

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ КАТОДНОЙ ЗАЩИТЫ ТРУБОПРОВОДОВ ГЛУБИННЫМИ АНОДАМИ

Болотнов А. М.<sup>1</sup>, Зенцов В. Н.<sup>2</sup>, Исламов Р. Р.<sup>2</sup>, Мурасов Т. Т.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет», Уфа, Россия, Республика Башкортостан (450074, Уфа, ул. З. Валиди, 32), e-mail: BolotnovAM@mail.ru;

<sup>2</sup>ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный нефтяной технический университет», Уфа, Россия, Республика Башкортостан (450062, Уфа, ул. Космонавтов, 1), e-mail: ZencovVN@yandex.ru

---

На основе метода фиктивных источников предложен алгоритм решения краевой задачи для потенциала электрического поля катодной защиты подземного трубопровода вертикальным глубинным анодом. Разработана программа на языке программирования С++ для проведения численных расчетов электрических полей в системах катодной защиты трубопроводов глубинными анодами с учетом ограничений, накладываемых на потенциал защищаемого сооружения и плотность тока, стекающего с анода. Компьютерная модель дает возможность проведения серий вычислительных экспериментов для выбора геометрических и электрохимических параметров проектируемых глубинных анодов с целью повышения надежности катодной защиты подземных сооружений и увеличения срока их службы. Приведены примеры численных результатов, полученных на основе расчетов с реальными исходными данными. Анализ результатов подтверждает эффективность, устойчивость и универсальность разработанного алгоритма.

---

Ключевые слова: компьютерное моделирование, электрическое поле, катодная защита, глубинный анод.

## COMPUTER SIMULATION OF THE ELECTRIC FIELDS IN CATHODIC PROTECTION OF PIPELINES VIA DEEP ANODES

Bolotnov A. M.<sup>1</sup>, Zentsov V. N.<sup>2</sup>, Islamov R. R.<sup>2</sup>, Murasov T. T.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Bashkir State University, Ufa, Russia, Republic of Bashkortostan (450074, Ufa, Z. Validi str., 32), e-mail: BolotnovAM@mail.ru;

<sup>2</sup> UFA state petroleum technological University, Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia (450062, Ufa, Kosmonavtov str., 1), e-mail: ZencovVN@yandex.ru

---

Based on the method of fictitious sources an algorithm for solution of boundary-value problem for the capacity of the electric field of cathodic protection of underground pipeline vertical deep anode is proposed. C++ computing code is developed for numerical calculations of electric fields in the systems of cathodic protection of pipelines via deep anodes subject to the restrictions on the electric potential of the protected structure and the density of current, flowing from the anode. The computer model allows conducting a set of numerical experiments for selection of geometric and electrochemical parameters of designed deep anode, with the aim of improving the reliability of cathodic protection for underground structures and increasing the duration of their service life. Examples of numerical results obtained based on real data conditions are provided. Analysis of the results confirms the effectiveness, stability and versatility of the developed algorithm.

---

Key words: computer simulation, electric field, cathodic protection, deep anode.

### Введение

Одним из основных средств защиты от коррозии подземных металлических сооружений, в том числе трубопроводов, является катодная защита (КЗ), основанная на смещении электрического потенциала защищаемого металла в отрицательную область относительно потенциала грунта. Защитный потенциал сооружения должен находиться в заданном интервале. При смещении потенциала в положительную сторону относительно данного интервала эффективность КЗ снижается, при сдвиге в отрицательную сторону – возникает

«эффект перезащиты», следствием чего является повышенный расход электроэнергии, газообразование на поверхности металла, отслоение и износ изоляции трубопроводов [1, 6].

Электрическое поле в системе "анод – грунт – защищаемое сооружение" создается установкой катодной защиты с помощью анодных заземлителей, погруженных в грунт. В зависимости от условий применяются различные типы заземлителей, например, протяженные (длиной в десятки километров, прокладываемые вдоль магистральных трубопроводов при их первичной укладке), или глубинные (соединенные из отдельных анодных блоков в "гирлянду" и опущенные в вертикальную скважину [2]).

С точки зрения экономии анодного материала целесообразно применять аноды минимальных размеров, располагая их на большом расстоянии друг от друга. При этом возникают две проблемы: а) с увеличением расстояния между анодами увеличивается неравномерность распределения потенциала на защищаемом сооружении и выход его из заданного интервала; б) с уменьшением поверхности анода плотность тока на контактной границе «анод-грунт» возрастает, вследствие чего увеличивается скорость растворения анода и сокращается срок его службы. Таким образом, крайне актуальной является задача оптимизации параметров электрического поля КЗ, при котором защитный потенциал сооружения находится в заданном интервале, а плотность тока на границе "анод-грунт" не превышает допустимого значения.

Пространственное распределение электрического поля КЗ определяется многими факторами: режимом работы катодной станции, свойствами грунта, а также геометрическими и электрохимическими параметрами защищаемых сооружений и применяемых анодных заземлителей, значения которых изменяются в процессе эксплуатации.

Определение и оптимизация параметров КЗ с целью повышения надежности защиты и увеличения срока службы защищаемых сооружений требуют как экспериментальных исследований, так и разработки математических моделей, алгоритмов и комплексов программ для проведения компьютерных экспериментов.

Основные сложности алгоритмизации задач токораспределения в системах КЗ подземных сооружений связаны с неограниченностью области интегрирования и с большим разбросом значений геометрических параметров объектов. Например, труба диаметром 1 метр может иметь участок, защищаемый одним анодом, длиной в десятки километров; вертикальная анодная "гирлянда" с внешним диаметром 10 – 30 сантиметров имеет длину до нескольких десятков метров.

Компьютерные вычислительные эксперименты, по сравнению с натурными и лабораторными, позволяют проводить исследования по проектированию и оптимизации КЗ с

существенно меньшими затратами и в более короткие сроки.

В данной работе описан алгоритм и представлены результаты численных расчетов электрического поля КЗ участка трубопровода глубинным анодом с учетом ограничений, накладываемых на плотность анодного тока и защитный потенциал трубы.

### Математическая модель электрического поля

Сформулируем краевую задачу для функции потенциала  $u(p)$  электрического поля КЗ в области  $\Omega = \{p | p = (x, y, z), x \in [0, L_t], y \in (-\infty, \infty), z \in [0, \infty)\}$ , (рис. 1).

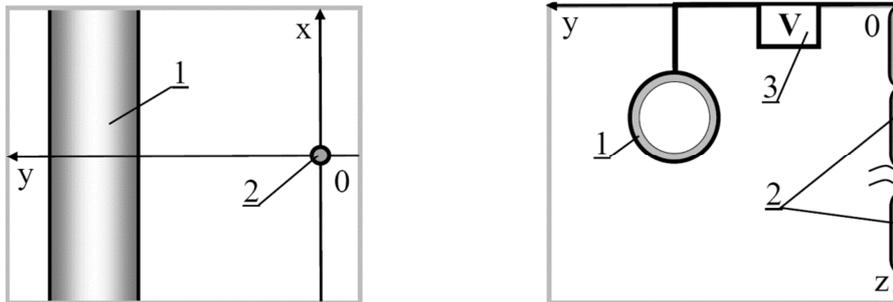


Рис. 1. Схема КЗ трубопровода: 1 – труба; 2 – «гирлянда» глубинных анодов; 3 – катодная станция

Известно [3,7], что потенциал постоянного электрического поля удовлетворяет уравнению эллиптического типа:

$$\operatorname{div}(\sigma(p) \operatorname{grad} u(p)) = 0; \quad p \in \Omega, \quad (1)$$

где  $\sigma(p)$  – удельная электропроводность среды,  $(\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$ ;  $p \equiv (x, y, z)$  – произвольная точка области интегрирования  $\Omega$ .

Границам-изоляторам ( $S_{is}$ ), к которым отнесем поверхность земли, плоскости сечений трубы (при  $x = L_t$ ) и анода (при  $z = L_a$ ), соответствуют краевые условия второго рода:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{S_{is}} = 0, \quad (2)$$

где  $n$  – вектор нормали к границе.

На границах «анод–грунт» ( $S_a$ ) и «грунт–труба» ( $S_t$ ) ставятся краевые условия третьего рода:

$$\left( u + c_a \sigma \frac{\partial u}{\partial n} \right) \Big|_{S_a} = u_a; \quad \left( u - c_t \sigma \frac{\partial u}{\partial n} \right) \Big|_{S_t} = u_t, \quad (3)$$

где  $u$  – потенциал в приграничном грунте;  $c_a, c_t$  – удельные сопротивления оболочки анода и изоляции трубы,  $\text{Ом} \cdot \text{м}^2$ ;  $u_a, u_t$  – потенциалы сердечника анода и металла трубы; здесь и далее индекс «a» относится к аноду, «t» – к трубе. Перед вторым слагаемым для анода стоит знак «+», для трубы «-», т.к. направление тока принято положительным от анода в грунт и от

грунта к трубе.

Если зависимости плотности тока от разности потенциалов на границах  $S_a$  и  $S_t$  – линейны, то параметры  $c_a$  и  $c_t$  – постоянны для конкретного варианта расчета. Параметр  $c_a$  может зависеть от координат точки на поверхности анода при моделировании составных анодов переменного радиуса, или при учете процесса растворения оболочки анода. Параметр  $c_t$  может зависеть от положения точки на поверхности трубы при наличии неоднородностей изоляции, что является необходимым в задаче моделирования дефектов в изоляции трубопровода.

Учитывая, что длины анода и трубы значительно превышают их диаметры, потенциалы металлов естественно считать постоянными в нормальных сечениях, т.е. зависящими только от продольной координаты:  $u_{am} = u_{am}(z)$ ,  $u_{tm} = u_{tm}(x)$ .

В сечениях анода (при  $z = 0$ ) и трубы (при  $x = 0$ ) ставятся условия второго рода:

$$\left. \frac{du_{am}}{dz} \right|_{z=0} = \frac{I_0}{\sigma_a S_{am}}; \quad \left. \frac{du_{tm}}{dx} \right|_{x=0} = -\frac{I_0}{2\sigma_t S_{tm}}, \quad (4)$$

где  $\sigma_a$ ,  $\sigma_t$  – удельные электропроводности металлов анода и трубы;  $S_{am}$ ,  $S_{tm}$  – площади их «металлических» сечений;  $I_0$  – ток катодной станции, А. Так как защищаемый участок трубы симметричен относительно плоскости  $YOZ$ , расчет проводится только для одной половины, поэтому во второй формуле присутствует коэффициент "2" в знаменателе.

Дополнительным условием

$$(u - u_{tm}) \Big|_{x=L_t} = u_{protect} \quad (5)$$

обеспечивается необходимое значение защитного потенциала ( $u_{protect}$ ) трубы в точке, наиболее удаленной от анода.

### Алгоритм численного решения

Для алгоритмизации пространственной задачи (1) – (5) применяется метод, основы которого заложены в работах В. Н. Ткаченко [5], и называемый им *методом дискретизации*. Для моделирования электрического поля КЗ магистральных трубопроводов гибкими протяженными анодами аналогичный подход использовался в работе [4], где он назван *методом фиктивных источников*. Последнего названия мы придерживаемся в данной публикации.

Для перехода от непрерывной модели к дискретной представим глубинный анод в виде  $N$  конечных объемных элементов (КОЭ) длины  $L_a / N$ , а защищаемый участок трубопровода условно разобьем на  $M$  элементов длины  $L_t / M$ . Далее для каждого КОЭ будем оперировать *средними значениями* неизвестных параметров:

- $U_{am}$ ,  $U_{tm}$  – потенциал в металле КОЭ анода или трубы;

- $U_{ag}, U_{tg}$  – потенциал в грунте, граничащим с КОЭ;
- $I_{az}, I_{tx}$  – продольный ток в металле между соседними КОЭ;
- $I_{ag}, I_{tg}$  – ток, протекающий через боковую поверхность КОЭ.

При построении алгоритма каждый КОЭ анода и трубопровода будем ассоциировать с фиктивным источником (**ФИ**), расположенным в геометрическом центре элемента.

Применяя 1-й закон Кирхгофа к каждому ФИ, с учетом (2), сформируем первый блок  $N + M$  уравнений:

$$I_0 - I_{az,1} - I_{ag,1} = 0, \quad I_{az,i} - I_{az,i+1} - I_{ag,i+1} = 0 \quad (i = 1, \dots, N - 2), \quad I_{az,N-1} - I_{ag,N} = 0, \\ I_0/2 - I_{tx,1} - I_{tg,1} = 0, \quad I_{tx,j} - I_{tx,j+1} - I_{tg,j+1} = 0 \quad (j = 1, \dots, M - 2), \quad I_{tx,M-1} - I_{tg,M} = 0. \quad (6)$$

В соответствии с условиями (3) сформируем второй блок  $N + M$  уравнений:

$$U_{ag,i} + c_a \frac{I_{ag,i}}{S_{a,i}} = U_{am,i} \quad (i = 1, \dots, N), \quad U_{tg,j} - c_t \frac{I_{tg,j}}{S_{t,j}} = U_{tm,j} \quad (j = 1, \dots, M). \quad (7)$$

где  $S_{a,i}, S_{t,j}$  – площади боковых поверхностей КОЭ, м<sup>2</sup>.

Третий блок  $N + M - 2$  уравнений сформируем из условия выполнения закона Ома между соседними ФИ:

$$U_{am,i} - U_{am,i+1} = \rho_a I_{az,i} \quad (i = 1, \dots, N - 1), \quad U_{tm,j+1} - U_{tm,j} = \rho_t I_{tx,j} \quad (j = 1, \dots, M - 1), \quad (8)$$

где  $\rho_a, \rho_t$  – продольные сопротивления сердечника анода и металла трубы между соседними ФИ, Ом.

Последний блок  $N + M$  уравнений связывает потенциалы в грунте на границах КОЭ с интенсивностями точечных ФИ:

$$4\pi\sigma U_{ag,i} = \sum_{k=1}^N \frac{I_{ag,k}}{R(p_i, p_k)} - \sum_{m=1}^M \frac{I_{tg,m}}{R(p_i, p_m)} \quad (i = 1, \dots, N), \\ 4\pi\sigma U_{tg,j} = \sum_{k=1}^N \frac{I_{ag,k}}{R(p_j, p_k)} - \sum_{m=1}^M \frac{I_{tg,m}}{R(p_j, p_m)} \quad (j = 1, \dots, M), \quad (9)$$

где  $R$  – расстояние от ФИ до точки, в которой определяется потенциал, м.

Применение формул (9) обосновано принципом *электростатической аналогии* [7] для пространственных задач распределения электрического поля. Чтобы применить соотношения (9) к рассматриваемой задаче *в полупространстве*, в алгоритме дополнительно используется *метод зеркальных отражений* [3,7], позволяющий перевести задачу из полупространства в пространство.

Из условия (5) имеем последнее уравнение:

$$U_{tg,M} - U_{tm,M} = u_{protect}. \quad (10)$$

Таким образом, сформирована система линейных алгебраических уравнений (6) – (10), в которой число уравнений и неизвестных равно  $4(N + M) - 1$ .

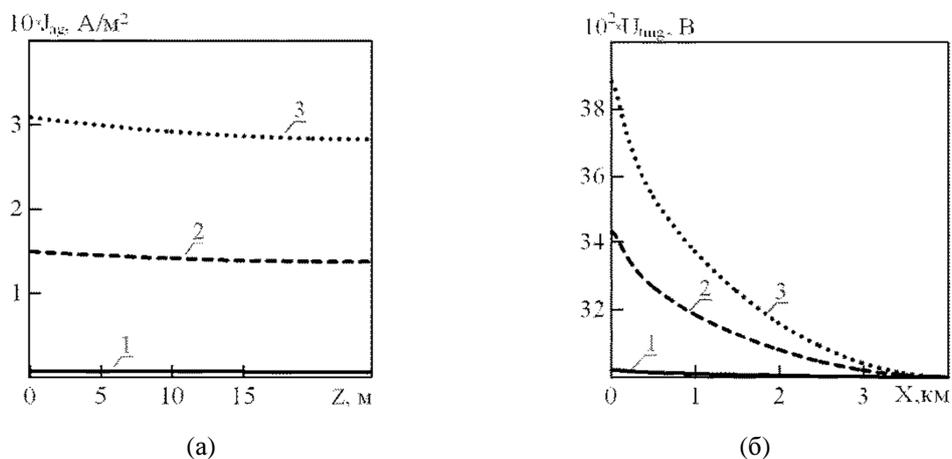
### Вычислительный эксперимент

В соответствии с изложенным выше алгоритмом авторами разработана программа на языке C++. Ниже приведены некоторые результаты расчета КЗ трубопровода глубинным анодом; исходные данные представлены в таблице.

**Таблица. Значения основных параметров**

Параметр	Значение
Длина защищаемого участка трубы (половина), км	4
Глубина от уровня земли до трубы, м	1
Внешний диаметр трубы, см	32.5
Толщина стенки трубы, мм	10
Уд. сопротивление стали, Ом×м	$2.45 \times 10^{-7}$
Минимальный защитный потенциал трубы, В	0.3
Расстояние между анодом и трубой, м	150
Удельное сопротивление грунта, Ом×м	10
Длина анода, м	24
Диаметр стального сердечника анода, мм	25
Внешний диаметр анода, см	12
Уд. сопротивление анодного наполнителя, Ом×м	0.01

Зависимости анодных и катодных токораспределений от продольных координат представлены на рис. 2.



**Рис. 2. Продольные распределения плотности тока на границе «анод–грунт» (а) и защитного потенциала на границе «грунт–труба» (б) при сопротивлениях изоляции трубопровода, равных, Ом×м<sup>2</sup>: 1 – 40000; 2 – 2000; 3 – 1000.**

Приведенные графики иллюстрируют особенности распределений плотности тока вдоль глубинного анода и защитного потенциала трубопровода, при изменениях внешних условий за определенный период эксплуатации. Из рис. 2, в частности, видно, что при уменьшении сопротивления изоляции для поддержания необходимого защитного потенциала трубопровода (в примере – 0.3 В) требуется увеличение тока катодной станции, следствием чего является рост плотности тока на границе «анод – грунт», что в свою очередь приводит к более интенсивному растворению анода.

## **Выводы**

На основе фундаментальных физических законов сформулирована математическая модель электрического поля катодной защиты подземных сооружений глубинными анодами. С использованием методов «электростатической аналогии», «зеркальных отражений» и «фиктивных источников» предложен алгоритм численного решения задачи в полуограниченном пространстве. Алгоритм программно реализован на языке C++ в кроссплатформенной интегрированной среде разработки приложений Code::Blocks, распространяемой на условиях GNU General Public License. Приведенные примеры расчетов служат иллюстрацией возможностей программы.

## **Список литературы**

1. Глазов Н. П. Подземная коррозия трубопроводов, ее прогнозирование и диагностика. – М.: Газпром, 1994. – 92 с.
2. Иванов В. Т., Глазов Н. П., Макаров В. А. Математическое моделирование электрохимической защиты // Итоги науки и техники. Сер. «Коррозия и защита от коррозии». – М.: ВИНТИ, 1987. – Т. 13. – С. 117–194.
3. Ильин В. П. Численные методы решения задач электрофизики. – М.: Наука, 1985. – 336 с.
4. Математическая модель и алгоритм расчета электрического поля катодной защиты трубопровода протяженными анодами / Болотнов А. М., Глазов Н. Н., Глазов Н. П., Шамшетдинов К. Л., Киселев В. Д. // Защита металлов. – 2008. – Т. 44, № 4. – С. 438 – 441.
5. Ткаченко В. Н. Анализ поля токов катодной защиты трубопроводной сети // Защита металлов. – 2006. – Т. 42, № 5. – С. 132 – 135.
6. Томашов Н. Д. Теория коррозии и защиты металлов. – М.: АН СССР, 1959. – 592 с.
7. Шимони К. Теоретическая электротехника. – М.: Мир, 1964. – 773 с.

## **Рецензенты:**

Асадуллин Р. М., д.ф.-м.н., профессор кафедры программирования и вычислительной математики ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный педагогический университет имени М. Акмуллы», г. Уфа.

Тархов С. В., д.т.н., профессор кафедры информатики ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный технический университет», г. Уфа.