

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ПОИСКА ЭКСТРЕМУМА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИНЕРЦИОННОГО ОБЪЕКТА НА ОСНОВЕ РЕКУРРЕНТНОЙ ПРОЦЕДУРЫ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Авдеева О. В.¹, Семенов А. Д.¹, Русяева Т. Л.²

¹Пензенский государственный университет

²Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

Помехозащищённые быстродействующие алгоритмы экстремального регулирования занимают важное место в теории поисковых систем автоматической оптимизации. Эти системы используются для управления инерционными объектами. Основная проблема при реализации экстремальных систем управления заключается в обеспечении противоречивых требований точности и устойчивости процедуры поиска экстремума целевой функции. В наибольшей степени этим требованиям удовлетворяют поисковые или шаговые алгоритмы. Предлагается алгоритм поиска экстремума статической характеристики инерционного объекта по текущим измерениям его входа и выхода с использованием рекуррентной процедуры метода наименьших квадратов, в результате которой оценивается коэффициент передачи объекта, а затем с использованием прямых методов поиска нуля функции находится его нулевое значение. В результате моделирования работы алгоритма установлено, что он обеспечивает сходящиеся значения оценки коэффициента передачи, устойчиво удерживая объект в окрестности точки экстремума, даже при наличии сильных возмущений.

Ключевые слова: алгоритм поиска экстремума, коэффициент передачи, система экстремального регулирования, электроэрозионная обработка.

DEVELOPMENT OF ALGORITHM OF SEARCH OF THE EXTREMUM OF THE STATISTICAL CHARACTERISTIC OF INERTIAL OBJECT ON THE BASIS OF RECURRENT PROCEDURE OF THE METHOD OF THE SMALLEST SQUARES

Avdeeva O. V.¹, Semenov A. D.¹, Rusyaeva T. L.²

¹State university of Penza

²State Electrotechnical University of St. Petersburg

Jam-resistant high-speed extreme control algorithms are important in the theory of automatic optimization of search engines. These systems are used to control inertial objects. The main problem with the implementation of extreme control systems is to ensure the conflicting demands of accuracy and stability of the procedure for finding an extremum of the objective function. To the greatest extent these requirements are satisfied, or the search steps of the algorithm. We propose an algorithm for finding an extremum of the static characteristic of the object at the current inertial measurements of its input and output using recursive least-squares procedure, resulting in an estimated gain of the object, and then using direct search methods is the zero of its zero value. In the simulation of the algorithm is established that it provides convergent values of the coefficient of transmission, steadily holding an object in the vicinity of the extremum point, even with strong disturbances.

Keywords: Algorithm of search of an extremum, factor of transfer, system of extreme regulation, electroerosive processing.

Помехозащищённые быстродействующие алгоритмы экстремального регулирования занимают важное место в теории поисковых систем автоматической оптимизации. Эти системы используются для управления инерционными объектами (энергетическими и химическими установками, ракетными двигателями и т.п.), существенно повышая их технико-экономические показатели [1]. Примером такой системы является система управления процессом электроэрозионной обработки.

Экспериментально установлено, что при электроэрозионной обработке максимальная производительность процесса достигается, когда электрическая мощность, выделяемая в

межэлектродном зазоре (МЭЗ), максимальна. Зависимость объёмной интенсивности съёма связки от средней мощности, выделяемой в межэлектродном промежутке, представлена на рисунке 1.

На основании проведенных исследований можно сделать вывод, что для достижения максимальной производительности необходимо процесс электроэрозионного профилирования проводить при максимальной мощности, выделяемой в МЭЗ.

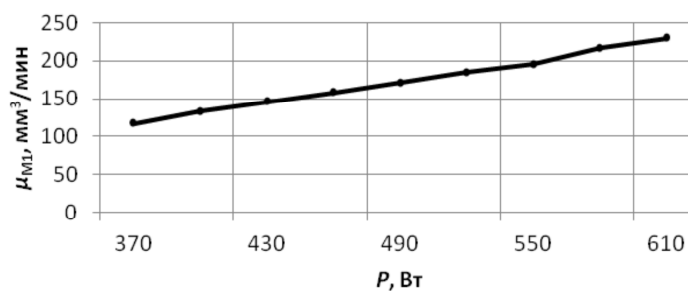


Рисунок 1. Зависимость объёмной интенсивности съёма связки от средней мощности, выделяемой в межэлектродном промежутке

На основе проведенных исследований можно сделать вывод, что для достижения максимальной производительности необходимо процесс электроэрозионного профилирования проводить при максимальной мощности, выделяемой в МЭЗ.

Для этого была разработана функциональная схема автоматического управления приводом подачи электрода-инструмента с экстремальным регулятором мощности. Она включает в себя экстремальный регулятор мощности (ЭРМ), управляющий приводом подачи (ПП) электрода-инструмента (ЭИ). Выход привода подачи подключен к механизму подачи электрода – инструмента, взаимодействующий с обрабатываемой деталью. К электродам электроэрозионного станка подключен генератор технологических импульсов (ГТИ). Мощность, выделяемая в межэлектродном промежутке, измеряется датчиком мощности (ДМ), выход которого соединён с входом экстремального регулятора.

Основная проблема при реализации экстремальных систем управления заключается в обеспечении противоречивых требований точности и устойчивости процедуры поиска экстремума целевой функции. В наибольшей степени этим требованиям удовлетворяют поисковые или шаговые алгоритмы [3].

Недостатком идентификационного алгоритма является сложность идентификации неизвестных параметров целевой функции, что может приводить к значительным ошибкам при вычислении оптимального значения управляющего воздействия и «рысканью» системы экстремального регулирования. Основная проблема при реализации шаговых алгоритмов в реальном времени заключается в обеспечении устойчивости процедуры поиска экстремума,

сводящейся к решению, как правило, плохо обусловленной системы линейных алгебраических уравнений [5].

Предлагается совместить достоинства идентификационных и шаговых алгоритмов на основе использования рекуррентного метода наименьших квадратов (РМНК). Во-первых, этот метод применим при достаточно высоких отношениях интенсивностей шума и полезного сигнала, т.е. обладает высокой помехозащищённостью, во-вторых, он даёт надёжную сходимость оценок при относительно небольшом объеме вычислений [2], что обеспечивает устойчивость и высокое быстродействие алгоритма экстремального регулирования, построенного на его основе.

Для исследования экстремальной системы привода подачи электрода – инструмента была разработана математическая модель объекта управления. Рассматриваемая система состоит из объекта управления и экстремального регулятора (ЭР) (рисунок 4). Объект управления представляет собой последовательное соединение нелинейного звена с экстремальной характеристикой и линейного инерционного звена с передаточной функцией $W(p)$. На рисунке 2: x – входной сигнал (управляющее воздействие), y – выходной сигнал (целевая функция, экстремум которой следует найти), u – выходной сигнал нелинейного элемента, e – случайная помеха, которая является центрированным случайным процессом типа белого шума.

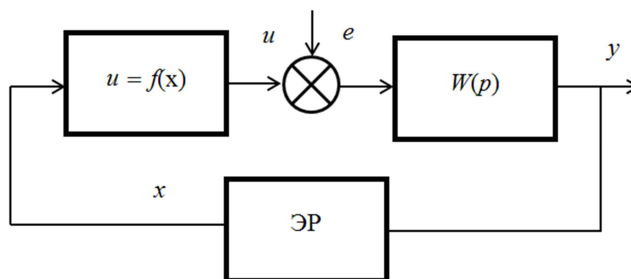


Рисунок 2. Объект управления

Будем считать, что нелинейное звено имеет экстремальную характеристику $u=f(x)$. Инерционное звено может быть описано разностным уравнением n -го порядка:

$$y(k) = \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) + \sum_{j=0}^m b_j u(k-j) + e(k), \quad (1)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots, N$ – шаг дискретизации, $y(k)$ – выход модели (временного ряда) на k -м шаге; a_i – коэффициенты авторегрессии, где $i=1, \dots, n$; n – количество параметров авторегрессии; b_j – коэффициенты скользящего среднего, где $j= 1, \dots, m$; m – количество коэффициентов скользящего среднего, $u(k)$ – входной сигнал, $e(k)$ – помеха.

Требуется на каждом шаге вычислительной процедуры поддерживать экстремальное значение целевой функции $y(k)$, реализуя следующий алгоритм экстремального регулирования:

1. Считать входной $u(k)$ и выходной $y(k)$ сигналы экстремального объекта;
2. Вычислить коэффициенты авторегрессии a_i и скользящего среднего b_j по РМНК;
3. По найденным коэффициентам a_i и b_j вычислить коэффициент передачи объекта;
4. Осуществить поиск управляющего воздействия $u(k)$, обеспечивающего нулевое значение коэффициента передачи с использованием прямых методов поиска нуля функций.

Очевидно, что при переходе через экстремум коэффициент передачи объекта будет изменять свой знак. Следовательно, задача поиска экстремального значения регулируемого параметра сводится к задаче вычисления текущего значения коэффициента передачи объекта, с последующим нахождением такого управляющего воздействия, при котором коэффициент передачи будет равен нулю.

Значение коэффициента передачи предлагается определить, используя рекуррентный метод наименьших квадратов (РМНК), отличающийся гарантированной сходимостью оценок и требующий сравнительно небольшого объема вычислений.

Алгоритм РМНК может быть представлен в следующем виде [2]:

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{\theta}}(k+1) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k) + \boldsymbol{\gamma}(k) e(k+1); \\ \boldsymbol{\gamma}(k) = \boldsymbol{\mu}(k+1) \mathbf{P}(k) \boldsymbol{\Psi}(k+1); \\ e(k+1) = y(k+1) - \boldsymbol{\Psi}^T(k+1) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k), \end{cases} \quad (2)$$

где $\hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) = [a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m]$ – вектор параметров модели;

$\boldsymbol{\Psi}^T(k) = [-y(k-1), \dots, -y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)]$ – вектор данных;

$\boldsymbol{\mu}(k+1) = \frac{1}{1 + \boldsymbol{\Psi}^T(k+1) \mathbf{P}(k) \boldsymbol{\Psi}(k+1)}$ – вектор коррекции; $\mathbf{P}(k) = \frac{1}{[\boldsymbol{\Psi}^T(k) \boldsymbol{\Psi}(k)]}$ – весовая

матрица; $\mathbf{P}(k+1) = [\mathbf{I} - \boldsymbol{\gamma}(k) \boldsymbol{\Psi}^T(k+1)]^{-1} \mathbf{P}(k)$ – весовая матрица, рассчитанная на следующем шаге; $\hat{\boldsymbol{\theta}}(0) = 0$; $\mathbf{P}(0) = \alpha \mathbf{I}$ – начальные значения переменных, причем α – достаточно большое число, \mathbf{I} – единичная матрица соответствующей размерности.

Коэффициент передачи объекта k_0 вычисляется на основании теоремы о конечном значении дискретной передаточной функции:

$$k_0 = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} = \frac{\sum_{j=0}^m b_j}{1 + \sum_{i=1}^n a_i}. \quad (3)$$

Поиск нуля k_0 может осуществляться одним из известных методов [5], например, дихотомии, золотого сечения, Ньютона.

Тогда при поддержании экстремального значения целевой функции $y(k)$ на каждом шаге вычислительной процедуры реализуется следующий алгоритм экстремального регулирования:

1. Считать входной $u(k)$ и выходной $y(k)$ сигналы экстремального объекта;
2. Вычислить коэффициенты авторегрессии a_i и скользящего среднего b_j по РМНК;
3. По найденным коэффициентам a_i и b_j , вычислить коэффициент передачи объекта;
4. Осуществить поиск управляющего воздействия $u(k)$, обеспечивающего нулевое значение коэффициента передачи с использованием прямых методов поиска нуля функций.

Для проверки предложенного алгоритма вычисления k_0 была разработана Simulink-модель объекта с экстремальной характеристикой. Структурная схема модели соответствует структурной схеме системы, изображённой на рисунке 2. Модель состоит из экстремального объекта, включающего в себя звено с экстремальной характеристикой и три последовательно соединенных апериодических звена. График экстремальной характеристики (кривая 1) представлен на рисунке 3.

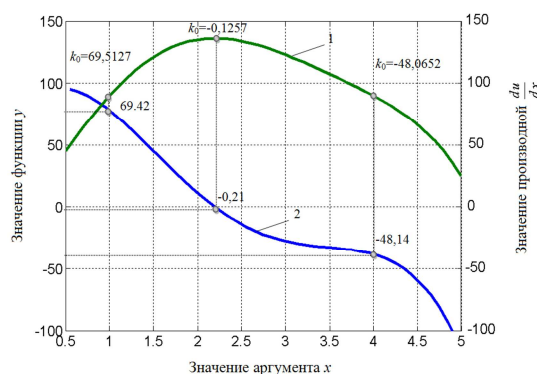


Рисунок 3. График экстремальной характеристики

В первом приближении коэффициент передачи нелинейного звена будет равен производной от его статической характеристики (кривая 2) на рисунке 3. При изменении входного сигнала нелинейного звена x изменяется и его коэффициент передачи, как это видно на рисунке 3.

На рисунке 4 а, б, в показаны осциллограммы входного, выходного сигналов объекта и его коэффициенты передачи, вычисленные по формулам (2) и (3) для постоянных значений входного сигнала нелинейного элемента x_0 . Помеха имитировалась подачей на вход случайного сигнала, уровень которого соизмерим с уровнем входного сигнала x_0 .

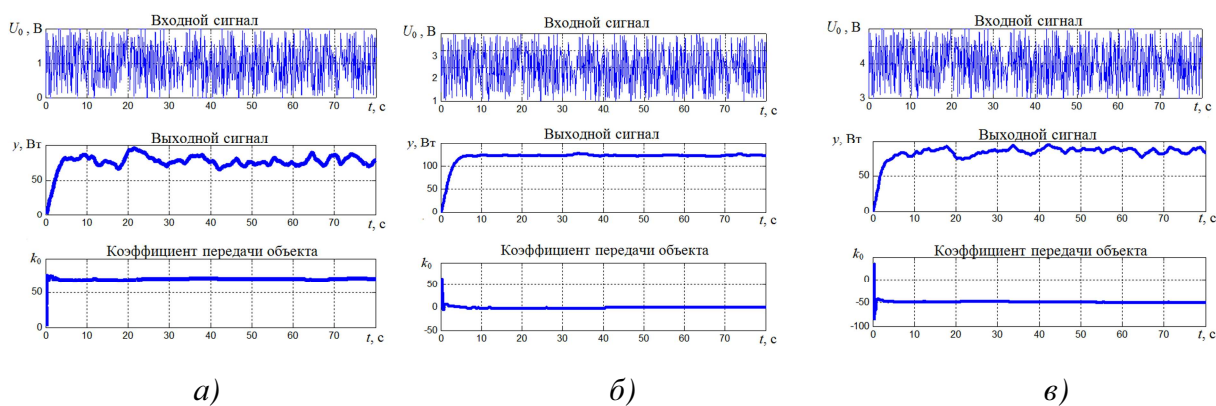


Рисунок 4. Осциллограммы входного, выходного сигналов объекта и его коэффициенты передачи

Сравнение вычисленных коэффициентов передачи экстремального объекта с их значениями, полученными в результате дифференцирования статической характеристики, показывает приемлемую точность определения коэффициента передачи по предлагаемому алгоритму. Относительная приведённая погрешность в определении коэффициента передачи объекта не превышает 5 %.

Для проверки предложенного алгоритма разработанная в Simulink модель системы дополнялась М-функцией, реализующей разработанный алгоритм. Поиск нуля k_0 осуществлялся методом Ньютона.

Дрейф экстремальной характеристики моделировали путем подачи на вход системы гармонического низкочастотного воздействия, к которому добавляются высокочастотные помехи.

Результаты моделирования показаны на рисунке 5. Осциллограммы входного сигнала показаны на рисунке 5 а), управляющего воздействия – на рисунке 5 б), сигнал на входе нелинейного элемента – на рисунке 5 в), сигнал на выходе нелинейного элемента – на рисунке 5 г).

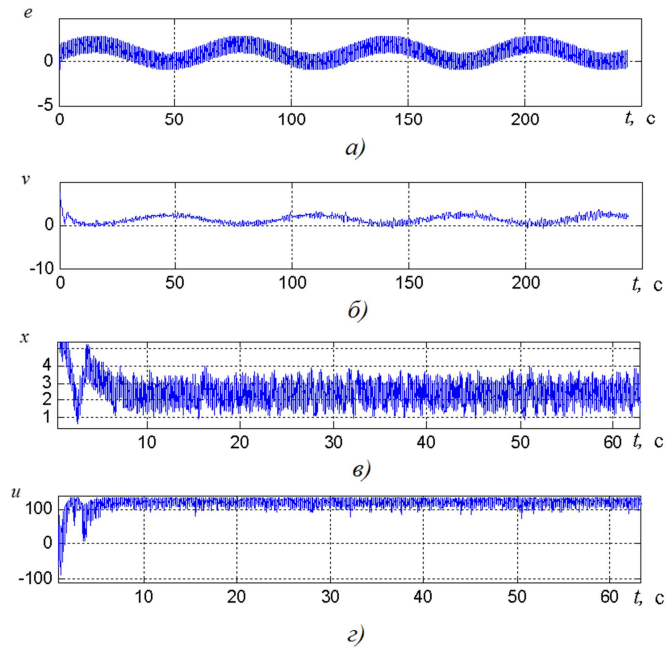


Рисунок 5. Результаты моделирования

Анализ осциллограмм, приведённых на рисунке 5, позволяет сделать вывод, что даже при действии сильных помех, уровень которых соизмерим с уровнем входного сигнала, система экстремального регулирования удерживает координаты объекта в области экстремальных значений его целевой функции.

Фазовая траектория располагается в окрестности точки, в которой целевая функция достигает экстремума (максимума). Несмотря на высокий уровень помех, отклонение системы от точки экстремума не превышает 24 %, что подтверждает эффективность предлагаемого алгоритма.

Заключение

Разработан алгоритм поиска экстремума характеристики инерционного объекта по текущим измерениям его входа и выхода с использованием рекуррентной процедуры метода наименьших квадратов, в результате которой оценивается коэффициент передачи объекта, а затем с использованием прямых методов поиска нуля функции находится его нулевое значение.

В результате моделирования работы алгоритма установлено, что он обеспечивает сходящиеся значения оценки коэффициента передачи, устойчиво удерживая объект в окрестности точки экстремума, даже при наличии сильных возмущений.

Относительная приведённая погрешность в определении коэффициента передачи объекта не превышает 5 %, отклонение системы от точки экстремума не более 24 %, при отношении сигнал / шум, близком к единице. Время поиска экстремума соизмеримо со временем переходного процесса объекта регулирования.

Список литературы

1. Егупов Н. Д. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления / Н. Д. Егупов. – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. – 744 с.
2. Изерман Р. Цифровые системы управления / Р. Изерман. – М.: Мир, 1984. – 541 с.
3. Мандровский-Соколов Б. Ю., Туник А. А. Системы экстремального управления при случайных воздействиях / Б. Ю. Мандровский-Соколов, А. А. Туник. – Киев: Наукова думка, 1970. – 172 с.
4. Хемди А. Введение в исследование операций / А. Хемди, В. Таха.– М.: Вильямс, 2007. – 8 изд. – 912 с.
5. Ariyur K. Real-Time Optimization by Extremum-Seeking Control / В. К. Ariyur, М. Krstic. – New Jersey: Wiley-interscience, 2003. – 230 с.

Данная работа выполнена в рамках конкурса «Поддержка развития внутрироссийской мобильности научных и научно-педагогических кадров путем выполнения научных исследований молодыми учеными и преподавателями в научно-образовательных центрах» по ГК № 14. В 37.21.0160.

Рецензенты:

Дзलिएв Сослан Владимирович, д.т.н., профессор кафедры ЭТПТ Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета, руководитель лаборатории «МОЛ СЭТ», г. Санкт-Петербург.

Демидович Виктор Болеславович, д.т.н., профессор кафедры ЭТПТ Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета, г. Санкт-Петербург.