

УДК 330.4

РЕАЛЬНЫЙ ВВП НА ДУШУ НАСЕЛЕНИЯ РОССИИ В ФАЗОВОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ

Боташева Ф.Б.

ФГБОУ ВПО «Северо-Кавказская государственная гуманитарно-технологическая академия», Черкесск, КЧР, Россия (369000, г. Черкесск, СКГГА, ул. Ставропольская, 36), e-mail: igvint@mail.ru

В статье точными количественными методами с привлечением сплайн-аппроксимации и фазового пространства проведён анализ важного макроэкономического архетипа – ВВП *per capita*. Как числитель (ВВП), так и знаменатель (численность населения) декомпозированы на составляющие, что позволяет заменять последующий однофакторный прогноз многофакторным, прогнозируя отдельно составные части архетипа. Фазовые методы полезно выделяют из динамики процессов «круговые» циклические образования, а сплайновое представление конъюнктур демонстрирует более богатые возможности понятийных качеств представления «пружин» экономического развития за счёт использования наряду с показателем его производных, которые раньше, «тоньше» и глубже просчитывают тенденции процессов.

Ключевые слова: ВВП *per capita*, население, демографическая динамика, фазовое пространство, сплайны, циклы макроэкономики.

REAL GDP PER CAPITA RUSSIA IN PHASE INTERPRETATION

Botasheva F.B.

FGBOU VPO "The North-Caucasus State Humanitarian-Technological Academy", Cherkessk, Karachay-Cherkessia, Russia (369000, Cherkessk, SKGGTA, st. Stavropol, 36), e-mail: igvint@mail.ru

The article accurate quantitative methods involving spline approximation and phase space analysis of an important macroeconomic archetype - GDP per capita. The numerator (GDP) and the denominator (population) decomposed into components that can be replaced following a multifactorial univariate forecast, predicting individual components of archetype. Phase methods useful to distinguish from the dynamics of the processes of "circular" cyclic constructions, and of the state of spline shows a rich possible conceptual quality of representation "springs" of economic development through the use of an indicator, along with its derivatives, which are used to "thinner" and deeper calculate the tendencies processes.

Keywords: GDP per capita, population, demographic dynamics, phase space, splines, macroeconomic cycles.

Введение

Сравнительный анализ стран только по объёму ВВП затруднён, потому что численность их жителей весьма вариативна. Принято общие индексы физического объёма, физического объёма на душу населения на уровне ВВП, доходы и компоненты расходов рассматривать в качестве основных результатов международных сопоставлений. Показатели физического объёма, выраженные в единой валюте, могут использоваться динамично для расчёта групповых, субрегиональных и региональных показателей и определения доли каждой страны в итоге мирового производства. В этом случае макроэкономика использует такой показатель, как «ВВП, приходящийся на душу населения». Параметр «ВВП на душу населения» – один из признанных в мире индикаторов, характеризующих уровень благосостояния граждан той или иной страны, эффективность её экономики. Говорят, что ВВП *per capita* определяет уровень экономического развития страны, «очевидный» для каждого её жителя. Кажется, что легко рассчитать ВВП на душу населения для всей планеты или любой страны. Если мировой ВВП (*GDP*) $74,54 \cdot 10^{12}$ \$, численность населения составляет $6,928.198253 \cdot 10^6$ человек, то *GDP per capita* составит 10,759 \$ на каждого жителя планеты

(2010 г.). Аналогично в России в 2011 г. было 141.760.000 жителей, реальный ВВП составлял 1,885 млрд долларов США, так что на душу населения пришлось 13,297 \$. Для расчёта этого показателя нам необходимы: динамика ВВП – в *числитель*; динамический рост численности жителей, на которые рассчитывается показатель, – в *знаменатель*.

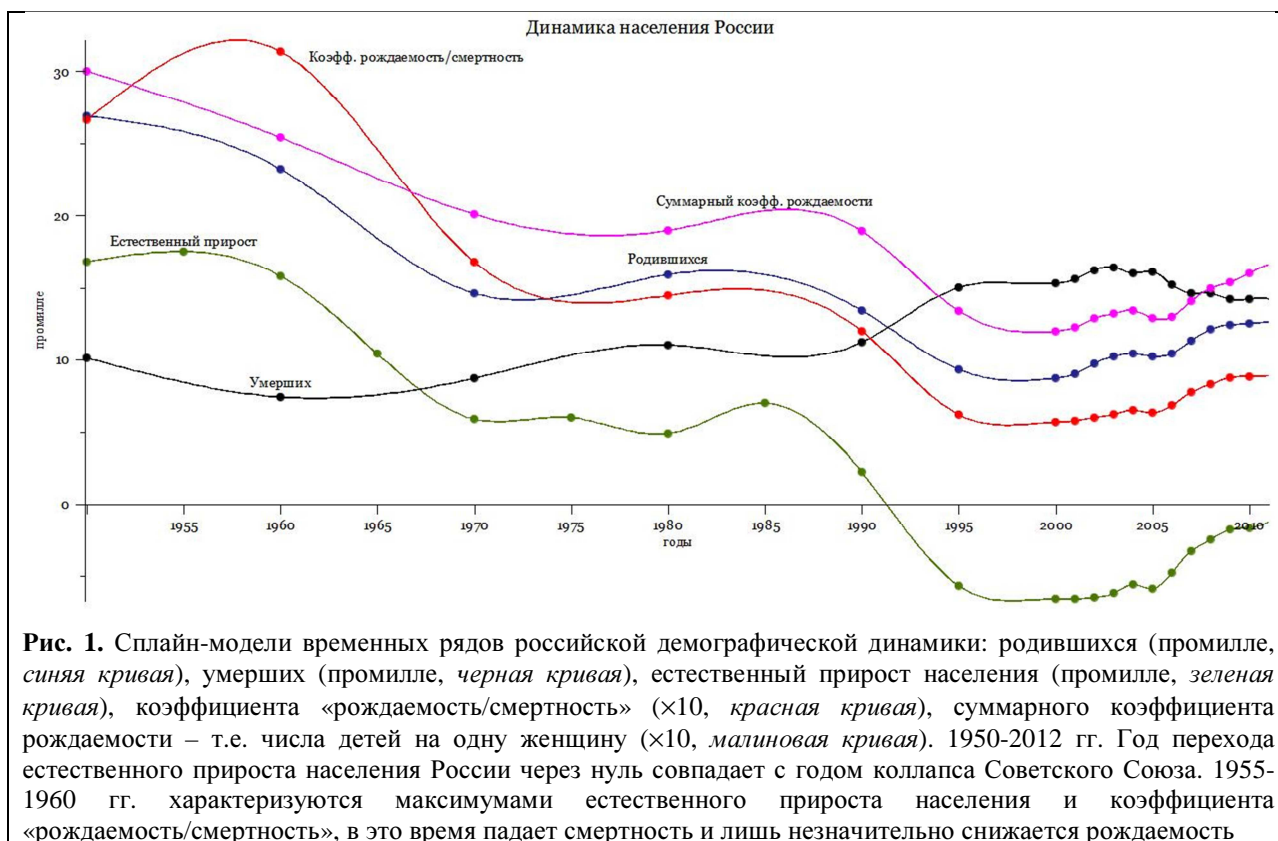
Рассмотрим особенности *числителя*. ВВП может быть номинальным или реальным. Номинальный ВВП (*GDP*) выражается в текущих ценах. Реальный ВВП (*RGDP*) считается в ценах базового года с поправкой на инфляцию. Реальный ВВП на душу населения ниже, чем доход на душу населения в стране, имеющей чистые иностранные активы, приносящие доход, и выше, чем доход на душу населения в стране с высоким уровнем притока капиталовложений, из-за чего чистый доход от собственности должен быть уплачен за границей.

Рассмотрим особенности *знаменателя*. Реальный ВВП на душу населения (*RGDPpc*) может рассчитываться разными способами. Это делается либо делением на численность всего населения страны, либо только на число совершеннолетних, либо на основе «эквивалента совершеннолетних», используя различные веса при пересчёте детей в эквивалент «совершеннолетнего», либо на одного занятого в производстве. ВВП на душу населения не удаётся представить точной характеристикой, немалое значение имеет отраслевая структура производства, качество выпускаемых товаров, эффективность расхода материалов и энергии на единицу продукции. Все показатели для сопоставимости выражаются в единой валюте – долларах США. Для России существенно то, что при перманентном сокращении населения реальный ВВП на душу населения растёт даже в том случае, если бы реальный валовой внутренний продукт был неизменным. В противовес этому динамика реального дохода на душу населения в США отстаёт от роста ВВП из-за достаточно энергичного роста числа жителей.

Цель исследования макроэкономических архетипов в фазовом пространстве

Фазовое пространство для исследования макроэкономической динамики представим как некий математический конструкт [3]. Определим особенности аппарата фазового анализа в макроэкономике. Заметим, что аналитические, графические и численные образы переменных доставляются аппарату фазового анализа ещё одним, также нечасто используемым в экономике математическим конструктом – сплайн-аппроксимацией и сплайнами [4]. Поскольку демографической статистики за многие годы по России нет, сплайны замечательно восстанавливают пропущенные значения, что и составляет предмет сплайн-интерполяции. Аналогичным образом сплайнами исправляется неравномерность отсчётов по времени, для сплайнов практически не существует ограничений по размеру шага, который может быть и большим, и сколь угодно вариативным. Это легко увидеть на

рис. 1, где сначала сплайн соединяет точки с пятилетним шагом, переходя с 2000 г. к точкам с шагом годовым. Сплайновый конструкт особенно хорошо проявляет себя при построении гладких, непрерывных аналитических моделей эволюции переходных экономик с «рваным» характером показателей и с последующей визуализацией и анализом фазовых портретов и параметрических кривых взаимных зависимостей, в которых, в частности, рельефно обнаруживаются и из которых фазовым анализом успешно вычлняются «круговые» циклические образования [2].



Новые методы исследования ВВП *per capita*

Остановимся на математической формулировке достаточно новых для экономики понятий сплайн-аппроксимации, фазового пространства, фазовых траекторий, фазовых портретов, картин параметрических взаимозависимостей, фазового анализа динамики показателей, реализуемых в фазовом пространстве [1]. Фазовым портретом назовём построенную в двумерном фазовом пространстве кривую, которая представляет собой зависимость первой производной $Y'(t)$ некоторого непрерывного макроэкономического показателя $Y(t)$ от самого этого показателя или функции, время t будет играть роль параметра. Замкнутая кривая фазового портрета указывает на периодические колебания во времени переменной $Y(t)$, «расширяющаяся» спираль свидетельствует об увеличении амплитуды колебаний со временем, «сворачивающаяся» спираль соответствует затуханию колебаний. Более обще – на двумерных фазовых портретах временные ряды

макроэкономических переменных геометрически представляются семейством ориентированных непрерывных и гладких кривых, в нашем случае это сплайн-траектории. Портрет конструируется на фазовой плоскости $OY\dot{Y}$, на ось абсцисс которой помещают функцию $Y(X)$ и на ось ординат – её производную $\dot{Y}(X)$.

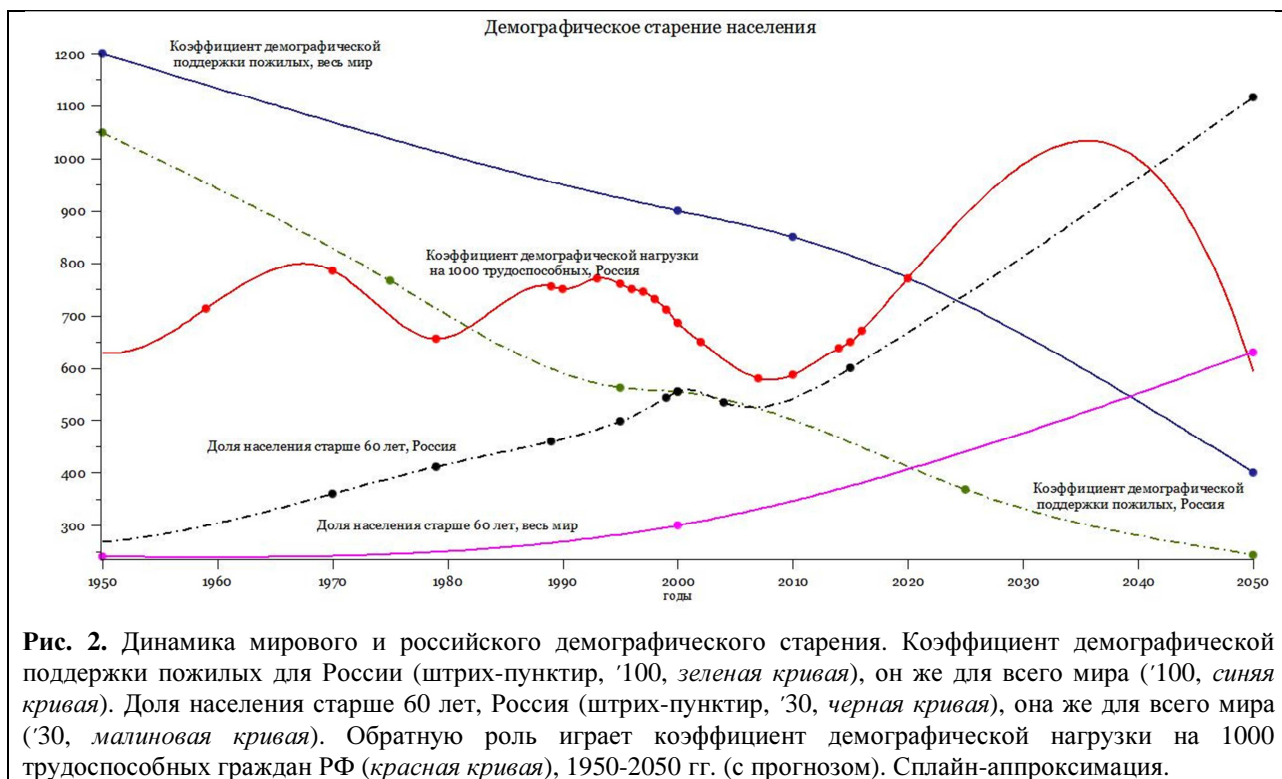


Рис. 2. Динамика мирового и российского демографического старения. Коэффициент демографической поддержки пожилых для России (штрих-пунктир, '100, зеленая кривая), он же для всего мира ('100, синяя кривая). Доля населения старше 60 лет, Россия (штрих-пунктир, '30, черная кривая), она же для всего мира ('30, малиновая кривая). Обратную роль играет коэффициент демографической нагрузки на 1000 трудоспособных граждан РФ (красная кривая), 1950-2050 гг. (с прогнозом). Сплайн-аппроксимация.

Траектории динамичны, каждая их точка математически представляется кортежем длины два $\langle Y(X), Y'(X) \rangle$, в котором первая компонента – сам показатель $Y(X)$, вторая компонента соответствует его первой производной. Значения параметра X (чаще это время t) сохраняются и могут быть визуализированы временными реперами прямо на упомянутых траекториях. Фазовые портреты могут быть объёмными и строятся в трёхмерном пространстве $OYZX$. Тогда на две оси Y и Z фазового пространства встают две переменные, часто это сам показатель $Y(X)$ и его первая производная $Y'(X)$, а на третью ось ставится параметр X . Известно, какую важную роль играет и как широко используется фазовый анализ в науке вообще, в математическом анализе и прикладной математике, физике, технических науках, в электричестве, в радиотехнике, системах автоматического регулирования для представления колебательных движений и их свойств, определения устойчивости систем.

Следующим полезным приложением фазового сплайн-анализа является получение, построение и анализ взаимных параметрических зависимостей в виде гладких сплайн-кривых нескольких экономических показателей или характеристик рынка $Y(t), Z(t), \dots$, которые располагаются на разных осях фазового пространства при явном сохранении и

индикации временного параметра t . Непрерывность сплайн-образов облегчает восприятие неразрывности, инерционности, взаимной увязки экономических, финансовых, внешнеэкономических процессов рыночной макроэкономики. Переход от временных рядов нескольких экономических показателей к картинам их параметрических взаимозависимостей в двух и трёх измерениях даёт возможность лучше разобраться в макроэкономической динамике при помощи нового демонстрационного и понятийного качества графического анализа, более глубокого представления о связях макроэкономических архетипов. Смысл перехода к параметрическим кривым состоит в том, что на одной картине, в одной координатной системе показывается взаимодействие экономических переменных друг с другом, это важно при переходе экономики к сетевой структурной парадигме с необходимостью рельефного выявления образующихся многочисленных структурно-сложных причинно-следственных связей.

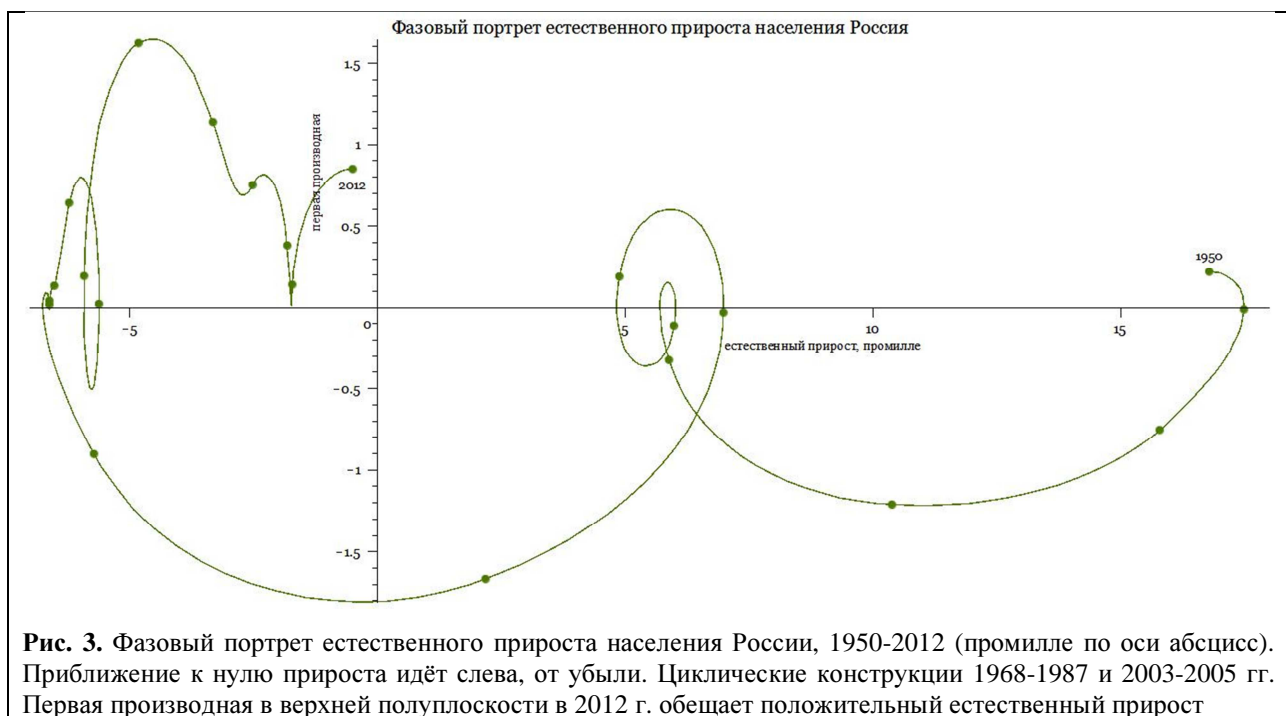


Рис. 3. Фазовый портрет естественного прироста населения России, 1950-2012 (промилле по оси абсцисс). Приближение к нулю прироста идёт слева, от убыли. Циклические конструкции 1968-1987 и 2003-2005 гг. Первая производная в верхней полуплоскости в 2012 г. обещает положительный естественный прирост

Результаты исследования на фазовых портретах

«Тонкий» анализ $RGDP_{pc}$ начнём со *знаменателя*. Представление о российской демографической динамике даёт рис. 1. На нём приведены в зависимости от времени (период 1950-2012 гг.) число родившихся, число умерших, естественный прирост населения, коэффициент «рождаемость/смертность», суммарный коэффициент рождаемости. В связи с надвигающейся проблемой старения населения Европы и России стоит также в рамках демографической части работы заглянуть в тенденции старения населения и выделить интересующие исследователя пропорции с возможностью перевода тенденций в горизонт прогноза.

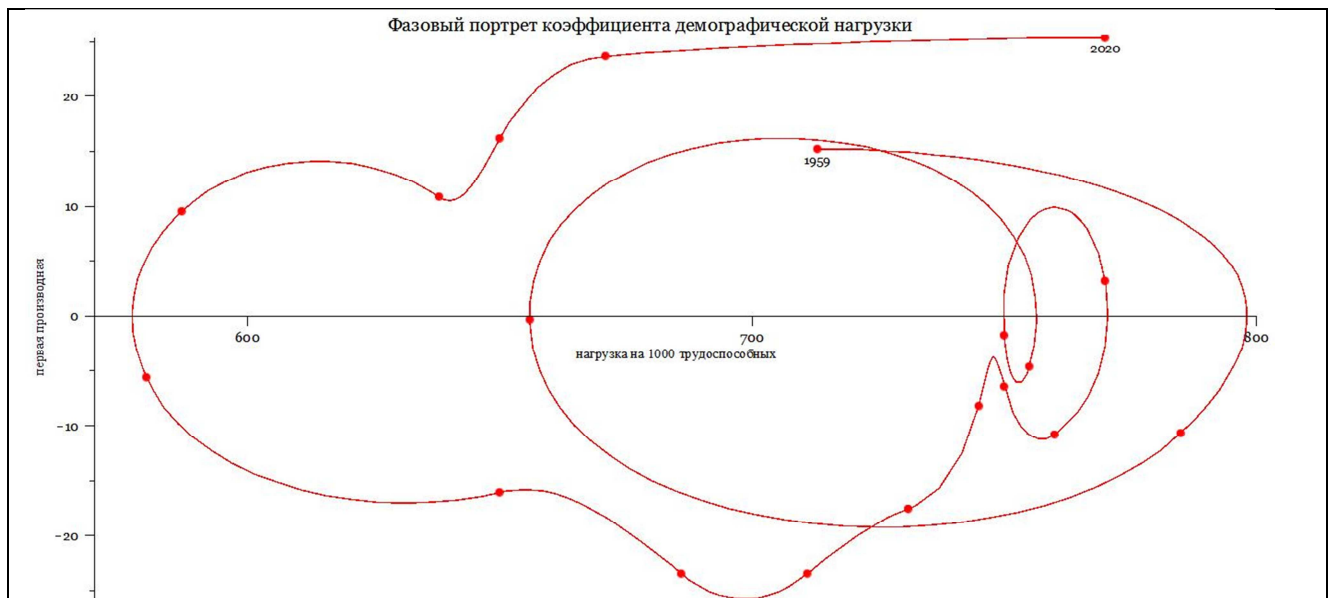


Рис. 4. Фазовый портрет коэффициента демографической нагрузки на 1000 трудоспособных граждан России. Период 1959-2020 гг. Богатство циклических конструкций, циклы 1959-1984, 1990-1996 гг., глобально цикл саморазворачивается, увеличивается его радиус, приводя к росту амплитуды колебаний. Плюс первой производной в 2020 г. обещает дальнейшее увеличение коэффициента демографической нагрузки.

На рис. 2 покажем темпоральные картины демографического старения. Период 1950-2050 гг. даётся с соответствующим прогнозом. Первая пара кривых – коэффициент демографической поддержки пожилых для России, и он же всего мира. Часто употребляемый в период быстрого старения населения коэффициент демографической поддержки пожилых определяется как число работников (лиц в возрасте 20-64 года) на одного пожилого (в возрасте 65 лет и старше). Как видно из рис. 2, коэффициент демографической поддержки пожилых в России перманентно уменьшается от 10.5 в 1950 г. до 2.5 в 2050 г. (прогноз). Следующая пара кривых покажет долю населения старше 60 лет в России и во всём мире. Пятая кривая, играющая обратную роль, – коэффициент демографической нагрузки на 1000 трудоспособных граждан РФ. Коэффициент демографической нагрузки определяется как отношение числа нетрудоспособных на 1000 лиц трудоспособного возраста. К числу нетрудоспособных относятся две основные категории – дети и пенсионеры. Коэффициент демографической нагрузки в России изменяется в пределах 580-785. Совокупная нагрузка трудоспособных граждан России детьми и пожилыми людьми интересна, её важно знать, так как трудоспособное население в этом возрасте поддерживает и пожилых, и детей. Старение населения приводит не только к росту доли пожилых (от 149 в 1950 г. до 428 в 2050 г.), но и к сокращению доли детей (от 740 в 1950 г. до 250 в 2050 г.). Поэтому совокупная поддержка падает отнюдь не так драматически, как поддержка только пожилых. Да и рост производительности труда постоянно увеличивает количество благ, производимых одним трудоспособным. На рис. 2 видим, что там, где не нужно, Россия опережает весь мир (доля населения старше 60 лет). А там, где нужно, она отстаёт от всего мира (коэффициент

демографической поддержки пожилых).

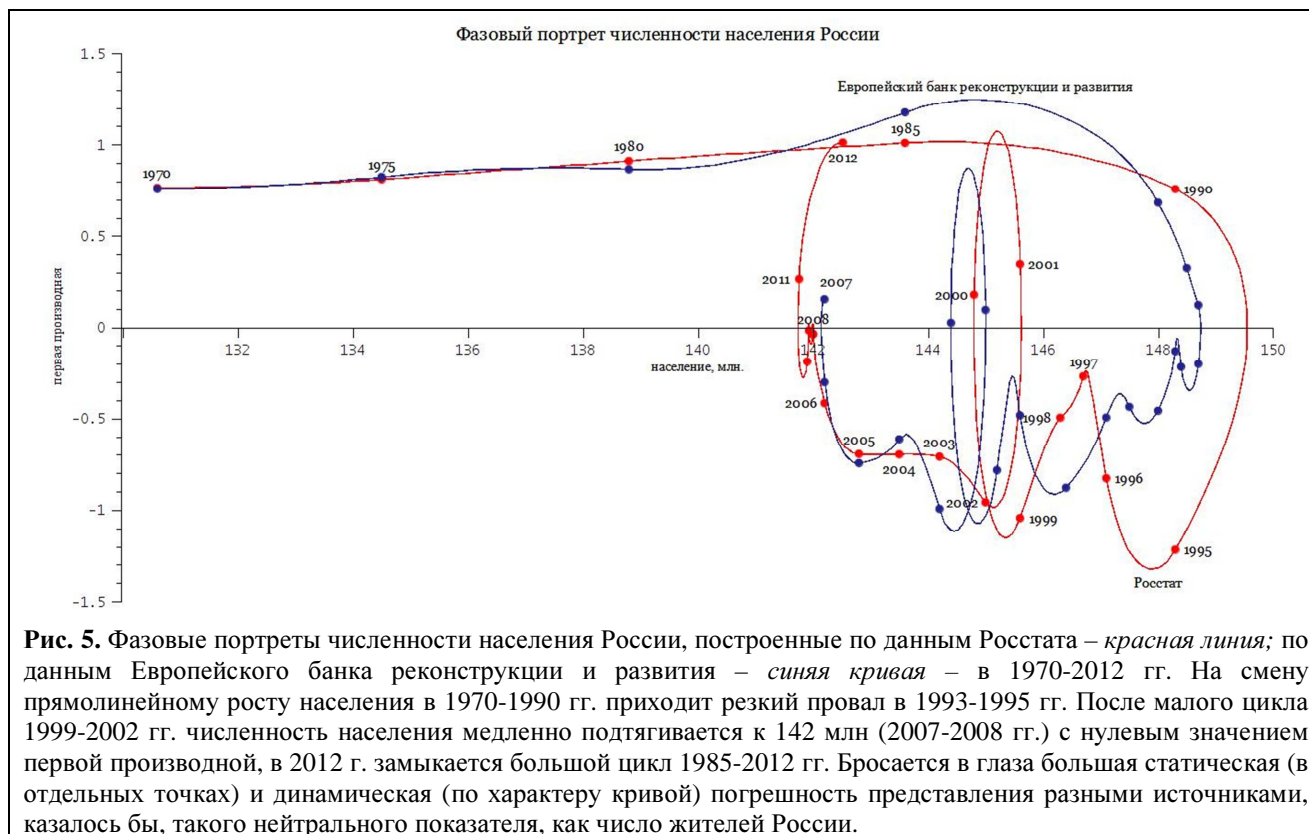


Рис. 5. Фазовые портреты численности населения России, построенные по данным Росстата – красная линия; по данным Европейского банка реконструкции и развития – синяя кривая – в 1970-2012 гг. На смену прямолинейному росту населения в 1970-1990 гг. приходит резкий провал в 1993-1995 гг. После малого цикла 1999-2002 гг. численность населения медленно подтягивается к 142 млн (2007-2008 гг.) с нулевым значением первой производной, в 2012 г. замыкается большой цикл 1985-2012 гг. Бросается в глаза большая статическая (в отдельных точках) и динамическая (по характеру кривой) погрешность представления разными источниками, казалось бы, такого нейтрального показателя, как число жителей России.

До перехода к фазовым соотношениям следует социально и экономически объяснить явление, которое на Западе называют российским демографическим коллапсом. В России долгое время складывается парадоксальная ситуация, когда уровень минимального размера оплаты труда находится ниже прожиточного уровня. Так, МРОТ с 31.12.2011 равен 4611 руб./мес., это примерно 150 \$, а официальный прожиточный минимум на 21.12.2011 составлял: для трудоспособного населения 6792 руб./мес. или 226 \$, для детей 6076 руб./мес. или 203 \$, для пенсионеров 4961 руб./мес. или 165 \$, МРОТ для Москвы с 01.09.2011 – 10900 руб./мес. или 363 \$. Черта бедности для США составляет порядка 509 \$, социальное пособие безработного беженца в Германии – примерно 800 евро. Минимальный размер оплаты труда в месяц колеблется в Европе от 1642 евро (Люксембург) до 123 евро (Болгария). Недаром столь расхожа российская шутка: «Наш уровень жизни – их уровень смерти».

На рис. 3 рассмотрим фазовый портрет естественного прироста населения России (промилле), 1950-2012 гг., с глобальным 17-летним циклом (по данным рис. 1). Рис. 4 представит нам фазовый портрет коэффициента демографической нагрузки на 1000 трудоспособных граждан России (по данным рис. 2), теперь период 1959-2020 гг.

Много интересного доставят фазовые портреты численности населения России в 1970-2012 гг., полученные одновременно разными источниками (рис. 5), можно увидеть

преимущества аппарата фазового анализа. В 2008-2012 гг. численность населения России практически не меняется, зато широко меняется тенденция роста – от отрицательной в 2009-2010 гг. до сугубо положительной в 2011-2012 гг., демонстрируя сначала намечающуюся убыль, а затем оптимистическую прибыль. На рис. 6 можно увидеть аналогичный фазовый портрет среднегодовой численности занятых в российской экономике. На этом графике прослеживается 32-летний цикл, в точке пересечения ветвей в 1975 и в 2007 гг. совпадают не только значения числа занятых, но и их первых производных (тенденций), что свидетельствует не о случайных, а о системных циклических экономических закономерностях [5].

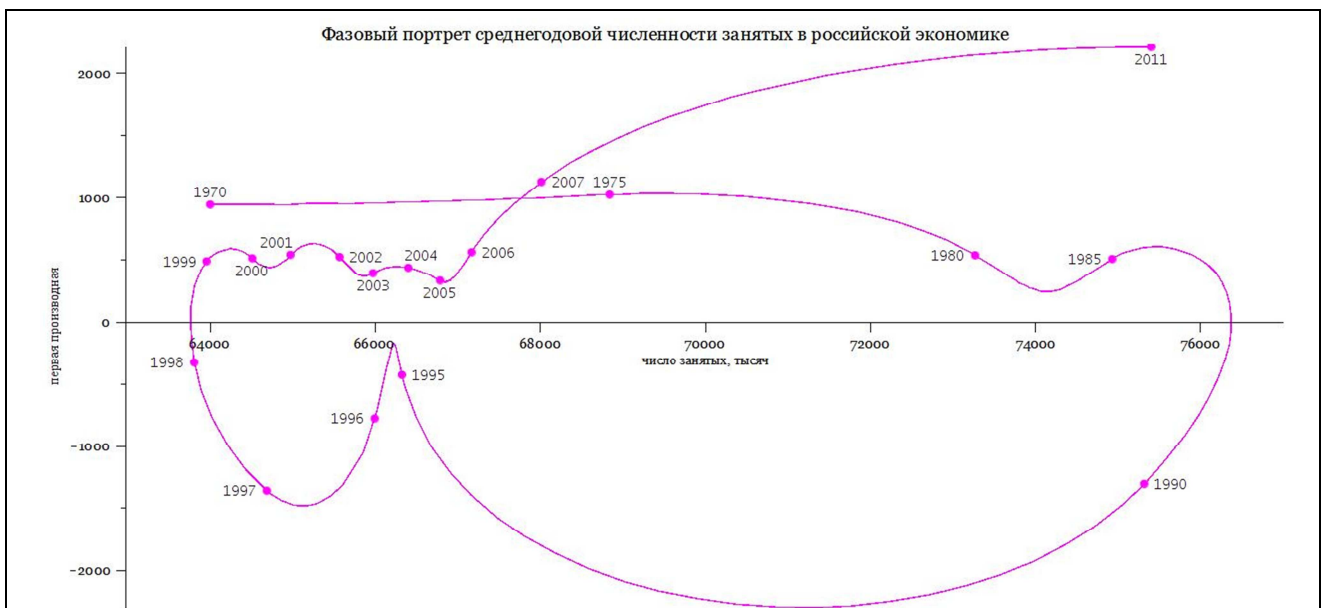


Рис. 6. Фазовый портрет среднегодовой численности занятых в российской экономике, тыс. человек, 1970-2011 гг. Законченная циклическая конструкция 32-летней длины с заметным 11-летним квазициклом 1995-2003 гг., демонстрирующая наличие виртуальных «точек возврата» и кризисов. В марте 1996 г. событийный скачок первой производной показал быстрое и резкое увеличение тенденции для числа занятых, а затем столь же быстрое её падение при общем отрицательном знаке тенденции занятости.

Теперь обратимся к *числителю*. На рис. 7 изображён в зависимости от времени реальный ВВП России в 1992-2011 гг. в виде сплайн-модели темпорального ряда. Поскольку сплайн является аналитической функцией, то наряду с прекрасными аппроксимационными и графическими свойствами (минимум кривизны линии, соединяющей любую пару точек, оптимальная «сшивка» фрагментов сплайна слева и справа в каждой узловой точке) он демонстрирует наличие аналитических, графических и численных значений и у всех своих производных. Первая производная есть тенденция процесса, пропорциональная «экономическому импульсу». Возведённая в квадрат, она становится частью «экономической кинетической энергии». Вторая производная представляет собой ускорение, являясь сомножителем в некоей «экономической силе». Поскольку в природе законы сохранения импульсов, сил, энергии являются строгими и абсолютными, то сплайн-представление

экономических переменных своей аналитикой вносит посильный вклад в развитие новой науки – эконофизики.

Рис. 8 изображает фазовый портрет реального ВВП России, в котором чётко вычлняются «круговые» циклы с периодами 8 лет и 3 года, во время которых происходит повторение макроэкономической ситуации. В точке пересечения ветвей в марте 2008 и марте 2011 гг. совпадают значения не только реального ВВП, но и значения его первых производных. В большом цикле велик радиус и размах первой производной (по оси Y). Достоинство фазового представления – на одной плоскости одновременно виден сам показатель и его тенденция.

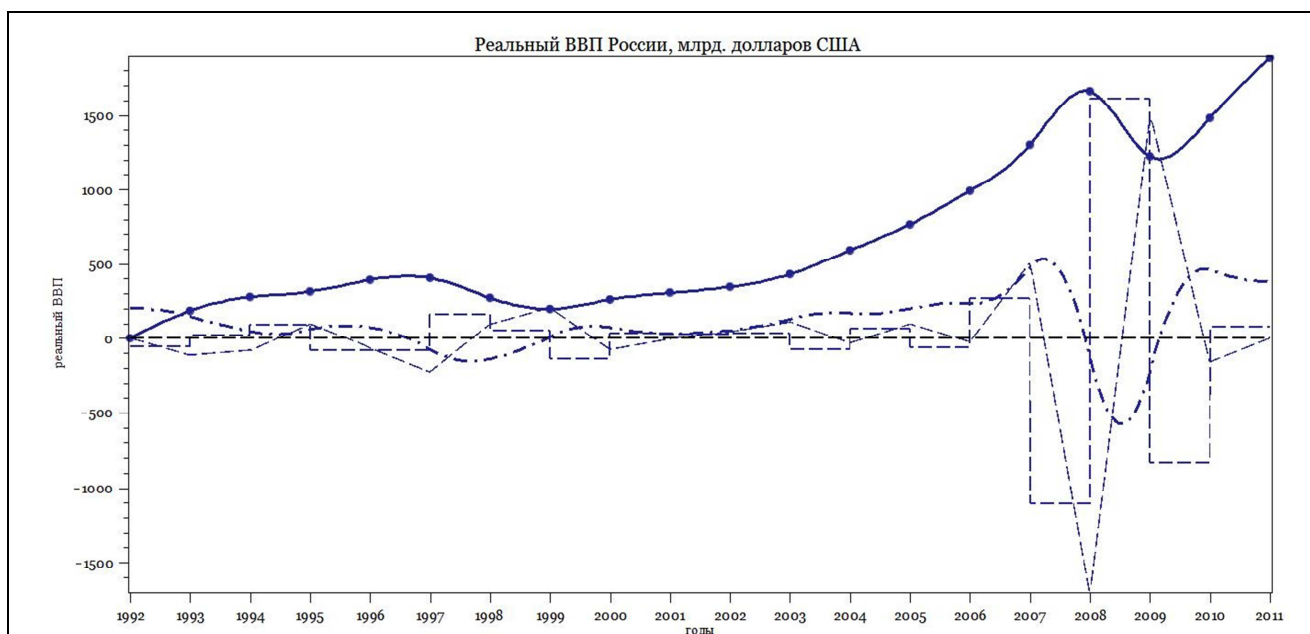


Рис. 7. Объём реального ВВП России в 1992-2011 гг. от времени на сплайновой темпоральной модели с тремя производными. Первая производная гладкая – штрих-пунктир, вторая (треугольная) и третья (прямоугольная) – пунктир. Млрд. долларов США [4]. ЦРУ считает реальный ВВП России в 1992 г. равным нулю. Сплайн-аппроксимация, *темно-синяя кривая*. Интересные небольшие вариации реального ВВП в 1997-1999 и значительные в 2008-2009 гг. Реальный ВВП падает, а резкий всплеск всех производных в 2006-2010 гг. подчёркивает вариативность современного процесса на фоне мировых кризисных явлений.

Достоинства фазового анализа и систем компьютерной математики (использовалась система *MAPLE 16.01*) состоят в том, что отныне в фазовом пространстве позволительно обращаться с траекториями столь же свободно, как с переменными. В частности, их можно складывать, умножать, делить друг на друга, дифференцировать, интегрировать и пр. Для получения зависимости реального ВВП России от числа жителей (рис. 9) или от среднегодового числа занятых в российской экономике (рис. 10) используем непривычную операцию деления двух кривых друг на друга. Кажется, что деление двух кривых возможно в случае совпадения значений их абсцисс в паре «решётчатых» функций. Однако раз сплайн является одновременно аналитическим интерполятором, то он позволяет при делении двух бесконечных множеств ординат поставить им в соответствие пару бесконечных множеств

абсцисс.

Приходит черёд вычислять ВВП *per capita*, т.е. всю дробь:

$$RGDPpc = RGDP/POP \text{ (рис. 9) или } RGDPpc = RGDP/LFPR \text{ (рис. 10),}$$

где $RGDPpc$ – реальный ВВП страны, приходящийся на душу,

POP – численность населения страны,

$LFPR$ – доля рабочей силы в численности взрослого населения.

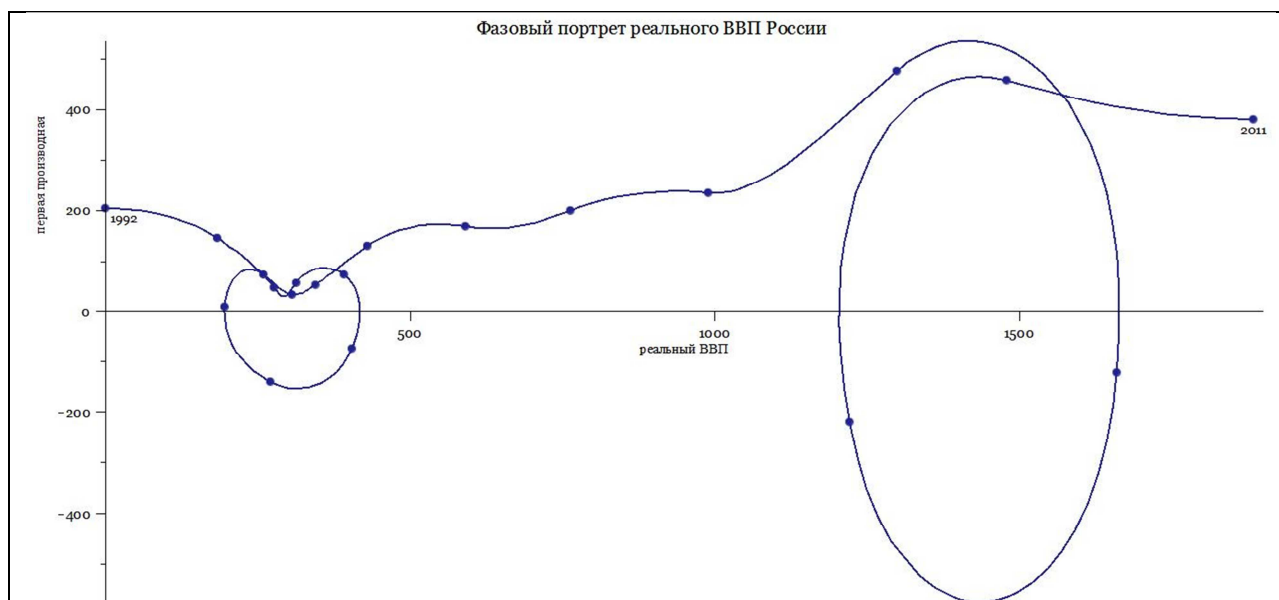


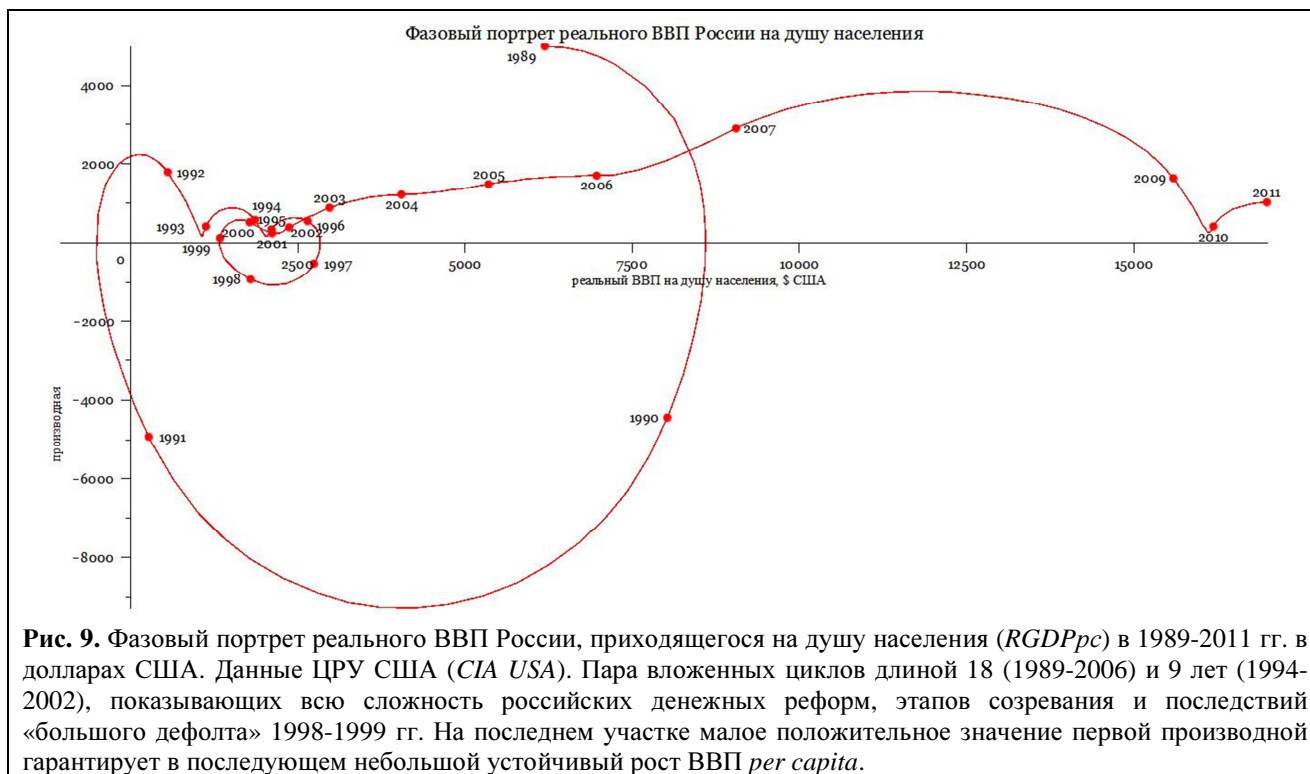
Рис. 8. Фазовый портрет объёма реального ВВП России в период 1992-2011 гг. Млрд долларов США (CIA World Factbook). Слайн-аппроксимация. Временные реперы (годы) на кривой показывают направление движения процесса слева (точка 1992) направо (до точки 2011). По оси абсцисс – ВВП, по оси ординат – первая производная. Почти идеальные циклы 1994-2002 и 2007-2010 гг. характеризуют непростую вариативность реального российского ВВП в эти времена, повторяемость его характеристик

Итак, при изучении ВВП на душу населения необходимо «тонко», детально, подробно анализировать как *числитель* (реальный ВВП), так и *знаменатель* (численность населения России или численность занятых в её промышленности). Беспрецедентные демографические изменения, начавшиеся в XIX и XX веках, которые продолжаются и в XXI веке, несомненно, меняют наш мир и все макроэкономические показатели *per capita*. Снижение рождаемости, усугубляемое увеличением продолжительности жизни, стало и будет оставаться причиной изменений структуры общества во всех странах, особенно в том, что касается радикального изменения соотношения молодых и пожилых людей. Последствия старения населения, носящие серьёзный, глобальный и долговременный характер, открывают большие возможности, но одновременно и порождают большие проблемы для всех «старых» стран.

Заключение

Во всех этих очевидных соображениях хотелось бы подчеркнуть особый характер динамики составных частей ВВП на одного работающего – *числителя* и *знаменателя*, определить более «тонко» их составные части, а новыми экономико-математическими

аппроксимационными и фазовыми методами выделить столь привычные для экономики тренд, сезонные соотношения, циклическую компоненту, «событийные составляющие» динамики, стохастический «шум». Для получения новых понятийных свойств макроэкономических конъюнктур все переменные с построением их корреляций или взаимозависимостей переводятся в фазовое пространство. Построение фазовых портретов особенно эффективно при анализе неустановившихся рыночных процессов переходных макроэкономик, России – например.



На фазовом портрете одновременно наряду с самим показателем видна и просчитывается его тенденция, которая, как известно из теории рядов Тейлора, раньше указывает тенденции процесса, служит неким «предсказателем» хода экономического движения. По построенным фазовым циклам облегчается прогнозирование показателя, поскольку теперь по экономическому пространству движется не сонм разнообразных по своим свойствам точек, а крупный циклический конгломерат с характерной самосохраняющейся структурой. Экономические представления, «экономические импульсы», «экономические силы», «экономическая кинетическая энергия», «экономическая потенциальная энергия», которые могут быть получены с привлечением аналитики сплайн-ансамблей, ещё ждут своего часа для использования и проверки в экономических балансах абсолютных законов сохранения природы.

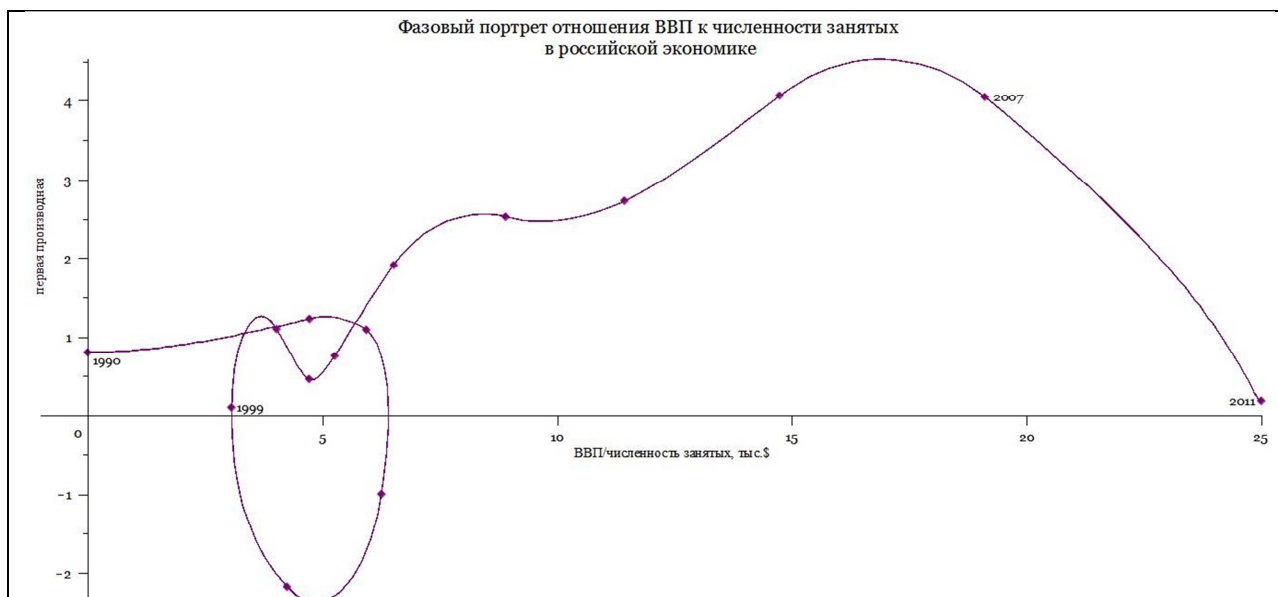


Рис. 10. Фазовый портрет реального ВВП России, приходящегося на одного занятого (среднегодовое значение) в российской экономике в 1990-2011 гг., тысяч долларов США. Сплайн-аппроксимация. Цикл в 1996-2003 гг. раньше и более «тонко» демонстрирует особенности периода «большого дефолта». Рост первой производной ускоряет движение показателя в 2006-2007 гг., а приближение к нулю первой производной в 2011 г. готовит «точку возврата», когда производная станет отрицательной и движение показателя пойдёт справа налево по нижней полуплоскости.

Список литературы

- 1 Боташева Ф.Б. Макроэкономическая динамика в фазовом пространстве. – М. : Илекса, 2009. – 268 с.
- 2 Боташева Ф.Б. Современный инструментарий в исследовании макроэкономической динамики. 2 – Сплайн-аппроксимация // Научный журнал КубГАУ. – 2012. – № 82 (8). [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2011/1/pdf/06.pdf>.
- 3 Бруснева И.М., Винтизенко И.Г., Чадранцев А.В. Фазовые методы анализа и прогнозирования экономической динамики // Финансово-актуарная математика и смежные вопросы – ФАМ'2005 : труды IV Всероссийской конференции. – Красноярск : Издательство Института вычислительного моделирования СО РАН, 2005. – С. 68-72.
- 4 Винтизенко И.Г., Редькина Н.В. Сплайн-технологии моделирования, анализа, визуализации и прогнозирования в экономике // Экономическое прогнозирование: модели и методы – 2004 : материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Воронеж : Издательство Воронежского государственного университета, 2004. – Ч. 1. – С. 26-31.
- 5 Винтизенко И.Г., Яковенко В.С. Экономическая цикломатика. – М. : Финансы и статистика ; Ставрополь : АГРУС, 2008. – 428 с.

Рецензенты

Винтизенко Игорь Георгиевич, доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Научно-педагогического института ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет», г. Ставрополь.

Тимошенко Николай Константинович, доктор экономических наук, профессор кафедры «Экономика, бухгалтерский учёт и аудит» Невинномысского технологического института (филиал) ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет», г. Невинномысск.