как математические объекты и модели, описывающие систему автоматического управления СМО, могут быть исследованы на основе так называемых семимартингаловых описаний. Отличительной чертой такого представления СМО является то, что очереди – процессы и с обслуживанием, и с размножением заявок в очереди. Данная модель с функционалом потерь без дополнительных изменений можно перенести на уменьшение отказов других функциональных систем планера. При этом изменятся лишь экспертно и статистически определяемые значения параметров.

Ключевые слова: имитационное моделирование, оптимальное управление, управляющее воздействие, плата за управление, функционал потерь.

## OPERATING DECISION MAKING SYSTEM FOR THE SUPPORT OF AN OPTIMAL SAFETY LEVEL FOR FLIGHTS OF

Loginov V.R.<sup>1</sup>, Butov A.A.<sup>1</sup>, Volkov M.A.<sup>1</sup>, Sharov V.D.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ulyanovsk State University, Ulyanovsk, Russia (432017, Ulyanovsk, street Leo Tolstoy, 42), e-mail: loginoff@hotmail.ru

<sup>2</sup> Volga-Dnepr Group, Moscow, Russia (121614, Moscow, street Krylatskaya 17, Bldg 4), e-mail: vdsharov@mail.ru

In the article the simulation of the operating decision making system for the support of an optimal safety level for flights of aircrafts is presented. In the model some conditions for the control cost and the damage losses (including gas-turbine engine failure) are considered. Constructions proposed in this paper show how mathematical objects and models of the QS automatic control system can be studied on the basis of the so-called semimartingal descriptions. A distinctive feature of this QS representation is that queues are processes with both service and reproduction of requests in a queue. The given model with losses functional without additional changes it is possible to transfer on reduction of failures other functional systems of the airframe. In that case, parameters values which are defined on the basis of expert estimates and statistics change only.

Key words: simulation, optimal control, operating influence, payment for control, losses functional.

### Введение

В авиации актуальной является проблема обеспечения безопасности полетов, а именно прогнозирования и предотвращения авиационных происшествий, приводящих как к человеческим жертвам, так и к материальным потерям. Одним из основных факторов опасности, которые приводят к авиационным происшествиям, является фактор, отвечающий различным отказам и неисправностям функциональных систем планера. Исходя из данных российской статистики, доля авиационных происшествий по причинам отказа авиатехники составляет около 20% (для авиационных инцидентов эта доля – около 70%) [1; 5]. При этом около 60% инцидентов, вызванных неисправностями авиатехники, приходится на отказы

двигателей. Это свидетельствует о необходимости внедрения эффективных и оптимальных управленческих решений в целях обеспечения безопасности полетов. Настоящая работа посвящена описанию имитационной модели (представленной в терминах систем массового обслуживания – СМО) системы принятия управляющих решений для обеспечения оптимального уровня безопасности полётов воздушных судов с учётом платы за управление и потерь, отвечающих повреждениям и отказам газотурбинных двигателей (ГТД).

### **Постановка задачи**

В работе рассматривается модель, описывающая возникновение отказов (неисправностей) в авиационных ГТД. При этом принято допущение о том, что интенсивность возникновения отказов и неисправностей снижается для каждого из двигателей линейно в зависимости от уровня затрат на управляющее воздействие. Коэффициент пропорциональности в этой линейной зависимости определяется экспертно.

Неисправности двигателя могут быть как диагностируемые, так и недиагностируемые. В представленной модели во введённых терминах выявление неисправностей (во время плановой диагностики или во время эксплуатации двигателя) рассматривается как обслуживание. Но также с положительной вероятностью на каждом ненулевом интервале времени могут возникнуть невыявленные за это время неисправности. Поэтому такие неисправности могут приводить к поломке и повреждениям других элементов двигателя, т.е. появлению новых дефектов и возникновению новых отказов. В результате чего образуется очередь из отказов (неисправностей).

Приведём формальную математическую постановку рассматриваемой проблемы в форме задачи об оптимальном управлении. Для этого в терминологии СМО запишем:

$A_t$  – поток возникновения новых отказов, который включает: входной поток заявок, «размножение» неисправностей, управляющее воздействие на интенсивность возникновения заявок;

$D_t$  – поток заявок, обслуженных к моменту времени  $t$  неисправностей (т.е. здесь число выявленных неисправностей в ходе эксплуатации или диагностики ГТД);

$U_t$  – процесс управления размножением заявок в очереди;

$q_t$  – очередь заявок (число ещё не выявленных неисправностей).

Взаимосвязь этих процессов представлена в виде СМО, в которой роль заявок играют неисправности ГТД. Таким образом, в работе рассматривается СМО с длиной очереди – процессом  $q_t$ , входным поток заявок –  $A_t$  и выходным (обслуживанием) –  $D_t$  при  $t \geq 0$  (рис. 1).

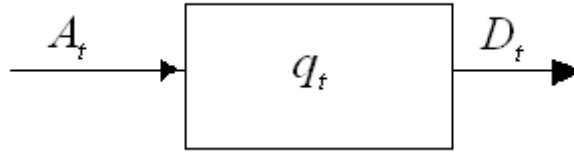


Рис. 1. Общая схема СМО.

Справедливо следующее балансовое соотношение:

$$q_t = q_0 + A_t - D_t, \quad (1)$$

с начальными значениями  $A_0 = D_0 = 0$  и  $q_0 \geq 0$ .

Данные процессы рассматриваются на стохастическом базисе  $\mathcal{B} = (\Omega, \mathcal{F}, F, P)$ , где вероятностное пространство  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ , снабженное неубывающим потоком  $\sigma$ -алгебр  $F = (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}$ ,  $\mathcal{F}_s \subseteq \mathcal{F}_t \subseteq \mathcal{F}$ , при  $s \leq t$ , являющимся непрерывным справа, т.е.  $\mathcal{F}_t = \mathcal{F}_{t+}$ , где  $\mathcal{F}_{t+} = \bigcap_{s>t} \mathcal{F}_s$ . Для представленной системы предполагается, что входной поток не является стандартным пуассоновским. Считающий процесс числа поступающих заявок  $A_t$  является управляемым точечным. Процесс обслуживания  $D_t$  – предполагается точечным с интенсивностью, отвечающей СМО с бесконечным числом приборов [2].

Рассматривается задача оптимального управления входным потоком в предположениях, что данная модель отвечает ситуации, при которой «выгодно» уменьшение средней длины очереди (в результате увеличения управляющего воздействия), в условиях пропорциональной платы за управление. Эта задача допускает формальное математическое представление с соответствующим функционалом потерь в так называемых семимартингальных терминах. В этих терминах (называемых также траекторными) рассматриваемый процесс –  $q_t$ , является специальным семимартингалом и допускает разложение  $q_t = \tilde{q}_t + m_t^q$ , где  $m_t^q$  – локальный мартингал, а  $\tilde{q}_t$  – непрерывный процесс конечной вариации с

$$\tilde{q}_t = q_0 + \tilde{A}_t - \tilde{D}_t \quad (2)$$

Здесь в соответствии с соотношением (1),  $\tilde{A}_t$  и  $\tilde{D}_t$  – компенсаторы в соответствующих разложениях Дуба-Мейера, см. например [3], точечных процессов  $A_t$  и  $D_t$ :

$$A_t = \tilde{A}_t + m_t^a, \quad (3)$$

$$D_t = \tilde{D}_t + m_t^d, \quad (4)$$

где  $\tilde{A}_t$  и  $\tilde{D}_t$  – неубывающие непрерывные процессы,  $m_t^a$  и  $m_t^d$  – мартингалы.

Обслуживание каждой заявки отдельно происходит с постоянной интенсивностью, и поэтому общая его интенсивность пропорциональна числу заявок в очереди с некоторым коэффициентом  $\delta > 0$ :

$$\tilde{D}_t = \int_0^t q_s \cdot \delta ds, \quad (5)$$

здесь коэффициент  $\delta$  играет роль интенсивности каждого из обслуживающих приборов, которые предполагаются в рассматриваемом приближении эквивалентными и превосходящими количественно возможную максимальную длину очереди заявок, что и соответствует предположению о бесконечном их числе [4; 6].

Тогда для представленных процессов справедлива следующая интегральная запись:

$$\tilde{A}_t = \int_0^t (\lambda_0 + \lambda_1 q_s - U_s)^+ ds, \quad (6)$$

$$\tilde{D}_t = \int_0^t \delta q_s ds, \quad (7)$$

$$U_t = U q_t, \quad (8)$$

где  $\lambda_0 > 0$  – интенсивность входного потока заявок (неисправностей),  $\lambda_1 > 0$  – интенсивность размножения заявок (неисправностей) внутри очереди,  $\delta > 0$  – интенсивность обслуживания заявок,  $U \geq 0$  – управляющий элемент входным потоком заявок, положительная часть числа  $a^+ = a$ , если  $a \geq 0$  и  $a^+ = 0$ , если  $a < 0$ .

При рассмотрении задачи об оптимальном управлении определим функционал потерь:

$$\Phi(T; U) = EQ_T + hTU, \quad (9)$$

где  $h > 0$  – это стоимость единичного управляющего воздействия, производимого за единицу времени  $t$  и обеспечивающего снижение интенсивности возникновения новых неисправностей на величину  $q_t$ ,  $U \geq 0$  – управляющее воздействие (символ  $E\{\cdot\}$  означает математическое ожидание). Коэффициент  $h$ , являясь эмпирическим, первоначально определяется экспертно.

В представленной модели вероятность того, что в двигателе существуют невыявленные неисправности или дефекты, с которыми он может эксплуатироваться, строго положительна при заданных ограничениях для параметров  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$ ,  $\delta$ . Это может вызвать более многочисленные повреждения ГТД, вследствие чего может даже наступить отказ и

остановка двигателя, и в результате ремонт и замена деталей двигателя будут более дорогостоящими, что определяется слагаемым  $\lambda_1 q_s$  в правой части формулы (6) как показатель размножения заявок в очереди  $q_s$  с интенсивностью  $\lambda_1$  для каждой заявки.

В задаче необходимо определить некоторое управляющее воздействие  $U$ , которое снижает интенсивность поступления новых заявок (неисправностей) на величину  $U_s = Uq_s$ , при установленном коэффициенте  $h$  и соответствующей плате за управление. Таким образом, необходимо решить задачу оптимального управления в форме

$$\Phi(T;U) \rightarrow \min_{U \geq 0}, \quad (10)$$

где функционал потерь  $\Phi(T;U)$  определён в (9).

В результате решения задачи (10) устанавливается уровень управляющего воздействия, позволяющий минимизировать затраты на обслуживание и ремонт ГТД при сохранении максимальной его работоспособности.

В стационарном состоянии математическое ожидание правой части выражения (1) должно быть постоянным. Это означает, что при  $t \rightarrow \infty$  и оптимальном управлении производная математических ожиданий правой части стремится к нулю. То есть, выполняется соотношение:

$$\lambda_0 + \lambda_1 Q - UQ - \delta Q = 0 \quad (11)$$

где  $Q$  – средняя длина очереди в стационарном состоянии

$$Q = \lim_{t \rightarrow \infty} E q_t \quad (12)$$

Из выражения (11) получаем, что

$$Q = \frac{\lambda_0}{(\delta - \lambda_1) + U} \quad (13)$$

Подставляя  $Q$  в функционал потерь (9) с учетом (12), определяется такое значение  $U$ , которое при заданном коэффициенте  $h$ , определяющем стоимость единичного управляющего воздействия, производимого за единицу времени  $t$ , на временном интервале  $T$ , минимизирует средние затраты  $\Phi(T;U)$ . Для этого найдём минимум полученной теоретической функции, сделав необходимые преобразования:

$$\left( \frac{\lambda_0}{(\delta - \lambda_1) + U} + hTU \right)' = 0, \quad (14)$$

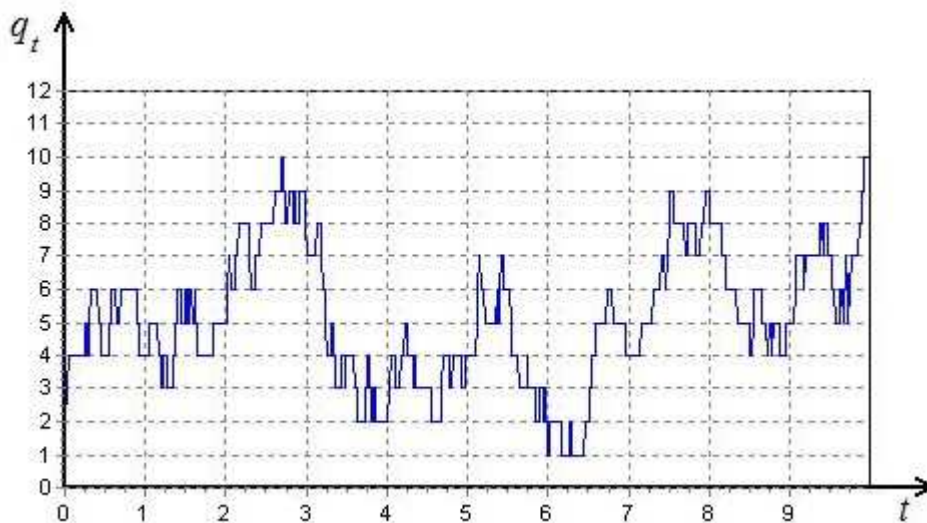
откуда получаем:

$$U_{opt} = \sqrt{\frac{\lambda_0}{hT}} - (\delta - \lambda_1). \quad (15)$$

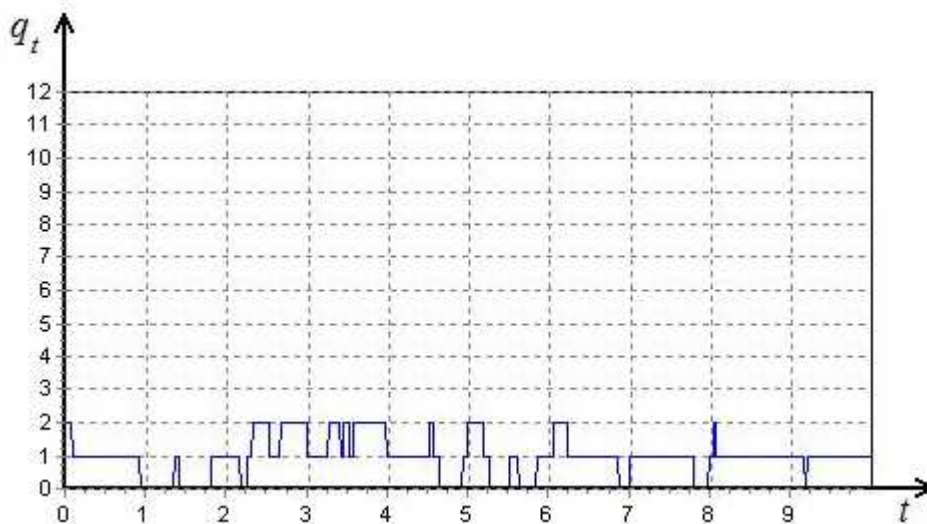
Полученное аналитически значение оптимального уровня управляющих воздействий  $U_{opt}$  (с их стоимостью  $hTU_{opt}$ ), вообще говоря, является оптимальным лишь асимптотически. На переходных режимах (при отсутствии стационарности интенсивности входных потоков и потоков обслуживания) применяется метод стохастического имитационного моделирования, который позволяет скорректировать значение уровня  $U_{opt}$ .

Ниже приведён иллюстративный пример для демонстрации сопоставления аналитического и имитационного (корректирующего на переходных режимах) методов определения оптимального управляющего воздействия.

На рисунках 2, 3 с целью иллюстрации процедуры управления в СМО приведены значения процесса  $q_t$  в зависимости от выбора параметра  $U$  ( $U=0$ ,  $U=1$  и  $U=5$  соответственно) при фиксированных значениях параметров  $T=10$ ,  $\lambda_0=5$ ,  $\lambda_1=1$ ;  $\delta=2$ .



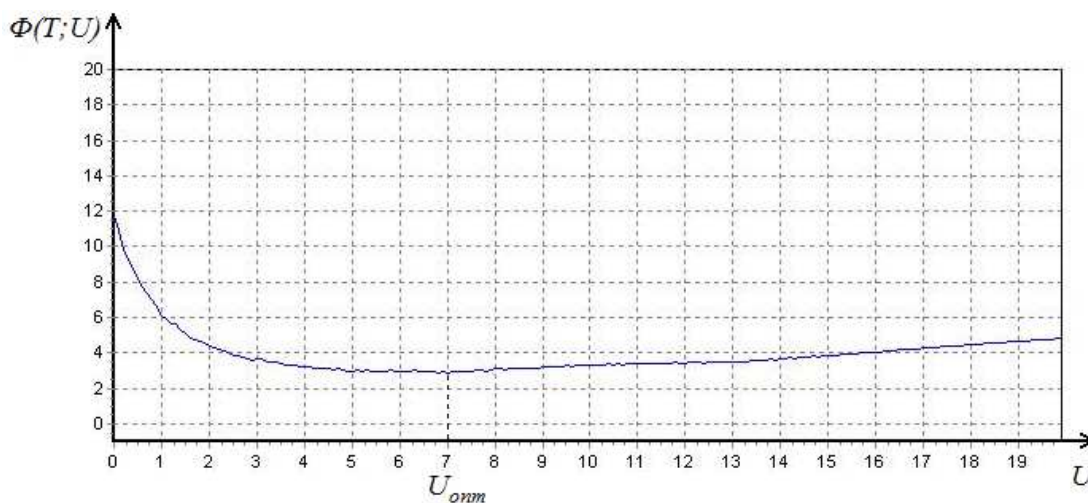
**Рис. 2.** Длина очереди  $q_t$  при нулевом управлении ( $U=0$ ).



**Рис. 3. Длина очереди  $q_t$  при  $U = 5$ .**

Как видно из графиков, изображенных на рисунках 3–4, с увеличением управляющего воздействия происходит уменьшение средней длины очереди  $q_t$ .

Далее приводится нахождение оптимального уровня управляющих воздействий. При построении компьютерной модели было взято 10000 очередей (процессов)  $q_t$ , подсчитано их среднее (за временной интервал равный 10), которое подставили в функционал потерь  $\Phi(T;U) = EQ_T + hTU$ . На рисунке 5 представлен график зависимости значения функционала потерь от управляющего воздействия.



**Рис. 4. График функционала потерь, полученного в результате имитационного моделирования.**

По результатам имитационного моделирования получено оптимальное значение параметра  $U$ :  $U_{opt} = 7$ , достигаемое при  $T = 10$ ,  $\lambda_0 = 12$ ,  $\lambda_1 = 1$ ,  $\delta = 2$ ,  $h = 0,02$ . Для

аналогичных параметров было вычислено теоретическое оптимальное значение согласно формуле (15):  $U_{onn}^m = 6,74$ . Значение параметра  $U_{onn}$ , полученное в результате компьютерного моделирования, отличается от теоретического  $U_{onn}^m$  на величину, равную 0,26, что показывает адекватность имитационной модели.

### **Заключение**

Таким образом, была рассмотрена модель системы принятия управляющих решений для обеспечения (или поддержания) оптимального уровня безопасности полётов воздушных судов с учётом платы за управление и потерь, отвечающих повреждениям и отказам ГТД. Но данную модель с введённым функционалом потерь без дополнительных изменений можно перенести на уменьшение отказов других функциональных систем планера. При этом изменятся лишь экспертно и статистически определяемые значения параметров  $h$  и интенсивностей  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$ ,  $\delta$ .

### **Список литературы**

1. Ерусалимский М. Безопасность полетов с позиций авиационной промышленности / Федеральное государственное унитарное предприятие «АВИАПРОМСЕРВИС». – URL: [http://www.aviapromservice.ru/bp\\_ar.html](http://www.aviapromservice.ru/bp_ar.html) (дата обращения: 03.09.2012).
2. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. – М. : Машиностроение, 1979. – 432 с.
3. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Теория мартигалов. – М. : Наука, 1986. – 512 с.
4. Матвеев В.Ф. Системы массового обслуживания / В.Ф. Матвеев, В.Г. Ушаков. – М. : Изд-во МГУ, 1984. – 242 с.
5. Состояние безопасности полетов в гражданской авиации государств – участников соглашения о гражданской авиации и об использовании воздушного пространства за 2011 г. / Доклад Межгосударственного авиационного комитета. – URL: [http://www.mak.ru/russian/info/doclad\\_bp/2011/bp11-2.pdf](http://www.mak.ru/russian/info/doclad_bp/2011/bp11-2.pdf) (дата обращения: 03.09.2012).
6. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания. – М. : Либроком, 2010. – 240 с.

*Работа выполнена в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013, а также при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках постановления правительства РФ № 218.*

### **Рецензенты**



Андреев А.С., д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой информационной безопасности и теории управления, декан факультета математики и информационных технологий, ФГБОУ ВПО «Ульяновский государственный университет», г. Ульяновск.

Кемер А.Р., д.ф.-м.н., профессор кафедры прикладной математики, ФГБОУ ВПО «Ульяновский государственный университет», г. Ульяновск.