

ЛИНИЯ ПЕРЕДАЧИ С КОНЕЧНЫМИ ПОТЕРЯМИ В ДИЭЛЕКТРИКЕ

Цветкович З. З.¹, Алексич С. Р.¹, Бажич М. И.², Татаренко А. С.³, Бритин С. Н.³,
Бичурин М. И.³, Петров Р. В.³

¹Университет Ниша, Ниш, Сербия (18000, г. Ниш, ул. Александра Медведева, 14) e-mail: zlata.cvetkovic@elfak.ni.ac.rs

²Университет Баня-Лука, г. Баня-Лука, Босния и Герцеговина (78000, г. Баня-Лука, ул. Патре, 5) e-mail: milb@etfbl.net

³ФГБОУ ВПО «Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого», Великий Новгород, Россия (173003, Великий Новгород, ул. Большая Санкт-Петербургская, д.41) e-mail: Mirza.Bichurin@novsu.ru

Статья посвящена анализу экспоненциальной линии передач с потерями в диэлектрике. Были рассмотрены случаи, когда проводимость на единицу длины постоянна и когда она меняется экспоненциально. Для расчётов токов и напряжений в линии применялась теория возмущений. Основываясь на результатах, полученных для входного импеданса, коэффициента отражения и коэффициента стоячей волны по напряжению, исследован эффект влияния диэлектрических потерь на широкополосные характеристики экспоненциальной линии. Полученные данные показали, что передаточные характеристики линии ухудшаются, если значение диэлектрической проницаемости, либо проводимость на единицу длины диэлектрика увеличивается. Использование экспоненциальной линии для согласования или преобразования импедансов в рассмотренных случаях ограничено частотным диапазоном и длиной линии передачи. Проведены численные расчёты в программе Фортран, приведены графики.

Ключевые слова: неоднородная линия передач, теория возмущений.

TRANSMISSION LINE WITH FINITE LOSSES IN DIELECTRIC

Cvetkovic Z. Z.¹, Aleksic S. R.¹, Bajic M. J.², Tatarenko A. S.³, Britin S. N.³, Bichurin M. I.³,
Petrov R. V.³

¹University of Niš, Niš, Serbia (18000, Niš, Aleksandra Medvedeva 14) e-mail: zlata.cvetkovic@elfak.ni.ac.rs

²University of Banjaluka, Banja Luka, Bosnia and Herzegovina (78000, Banja Luka, Patre 5) e-mail: milb@etfbl.net

³Yaroslav-the-Wise Novgorod State University, Veliky Novgorod, Russia (173003, Veliky Novgorod, B.St.-Peterburgskaya str., 2603), e-mail: Mirza.Bichurin@novsu.ru

This paper presents the analysis of exponential line with losses in dielectric. The cases when conductivity per unit length is constant and when it changes exponentially, are observed. The perturbation procedure is applied in order to determine the voltage and current along the line. Based on the results obtained for the input impedance, reflection coefficient and voltage standing wave ratio, the effects of the dielectric losses on the broadband characteristics of exponential line are explored. The obtained results showed that the transformer characteristics of the lines deteriorate as dielectric conductivity or conductivity per unit length increases. The use of exponential lines for matching and impedance transformation is, in our case, limited to higher frequencies or use of the lines with greater length. Numerical results are obtained using software Fortran and shown graphically.

Key words: nonuniform transmission line, perturbation procedure.

Введение

Экспоненциальная линия как класс неоднородных линий передач широко используется во множестве различных устройств СВЧ техники [8]. Также она может найти применение в радиоэлектронных системах как трансформатор импеданса, в цепях согласования, фильтрах и т. д. [1,5,6,9]. Эта линия имеет преимущества, когда используется как трансформатор импеданса в широкой полосе частот, а также позволяет проектировать большую полосу заграждения в фильтрах.

В статьях [3,4,10] была рассмотрена экспоненциальная линия с равномерными и малыми потерями в проводнике по всей длине. Цель представленной работы – исследование диссипативных характеристик экспоненциальной линии в широкой полосе частот. Рассматриваются два случая, первый – когда проводимость на единицу длины постоянна вдоль длины линии, второй – проводимость на единицу длины изменяется экспоненциально.

Обзор решения методом теории возмущений

Рассматривается неоднородная линия передачи длиной d . Линия присоединена к генератору напряжения E с одного конца, а с другого – к линии с потерями с импедансом Z_0 , как показано на рис.1.

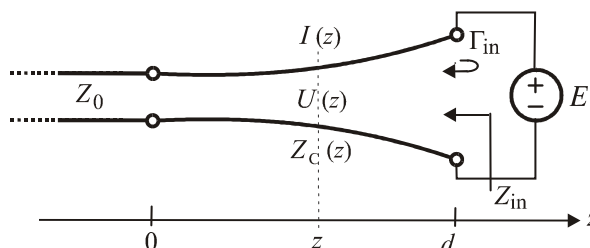


Рисунок 1. Схема неоднородной линии передачи

Для ТЕМ моды, напряжением $U(z)$, и током $I(z)$, распространяющейся вдоль линии, можно определить точное решение следующих дифференциальных уравнений.

$$\frac{dU(z)}{dz} = -Z'(z)I(z), \quad \frac{dI(z)}{dz} = -Y'(z)U(z) \quad (1)$$

Импеданс и адмитанс в цепи:

$$Z'(z) = R' + j\omega L' \quad Y'(z) = G' + j\omega C' \quad (2)$$

где ω – круговая частота, а R' , L' , G' и C' это сопротивление, индуктивность, проводимость и ёмкость на единицу длины линии, соответственно. Импеданс линии:

$$Z_C(z) = \sqrt{\frac{Z'(z)}{Y'(z)}} \quad (3)$$

Выражения (1) и могут быть преобразованы в выражения второго порядка для напряжений и токов. Дифференциальное выражение для напряжения:

$$\frac{d^2 U}{dz^2} - p(z) \frac{dU}{dz} - q(z)U = 0, \quad (4)$$

где

$$p(z) = \frac{1}{Z'(z)} \frac{dZ'(z)}{dz}, \quad q(z) = Z'(z)Y'(z). \quad (5)$$

Выражение (4) решается с граничными условиями: $U(z=d) = E$ и $\frac{U(z=0)}{I(z=0)} = Z_C(0) = Z_0$ (6)

Если функции $p(z)$ и $q(z)$ постоянны, то $p(z) = p_0$ и $q(z) = q_0$, и уравнение (4) может быть решено аналитически. В этом случае решение записывается:

$$U_0(z) = A_0 e^{k_1 z} + B_0 e^{k_2 z} \quad (7)$$

$$\text{где} \quad k_1 = \frac{p_0}{2} + jb, \quad k_2 = \frac{p_0}{2} - jb, \quad b = \sqrt{q_0 - \left(\frac{p_0}{2}\right)^2} \quad (8)$$

Постоянные A_0 and B_0 можно определить исходя из граничных условий (6):

$$A_0 = \frac{(Z'(0) + k_2 Z_0)E}{(Z'(0) + k_2 Z_0)e^{k_1 d} - (Z'(0) + k_1 Z_0)e^{k_2 d}} \quad \text{и} \quad B_0 = \frac{(Z'(0) + k_1 Z_0)E}{(Z'(0) + k_1 Z_0)e^{k_2 d} - (Z'(0) + k_2 Z_0)e^{k_1 d}} \quad (9)$$

В общем случае, когда линия передачи неоднородна, функции $p(z)$ и $q(z)$ будут:

$$p(z) = p_0 + P(z) \quad (10)$$

$$\text{и} \quad q(z) = q_0 + Q(z). \quad (11)$$

$$\text{Таким образом, запишем (4) в виде:} \quad \frac{d^2 U}{dz^2} - p_0 \frac{dU}{dz} - q_0 U(z) = P(z) \frac{dU}{dz} + Q(z)U = F(z) \quad (12)$$

$$\text{где} \quad F(z) = [k_1 P(z) + Q(z)]A_0 e^{k_1 z} + [k_2 P(z) + Q(z)]B_0 e^{k_2 z}. \quad (13)$$

Решение выражения (12) может быть определено методом вариаций [2] в форме:

$$U(z) = A(z) e^{k_1 z} + B(z) e^{k_2 z} \quad (14)$$

$$\text{где} \quad A(z) = A(0) + \int_0^z \frac{F(z)}{j2b} e^{-k_1 z} dz \quad \text{и} \quad B(z) = B(0) - \int_0^z \frac{F(z)}{j2b} e^{-k_2 z} dz. \quad (15)$$

Постоянные $A(0)$ и $B(0)$ могут быть определены исходя из граничных условий (6). Заметим, что для $z=0$ удовлетворяется следующее условие:

$$\frac{dA(z)}{dz} + \frac{dB(z)}{dz} = 0. \quad (16)$$

Постоянные $A(0)$ и $B(0)$ могут быть записаны в аналогично (9):

$$A(0) = \frac{(Z'(0) + k_2 Z_0)\Delta E}{(Z'(0) + k_2 Z_0)e^{k_1 d} - (Z'(0) + k_1 Z_0)e^{k_2 d}} \quad \text{и} \quad B(0) = \frac{(Z'(0) + k_1 Z_0)\Delta E}{(Z'(0) + k_1 Z_0)e^{k_2 d} - (Z'(0) + k_2 Z_0)e^{k_1 d}} \quad (17)$$

$$\text{где} \quad \Delta E = E - \Delta A e^{k_1 d} - \Delta B e^{k_2 d}, \quad \Delta A = A(d) - A(0), \quad \Delta B = B(d) - B(0) \quad (18)$$

Наконец, в соответствии с выражением (14), используя выведенные выше выражения, находим напряжение $U(z)$ в требуемых сечениях z .

Метод возмущений может быть использован во многих случаях, когда требуется получить более точное решение выражения (14) для напряжений, также, более точную аппроксимацию для $F(z)$ можно получить, используя выражение (12).

Экспоненциальная линия с постоянным распределением проводимости по длине

Во-первых, рассмотрим потери в экспоненциальной линии передачи. Потерями в проводнике линии передачи можно пренебречь ($R' = 0$), пока проводимость G' постоянна вдоль линии. В этом случае экспоненциальная линия передачи имеет следующие распределённые параметры:

$$Z'(z) = j\omega L'_0 e^{2az} = Z'(0)e^{2az} \quad Y'(z) = G' + j\omega C'_0 e^{-2az} \quad (19)$$

где L'_0 , C'_0 и $Z'(0)$ соответственно индуктивность, ёмкость и импеданс на модуль длины в точке $z = 0$ линии. Здесь a – это коэффициент конусности

$$a = \frac{1}{2d} \ln \frac{Z_d}{Z_0}, \quad (20)$$

который может быть положительным, нулевым или отрицательным, а Z_d – это значение импеданса в точке $z = d$, $Z_C(d) = Z_d$. В этом случае коэффициенты $p(z)$ и $q(z)$ в выражении (4):

$$p(z) = 2a = p_0 \quad \text{и} \quad q(z) = -k_0^2 + j \frac{G'}{\omega C'_0} k_0^2 e^{2az} = q_0 + Q(z) \quad (21)$$

$$\text{где} \quad q_0 = -k_0^2 = -\omega^2 L'_0 C'_0 \quad \text{и} \quad Q(z) = j \frac{G'}{\omega C'_0} k_0^2 e^{2az} = j g k_0^2 e^{2az} \quad (22)$$

$$\text{где } g \text{ это постоянная} \quad g = \frac{G'}{\omega C'_0}. \quad (23)$$

На первом этапе расчётов возмущениями в линии пренебрегают $|Q(z)| \ll q_0$, в этом случае напряжения вдоль линии вычисляются выражением (7). Следующий шаг – это определить функцию $F(z)$, когда возмущение будет малым. В таком случае выражение (15) будет:

$$\frac{d^2 U(z)}{dz^2} - p_0 \frac{dU(z)}{dz} + q_0 U(z) = Q(z)U(z) = F(z) \quad (24)$$

$$\text{где} \quad F(z) = j g k_0^2 e^{2az} (A_0 e^{k_1 z} + B_0 e^{k_2 z}). \quad (25)$$

Решение выражения (32) получают через (7), где

$$A(z) = A(0) + \frac{A_0 g k_0^2}{j2b} \frac{e^{2az} - 1}{2a} + \frac{B_0 g k_0^2}{j2b} \frac{e^{2k_2 z} - 1}{2k_2} \quad \text{и} \quad B(z) = B(0) - \frac{A_0 g k_0^2}{j2b} \frac{e^{2k_1 z} - 1}{2k_1} + \frac{B_0 g k_0^2}{j2b} \frac{e^{2az} - 1}{2a}. \quad (26)$$

Это имеет значение для случая, когда применяется метод возмущений. Постоянные $A(0)$ и $B(0)$ находим через (17), где

$$\Delta A = \frac{A_0 g k_0^2}{j2b} \frac{e^{2ad} - 1}{2a} + \frac{B_0 g k_0^2}{j2b} \frac{e^{2k_2 d} - 1}{2k_2} \quad \text{и} \quad \Delta B = -\frac{A_0 g k_0^2}{j2b} \frac{e^{2k_1 d} - 1}{2k_1} - \frac{B_0 g k_0^2}{j2b} \frac{e^{2ad} - 1}{2a}. \quad (27)$$

Когда напряжение известно, токи в линии можно найти через (1)

$$I(z) = -\frac{1}{Z'(z)} \left[k_1 A(z) + \frac{dA(z)}{dz} \right] e^{k_1 z} - \frac{1}{Z'(z)} \left[k_2 B(z) + \frac{dB(z)}{dz} \right] e^{k_2 z} \quad (28)$$

$$\text{где } \frac{dA(z)}{dz} = \frac{dJ_1(z)}{dz} = \frac{F(z)}{j2b} e^{-k_1 z} \quad \text{и} \quad \frac{dB(z)}{dz} = -\frac{dJ_2(z)}{dz} = -\frac{F(z)}{j2b} e^{-k_2 z}. \quad (29)$$

Линия передачи с экспоненциальным распределением проводимости по длине

Во втором случае проводимость диэлектрика σ будет постоянной, шунтирующая её проводимость металла на единицу длины будет изменяться экспоненциально, а импеданс:

$$G' = \frac{\sigma}{\varepsilon} C' = \frac{\sigma}{\varepsilon} C'_0 e^{-2az}, \quad (30)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость. В таком случае, адмитанс запишем в форме:

$$Y'(z) = \left(\frac{\sigma}{\varepsilon} + j\omega \right) C'_0 e^{-2az} \quad (31)$$

коэффициент $p(z)$ находим из (27), а $q(z)$ будет:

$$q(z) = -k_0^2 + j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} k_0^2 = q_0 + Q(z) \quad (32)$$

Далее, дифференциальное выражение для напряжения линии аналогично (24), но с отличной функцией $F(z)$, имеющей форму:

$$F(z) = j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} k_0^2 (A_0 e^{k_1 z} + B_0 e^{k_2 z}) \quad (33)$$

В случае диэлектрика с малыми потерями можно принять, что $\frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \ll 1$, выражение (24) может быть решено по аналогии с предыдущим примером расчёта, когда проводимость на единицу длины была постоянна, используя метод возмущений.

Также, напряжения могут быть найдены из выражения (14), а необходимые выражения, как и в предыдущем случае, для $A(z)$ и $B(z)$ будут отличаться от (26):

$$A(z) = A(0) + \frac{\sigma k_0^2}{2b \omega \varepsilon} \left[A_0 z + B_0 \frac{e^{(k_2 - k_1)z} - 1}{k_2 - k_1} \right], \quad B(z) = B(0) - \frac{\sigma k_0^2}{2b \omega \varepsilon} \left[A_0 \frac{e^{(k_1 - k_2)z}}{k_1 - k_2} + B_0 z \right]. \quad (34)$$

Данные расчётов

Рассмотрим случай, когда $d = 0.5 \text{ м}$, $C'_0 = 1/9 \cdot 10^{-10} \text{ Ф/м}$, $L'_0 = 10^{-6} \text{ Н/м}$, $Z_0 = 300 \Omega$.

Примем $Z_d = 400 \Omega$, а $E = 1 \text{ В}$.

Входной импеданс в сечении $z = d$ определяется как:

$$Z_{\text{in}} = \frac{V(z=d)}{I(z=d)}, \quad (35)$$

коэффициент отражения от входа:

$$\Gamma_{\text{in}} = \frac{Z_d - Z_{\text{in}}}{Z_d + Z_{\text{in}}}. \quad (36)$$

Коэффициент стоячей волны напряжения (КСВН):
$$V_{\text{SWR}} = \frac{1 + |\Gamma_{\text{in}}|}{1 - |\Gamma_{\text{in}}|}. \quad (37)$$

Относительное распределение импеданса вдоль линии передачи как функция z/λ для нескольких значений проводимости на единицу длины G' представлена на рис. 2. Полученные результаты показывают, что величина изменения импеданса как функции проводимости на единицу длины тем больше, чем больше величина проводимости.

Рис. 3 показывает зависимость КСВН входа (VSWR) в зависимости от отношения d/λ для различных значений величины проводимости G' . Значение входного импеданса и коэффициента отражения, полученные с помощью метода возмущений для нескольких постоянных значений проводимости G' , приведены в табл. 1. Расчёты проведены для случая, когда проводимость на единицу длины G' изменяется экспоненциально.

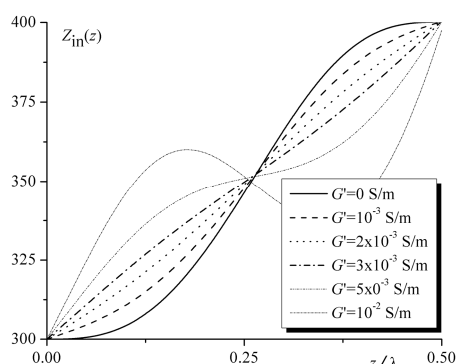


Рисунок 2. Входной импеданс для разных значений проводимости G'

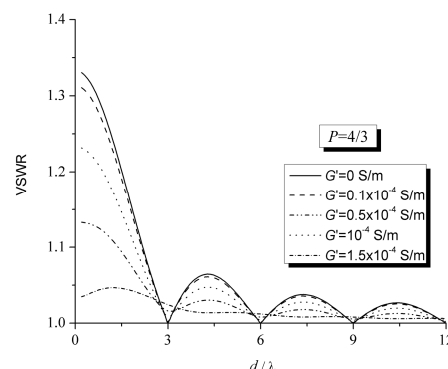


Рисунок 3. КСВН входа в зависимости от значения величины проводимости G'

Таблица 1. Значения входного импеданса и коэффициента отражения от G'

G' [S/m]	Z_{in} [V]	$ \Gamma_{in} $	G' [S/m]	Z_{in} [V]	$ \Gamma_{in} $
10^{-3}	400.269+j6.380	0.007979	3×10^{-3}	399.955+j19.150	0.023932
2×10^{-3}	400.214+j12.767	0.015954	5×10^{-3}	398.828+j31.866	0.039887

Зависимость КСВН входа для нескольких значений коэффициента передачи P , где $P = Z_d/Z_0$, показана на рис. 4, для диэлектрика с проводимостью 10^{-3} S/m.

Как видно из полученных результатов, характеристики трансформатора ухудшаются при увеличении потерь в диэлектрике. Рис. 5 показывает зависимость КСВН от длины волны или частоты, для нескольких значений проводимости диэлектрика. Видно, что характеристики трансформации экспоненциальной линии ухудшаются при увеличении проводимости, что более выражено на низких частотах.

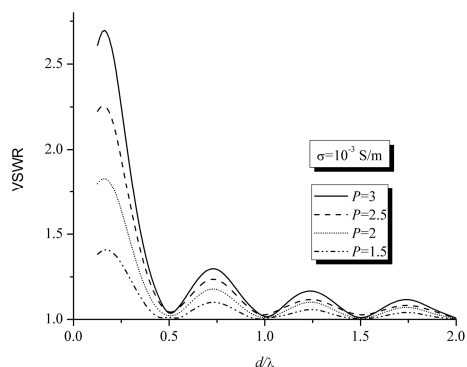


Рисунок 4. КСВН входа в зависимости от значения коэффициента передачи P

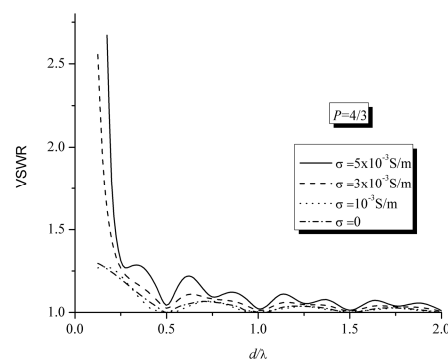


Рисунок 5. КСВН в зависимости от d/λ для нескольких значений проводимости σ

В таблице 2 приведены результаты входного импеданса и КСВН, полученные методом возмущений [1], сравниваются для нескольких значений длин волн для случая неидеального диэлектрика с проводимостью $\sigma = 10^{-3} \text{ S/m}$.

Таблица 2. Входной импеданс и КСВН в зависимости от длины волны

$\lambda[\text{m}]$	$Z_{ul} [\Omega]$	VSWR	$\lambda[\text{m}]$	$Z_{ul} [\Omega]$	VSWR
0.5	399.989+j1.726	1.004325	0.875	401.741-j4.698	1.012576
0.625	398.642-j22.144	1.057123	1.0	399.959+j3.462	1.008693
0.75	401.049-j22.493	1.057822	1.125	398.636-j1.198	1.004557

Заклучение

Из полученных данных можно заключить, что передаточные характеристики линии ухудшаются, если значение проводимости диэлектрика, либо проводимость на единицу длины увеличивается. Использование экспоненциальной линии для согласования или преобразования импедансов, в рассмотренном частном случае, ограничено частотным диапазоном и длиной линии передачи. Расчётные данные подтверждают, что экспоненциальная линия передачи с относительно малыми потерями в диэлектрике является хорошим широкополосным трансформатором импедансов. Данную методику расчёта можно использовать при расчёте линии передачи с неоднородным или магнитоэлектрическим заполнением [7] и в дальнейшем применить для расчёта сложных СВЧ устройств.

Работа выполнена в рамках реализации федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

Список литературы

1. D. M. Velickovic, D. Todorovic. A procedure for solving the nonuniform lines // Procc. of Conf. YUTEL 81, B1/7-1 do B1/7-8, Ljubljana, 1981. (in serbian).

2. G. A. Korn, T. M. Korn. *Mathematical Handbook* // McGraw- Hill Book Company, 1968.
3. M. Bajic M. Z. Cvetkovic. *Analysis of Real Exponential Line* // The 10-th International Conference on Applied Electromagnetics PES 2011, Univerzity of Nis, Faculty of Electronic Engineering, CD-Proceedings P2-11, Niš, 2011.
4. M. Bajic. *A numerical solution for lossy exponential transmission line problem* // Intern. Conference on Applied Electromagnetics PES 2005, Nis, Procc. of extended abstracts, pp. 127-128, 2005.
5. M. Khalaj-Amirhosseini. *Closed-Form Solution for Nonuniform Transmission Lines* // *Progres in Electromagnetics Research B*, vol. 2, pp. 243-258, 2008.
6. M. H. Bataineh. *Perturbation Analysis of Nonuniform Transmission Lines* // *J. of Active and Passive Electronic Devices*, Vol. 1, pp. 29-34, 2005.
7. M. I. Bichurin, R. V. Petrov, V. M. Petrov, F. I. Bukashev, A. Yu. Smirnov. *Electrodynamic analysys of strip line on magnetoelectric substrate* // *Proc. of IV Conf. On Magnetoelectric Internation Phenomena In Crystals (MEIPIC-4), Ferroelectrics*, 2002, V. 280, p.203.
8. R. N. Ghose. *Exponential transmission lines as resonators and transformers* // *IRE Trans. Microwave Theory Techn.*, Vol. MTT – 5, pp. 213–217, 1957.
9. S. He. *Closed-form solution for lossy exponential transmission line problem in frequency and time domains* // *Journal Electromag. Waves Applic.* , Vol. 9, pp. 521-540, 1995.
10. Z. Cvetkovic, B. Petkovic. *Analysis of Exponential Transmission Line as Band Pass Impedance Transformation* // *Elektrotehnika & Elektronika E+E, CEEC, Sofia, Bulgaria*, Vol. 45, No. 1-2/2010, pp. 30-33, 2010.

Рецензенты:

Захаров Анатолий Юльевич, д.ф.-м.н., профессор, заведующий секцией кафедры общей и экспериментальной физики Института электронных и информационных систем, г. Великий Новгород.

Корнышев Николай Петрович, д.т.н., доцент, ведущий научный сотрудник НИИ ПТ «РАСТР», г. Великий Новгород.