

ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКЦИИ ШТОКА КОВОЧНОГО МОЛОТА

Юганова Н. А.

Ульяновский государственный педагогический университет им. И. Н. Ульянова (Россия, 432700 г. Ульяновск, пл. 100-летия В. И. Ленина, д.4), yuganov_vs@mail.ru

В ранее полученных автором результатах показано, что если выполнить шток ковочного молота с цилиндрическими отверстиями ступенчато-переменного сечения, то снижаются нагрузки, возникающие в месте заделки штока в бабу. Данная статья посвящена решению задачи оптимизации конструкции штока ковочного молота средствами функционального анализа. Проанализированы разные варианты конструкции штока, позволяющие снизить нагрузки, возникающие в его самом опасном сечении. Снижение напряжений достигается за счет перераспределения напряжений при ударном воздействии в различных сечениях штока. Анализ разных вариантов поперечного сечения штока выполнялся на основании минимума функционала, описывающего нагрузки, возникающие в теле штока при ударе. Таким образом, в статье показан метод выбора оптимальной конструкции штока, основанный на методах вариационного исчисления.

Ключевые слова: ковочный молот, частотный метод, расчет ковочных молотов, шток.

OPTIMIZATION OF THE CONSTRUCTION OF THE ROD OF THE FORGING HAMMER

Yuganova N. A.

Ulyanovsk Stat Pedagogical University (4, square of the 100-anniversary of V. I. Lenin, 432700, Ulyanovsk, Russia), yuganov_vs@mail.ru

In the author's previous results have shown that if you do the rod forging hammer with cylindrical holes stepped-section, then decrease the stresses in sealing stem ram. This article is dedicated to the task of design optimization problems stem forging hammer means of functional analysis. Analyzed different design options rod that reduce the stresses of his most dangerous section. Stress reduction is achieved by the redistribution of stresses in the shock action in different sections of the stem. Analysis of the various options for the cross-section rod is performed based on a minimum of the functional describing the stresses in the body of the rod at impact. Thus, this article shows how to select the optimal design of the stem, which is based on the methods of the calculus of variations.

Keywords: forging hammer, frequency method, calculation of forg hammers, rod.

В работах [1] предложена новая конструкция штока ковочного молота, которая в отличие от типовой, имеющей сплошное поперечное сечение и выполненной согласно ГОСТ 9752-75, имеет глухие цилиндрические отверстия ступенчато-переменного сечения, выполненные с торцевой части штока. Ранее автором на основании частотного метода расчета элементов ковочного молота, представляющего собой модификацию метода конечных элементов, основанную на точном интегрировании дифференциального уравнения конечного элемента [2, 5], показано, что удаление материала из конца штока, противоположного ударной поверхности, приводит к уменьшению инерционных сил и уменьшению напряжений в наиболее нагруженном сечении А–А (рис. 1), в месте соединения штока с бабой [3]. Приведенная схема разгрузки, основанная на высверливании тела штока, не может быть оптимальной по критерию разгрузки, так как резкие изменения площади поперечного сечения являются источниками концентрации напряжений. Для

предотвращения этого полость штока должна представлять собой гладкую поверхность, вписывающуюся в тело штока.

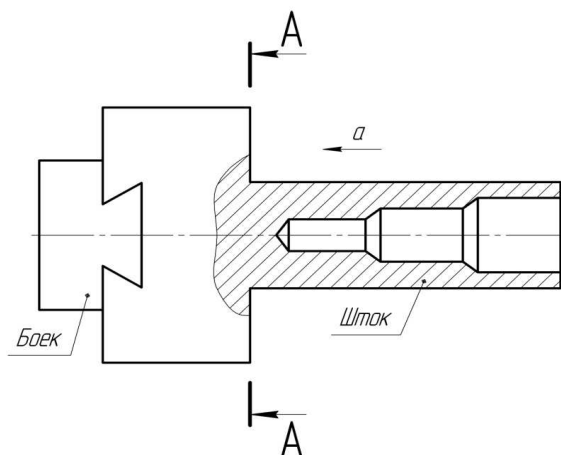


Рис. 1. Схема полового штока

Пусть полость образуется вращением плоской кривой $y = y(x)$. Геометрическая постановка задачи изображена на рис. 2.

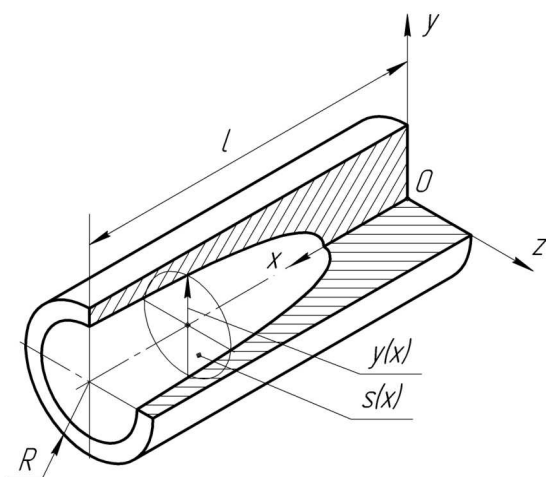


Рис. 2. Полость в теле штока: R – радиус штока; l – длина штока; $S(x)$ – поперечное сечение полости штока; x – ось вращения

Для изучения распределения сил выделяется элементарный слой между поперечными сечениями, находящимися на расстоянии Δx друг от друга (рис. 3).

В сечении А–А изображено переменное поперечное сечение штока, являющееся кольцом площадью $S(x)$

$$S(x) = \pi R^2 - \pi y^2(x).$$

Объем элементарного объема штока как тела вращения можно записать в виде:

$$V(x) = [\pi R^2 - \pi y^2(x)] \Delta x.$$

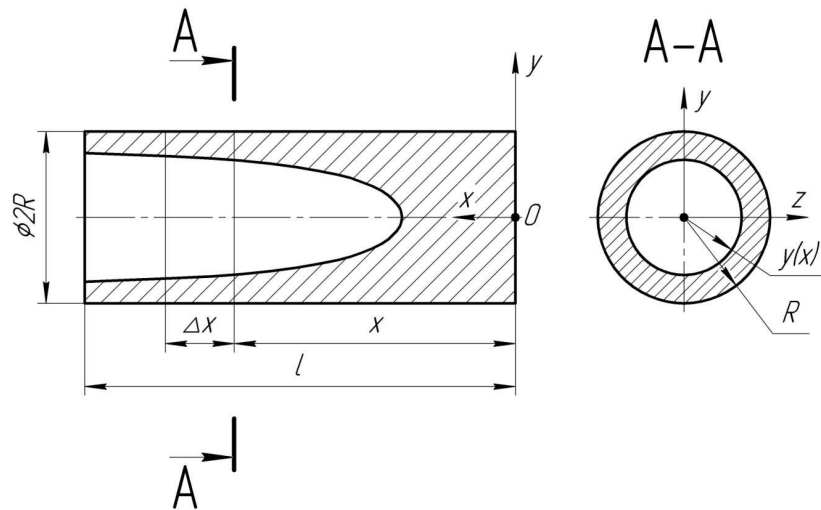


Рис. 3. Элементарный объем тела штока

При движении шток и боек совершают удар по заготовке, двигаясь с определенной скоростью. Пусть при ударе возникает ускорение a , которое создает напряжение во всем штоке. Рассматривается задача с сосредоточенными параметрами, которая с точки зрения нагрузок является наиболее сложным случаем. Такое упрощение целесообразно для разработки инженерной методики расчета конструкции.

При соударении в рассматриваемом элементарном объеме возникает сила сжатия равная f и действующая на площадь кольца, полученного в сечении А-А (см. рис. 3).

$$f = a\rho [\pi R^2 - \pi y^2(x)]\Delta x.$$

Переходя от бесконечно малых к интегралу, можно записать нормальное напряжение σ , возникающее в корневом сечении штока

$$\sigma = \frac{a\rho \cdot \int_0^l [\pi R^2 - \pi y^2(x)] dx}{\pi R^2},$$

где a – ускорение соударения, включающее ускорение свободного падения;

ρ – плотность материала.

Окончательно можно записать формулу для нормальных напряжений при сжатии штока в корневом сечении

$$\sigma = \frac{a\rho}{R^2} \int_0^l [R^2 - y^2(x)] dx.$$

Это выражение является функционалом, зависящим от неизвестной функции $y(x)$.

Необходимо определить минимальные нормальные напряжения при ограничениях:

$$\begin{cases} 0 \leq y(x) \leq R \\ 0 \leq x \leq l \end{cases}$$

Для ускорения задачи не рассматривается способ заделки штока в привод молота.

Данная задача относится к вариационному исчислению [4]. Методы решения вариационных задач существенно зависят от вида функционала и ограничений. В данном случае представляется целесообразным решить вариационную задачу без ограничений, а затем выбором постоянных входящих в $y(x)$ обеспечить удовлетворение ограничивающих условий.

В общем случае задачи вариационного исчисления представляются функционалом J , являющимся интегралом, содержащим подинтегральную функцию F

$$J = \int_{x_1}^{x_2} F(x, y, y'(x)) dx.$$

Необходимо отыскать непрерывную функцию $y(x)$, определенную на $[x_1, x_2]$ с непрерывной первой производной, проходящую через две фиксированные точки $(x_1, y(x_1))$ и $(x_2, y(x_2))$ и доставляющие экстремум функционалу.

Из функционала следует дифференциальное уравнение Эйлера

$$F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} = 0.$$

Это уравнение переписывается в виде

$$F_y - F_{y'x} - F_{y'y}y' - F_{y'y}y'' = 0.$$

Для упрощения задачи исследуемый функционал можно разделить на два интеграла

$$\sigma = \frac{a\rho}{R^2} \int_0^l R^2 dx - \frac{a\rho}{R^2} \int_0^l y^2(x) dx = a\rho l - \frac{a\rho}{R^2} \int_0^l y^2(x) dx.$$

Из этого выражения видно, что для минимизации исходного функционала надо максимизировать последний интеграл, т. к. $a\rho l = \text{const}$.

Следующий этап – составление дифференциального уравнения Эйлера, решение которого является экстремалью:

$$F = y^2(x) \Rightarrow F_y = 2y; F_{y'x} = 0; F_{y'y} = 0.$$

Таким образом, уравнение Эйлера будет линейным дифференциальным уравнением первого порядка с разделяющимися переменными:

$$F_y = \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{dF}{dy} 2y(x) \quad dF = 2y dy \quad F = y^2 + C = 0.$$

$$\int_0^l y^2(x) dx$$

Функционал вида $\int_0^l y^2(x) dx$ не имеет экстремума, т. к. подинтегральная функция $y^2 \geq 0, \forall y$. Только экстремалью вида $F = 0$ может быть реализован экстремум. Все остальные экстремали между запрещенными точками $(0, 0)$ и (l, R) . Нижняя грань функционала достигается на разрывной функции

$$y(0) = 0, \quad y(x) = 0, \quad 0 < x < l, \quad y(l) = R.$$

Таким образом, сделанное допущение о том, что $y(x)$ можно за счет варьирования постоянных удовлетворить заданным ограничениям не может быть реализовано. Необходимо учитывать ограничения. Пусть имеется исследуемый функционал

$$J = \int_{x_1}^{x_2} F(x, y, y') dx \quad \text{при наличии условий} \quad \varphi_i(x, y) = 0 \quad i = \overline{1, m},$$

то исследуемый функционал вида

$$J = \int_{x_1}^{x_2} \left(F + \sum_{i=1}^m \lambda_i(x) \varphi_i(x, y) \right) dx.$$

Для замкнутой области при наличии ограничений экстремум функционала может достигаться на кривых, составленных из кусков экстремалей и кусков границы допустимой области. Первый интеграл исследуется с помощью дифференциального уравнения Эйлера.

Система уравнений для исследуемого случая имеет вид:

$$\begin{cases} l - x = 0; \\ -y + R = 0. \end{cases}$$

Новый функционал будет иметь вид:

$$J = \int_0^l [y^2 + \lambda_1(x)(l - x) + \lambda_2(x)(R - y)] dx.$$

Этот функционал исследуется на безусловный экстремум

$$J = \int_0^l [y^2 + \lambda_1(x)(l - x) + \lambda_2(x)(R - y)] dx = \int_0^l F^* dx.$$

$$\begin{cases} F_x^* = 2yy' - \lambda_1(x) = 0 \\ F_y^* = 2y - \lambda_2(x) = 0 \\ F_{\lambda_1}^* = l - x = 0 \\ F_{\lambda_2}^* = R - y = 0 \end{cases}$$

В работах по вариационному исчислению отмечается, что при наличии ограничений экстремум функционала может достигаться на кривых, составленных из кусков экстремалей и кусков границы допустимой области.

Два последних уравнения определяют экстремаль, составленную из отрезков ломанной линии:

$$y = R \quad 0 \leq x \leq l \quad \text{и} \quad x = l \quad 0 \leq y \leq R.$$

Из третьего уравнения вытекает решение $y = \frac{\lambda_2(x)}{2}$.

Граничные условия можно получить из значений точек пересечения экстремали с границами допустимой области: а) $x = 0, y = 0$; б) $x = l, y = R$.

$$\frac{x-0}{l-0} = \frac{y-R}{0-R} \quad y-R = -R \frac{x}{l} \quad y = R \left(1 - \frac{x}{l}\right).$$

При

$$x_1 = 0, \quad y_1 = 0 \Rightarrow \lambda_2(0) = 0.$$

При

$$x_2 = l, \quad y_2 = R \Rightarrow \frac{x-0}{l-0} = \frac{y-0}{R-0} \Rightarrow y = \frac{R}{l}x.$$

Это уравнение прямой проходящей через две точки и являющейся уравнением экстремали.

Первое уравнение имеет вид

$$2yy' = \lambda_1(x) \quad 2y dy = \lambda_1(x) dx \quad y^2 = \int_0^l \lambda_1(x) dx.$$

Это дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными.

Анализ граничных условий:

$$x = 0, \quad y = 0 \Rightarrow \lambda_1(0) = 0 \quad x = l, \quad y = R.$$

Тогда уравнение экстремума примет вид:

$$y^2 = R^2 \frac{x^2}{l} \quad \text{или} \quad y = R \sqrt{\frac{x}{l}}.$$

Выбор функций $\lambda_1(x)$ и $\lambda_2(x)$ производится из условия минимального порядка принимаемой линии, с также на основании анализа размерностей. В связи с этим появляется необходимость верификации полученных результатов на рассмотрении возникающих напряжений при соударении этих стержней путем непосредственного расчета и подтверждения того, что подтверждается выбор полученных экстремалей.

Расчетная формула, принятая для тел вращения, в которых образующая равна некоторой функции $f(x)$

$$\sigma = \frac{\rho \pi \int_0^l [R^2 - y^2(x)] dx}{\pi R^2 l},$$

При $y(x) = 0$ (сплошной цилиндр)

$$\sigma = \frac{\rho \pi \int_0^l R^2 dx}{\pi R^2 l} = \frac{\rho \pi R^2 l}{\pi R^2 l} = \rho l.$$

Этот результат будем использовать для сравнения с двумя другими случаями.

Первый случай – цилиндр с конической выборкой (рис. 4)

$$y = \frac{R}{l}x.$$

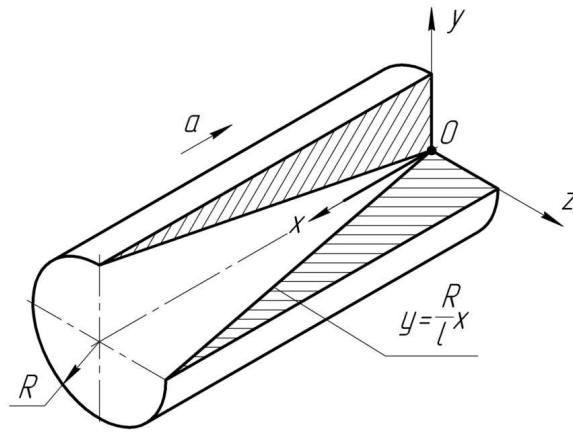


Рис. 4. Цилиндр с конической выборкой

$$\sigma = \frac{\alpha \rho \pi \int_0^l \left[R^2 - \left(\frac{R}{l} x \right)^2 \right] dx}{\pi R^2} = \frac{\alpha \rho \pi \int_0^l \left[R^2 - \frac{R^2 x^2}{l^2} \right] dx}{\pi R^2} = \frac{\alpha \rho \pi R^2 \left[x - \frac{x^3}{3l^2} \right] \Big|_0^l}{\pi R^2} = \alpha \rho \left[l - \frac{l^3}{3l^2} \right] = \alpha \rho l \left[1 - \frac{1}{3} \right] = \frac{2}{3} \alpha \rho l.$$

Второй случай – цилиндр с параболической выборкой (рис. 5):

$$y = R \sqrt{\frac{x}{l}}.$$

$$\sigma = \frac{\alpha \rho \pi \int_0^l \left[R^2 - \left(\frac{R}{l} \sqrt{x} \right)^2 \right] dx}{\pi R^2} = \frac{\alpha \rho \pi R^2 \int_0^l \left[1 - \frac{x}{l} \right] dx}{\pi R^2} = \alpha \rho \left[x - \frac{x^2}{2l} \right] \Big|_0^l = \alpha \rho l \left[1 - \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2} \alpha \rho l.$$

Этот результат является минимальным из рассмотренных выше.

Поверхность тел вращения вокруг оси Ox определяется по формуле:

$$y^2 + z^2 = [f(x)]^2$$

Для конической выборки уравнение поверхности

$$y^2 + z^2 = \left[\frac{R}{l} x \right]^2 \quad y^2 + z^2 = \frac{R^2}{l^2} x^2 \quad x^2 = \frac{y^2}{\left(\frac{R}{l} \right)^2} + \frac{z^2}{\left(\frac{R}{l} \right)^2}.$$

Для параболической выборки уравнение поверхности

$$y^2 + z^2 = \left[R \sqrt{\frac{x}{l}} \right]^2 \quad \text{или} \quad \frac{R^2}{l} x = y^2 + z^2, \quad x = \frac{y^2}{\frac{R^2}{l}} + \frac{z^2}{\frac{R^2}{l}}.$$

Коническая выборка в штоке не приемлема по прочностным соображениям, т. к. содержит особую точку – вершину конуса, в которой производная не существует и скачком изменяет свою величину при переходе от одной образующей к другой. В острие вершины происходит нарушение плавности функции, которая реализованная конструктивно приводит к возникновению в этом месте концентратора напряжений. Причем этот концентратор напряжения находится в самом ответственном сечении штока молота.

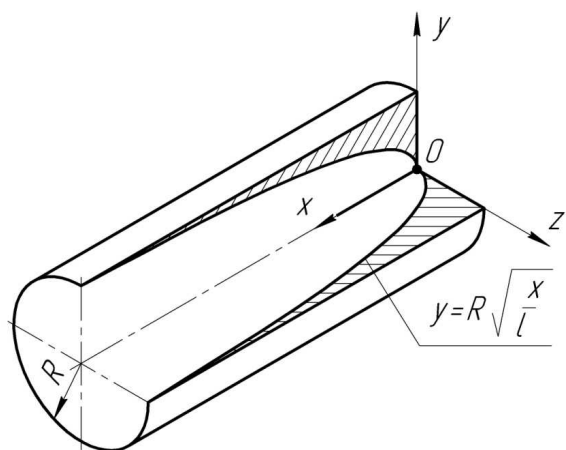


Рис. 5. Цилиндр с параболической выборкой

Таким образом, в статье показан метод выбора оптимальной конструкции штока, основанный на методах вариационного исчисления.

Список литературы

1. Санкин Ю. Н. Нестационарные колебания стрержневых систем при соударении с препятствием / Ю. Н. Санкин, Н. А. Юганова. – Ульяновск: УлГТУ, 2010. – 174 с.
2. Санкин Ю. Н. Продольные колебания упругих стержней ступенчато-переменного сечения при соударении с жёстким препятствием / Ю. Н. Санкин, Н. А. Юганова // Прикладная математика и механика. – М.: Изд-во «Наука», 2001. – Т. 65. Вып. 3. – С. 444-450.
3. Щеглов В. Ф. Совершенствование кузнечного оборудования ударного действия / В. Ф. Щеглов. – М.: Машиностроение, 1968. – 222 с.,
4. Эльсгольц Л. Э. Вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – 208 с.
5. Sankin Y.N. Longitudinal vibrations of elastic rods of step-variable cross-section colliding with rigid obstacle \ Y. N. Sankin and N.A. Yuganova, J.Appl. Maths Mechs, Vol.65, No 3, pp. 427 – 433, 2001.

Рецензенты:

Лебедев А. М., доктор технических наук, доцент, профессор Ульяновского высшего авиационного училища (института), г. Ульяновск.

Дмитриенко Г. В., доктор технических наук, профессор Ульяновского высшего авиационного училища (института), г. Ульяновск.