

УДК 63.001

## **МЕТОДИКА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ГРУНТОВЫХ ВОД НА ОСНОВЕ АППАРАТА ЦЕПЕЙ МАРКОВА И ОЦЕНКИ УБЫТКОВ В РЕЗУЛЬТАТЕ НЕДОПОЛУЧЕНИЯ УРОЖАЯ ОТ ПОДТОПЛЕНИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ТЕРРИТОРИЙ**

**Задорожный А. И.**

*Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород, Россия (308015, г. Белгород, ул. Победы, 85), e-mail: demagog@inbox.ru*

---

Разработана методика ситуационного прогнозирования динамики уровня грунтовых вод на основе аппарата нестационарных цепей Маркова. Для прогноза использовалась макро модель, которая базируется на взаимодействии подсистем: "Начальное положение уровня грунтовых вод", "Уровень влажности грунта", "Прогнозируемое количество осадков", "Прогнозируемая водоподача". Макро модель дискретных цепей Маркова позволяет следить за состоянием водного режима и давать вероятностный прогноз экологически опасных ситуаций. Для решения задачи прогнозирования потерь чистой прибыли от недополучения урожая в результате подтопления сельскохозяйственных территорий предложено использовать данные прогноза изменения площадей с уровнем грунтовых вод, сгруппированные по зонам риска, а также вычисленные экспертом весовые коэффициенты, учитывающие снижение урожая сельскохозяйственных культур, при выращивании их на территориях, приуроченных к разным зонам риска.

---

Ключевые слова: динамика уровня грунтовых вод, цепи Маркова, прогнозирование.

## **FORECASTING METHOD OF DYNAMICS OF GROUND WATER BASED UNIT OF MARKOV CHAINS AND EVALUATION OF DAMAGES FROM ANTICIPATED HARVEST FROM FLOODING OF AGRICULTURAL AREAS**

**Zadorogniy A. I.**

*Belgorod State National Research University, Belgorod, Russia (Pobeda 85, Belgorod, 308015), e-mail: demagog@inbox.ru*

---

The method for predicting the situational dynamics of the water table on the basis of the unit nestotsionarnykh Markov chains. Used for the prediction of the macro model, which is based on the interaction between subsystems: "The initial position of the water table", "The moisture level of the soil", "forecasted rainfall", "projected water supply". Macro model of discrete Markov chains can monitor the water regime and provide a probabilistic forecast of environmentally hazardous situations. To solve the problem of forecasting the loss of net profit from the harvest shortfall resulting flooding is proposed to use the territory of selskokozyaystvennykh danye predict change areas with water table, grouped by risk zones, as well as calculated by the expert weights take into account the reduction in yield of agricultural kultrtur, when grown in confined areas to different risk zones.

---

Key words: dynamics of the water table on the basis, Markov chains, predicting.

### **Введение**

Долгосрочное подтопление сельскохозяйственных территорий юга Украины, вызванное как природными (атмосферные осадки), так и антропогенными факторами (строительство каскада днепровских водохранилищ, систем каналов), приводит к значительным материальным и социальным убыткам. Поэтому задача прогнозирования изменения площадей с уровнем грунтовых вод требует разработки соответствующей методики, в основе которой будут лежать многолетние наблюдения за гидрогеологическим режимом почв в системе эколого-мелиоративного мониторинга.

## Методология и методы исследований

Для реализации задачи ситуационного прогнозирования процессов подтопления сельскохозяйственных угодий нами предлагается создание прогнозной системной макромоделли [3], которая базируется на построении дискретной цепи Маркова, как инструментария прогнозирования на основе анализа взаимодействия нескольких подсистем. На нижнем уровне иерархии рассматриваются модели подсистем: “Начальное положение уровня грунтовых вод”, “Уровень влажности грунта”, “Прогнозируемое количество осадков”, “Прогнозируемая водоподача” [4].

Подсистема “Начальное положение уровня грунтовых вод” классифицирует положение уровней грунтовых вод в данный момент времени множеством альтернатив:  $S=(S_1, S_2, S_3, S_4)=(\text{“хороший”}, \text{“удовлетворительный”}, \text{“опасный”}, \text{“очень опасный”})$ , каждая из которых описывает состояние реальной системы на определенной территории по данным наблюдений гидрогеолого-мелиоративной экспедиции за уровнем грунтовых вод.

Подсистема “Уровень влажности грунта” классифицирует состояние влажности грунта множеством альтернатив:  $M=(M_1, M_2, M_3)=(\text{“низкий”}, \text{“средний”}, \text{“высокий”})$ , которая характеризует уровень влажности пласта грунта к уровню грунтовых вод из условия возможностей поглощения влаги, которая может поступать с осадками или поливами.

Подсистема “Прогнозируемое количество осадков” разрабатывается для классификации прогнозируемых метеорологических условий. Множество альтернатив прогнозируемых осадков может быть изображено вектором  $K=(K_1, K_2, K_3)=(\text{“незначительные”}, \text{“опасные”}, \text{“очень опасные”})$ .

Подсистема “Прогнозируема водоподача” является фактором управления в задаче мониторинга и состоит из альтернатив:  $R=(R_1, R_2, R_3)=(\text{“незначительная”}, \text{“средняя”}, \text{“повышенная”})$ , что отображают как экономические возможности поливов, так и экологические ограничения при принятии решений.

Алгоритм принятия решений в системе, т.е. алгоритм координации работы подсистем, характеризуется дискретной цепью Маркова, которая описывает вероятности переходов состояний уровней грунтовых вод  $S_i, i \in [1;4]$ .

Тогда, если величины  $P_j(t)$  характеризуют вероятность нахождения системы в момент времени  $t$  в состоянии  $S_j$ , то вероятности  $P_j(t+1)$  нахождения системы в состоянии  $S_j$  в момент времени  $t+1$  определяются матричным уравнением (рис. 1):

$$(P_1(t+1), \dots, P_4(t+1)) = (P_1(t), \dots, P_4(t)) \begin{pmatrix} P_{11}(t) & \dots & P_{14}(t) \\ \dots & \dots & \dots \\ P_{41}(t) & \dots & P_{44}(t) \end{pmatrix} \quad (1)$$

где  $P_{ij}(t)$  рассматривается как вероятность перехода из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$ .

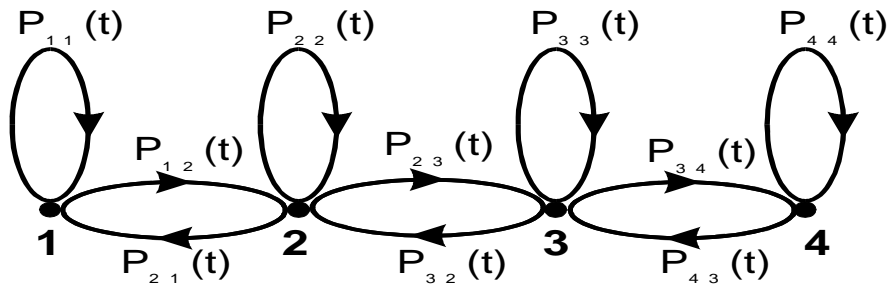


Рисунок 1. График вероятностей перехода  $P_{ij}(t)$  цепи Маркова

Неопределенность в системе обусловлена неопределенностью начальных состояний  $S_j$ , которое связано с недостаточной репрезентативностью наблюдательных буровых скважин.

Вторым источником неопределенности и риска при прогнозировании уровней грунтовых вод выступает неопределенность вероятностей перехода  $P_{ij}(t)$ , которые идентифицируются на основе совместного рассмотрения и анализа подсистем. Вероятности переходов определяются также на основе имитационного моделирования влагопереноса в грунтах относительно условий рассматриваемой зоны. Вероятностный прогноз с помощью уравнения (1) зависит от состояния системы в момент  $t$  и от метеорологических факторов (осадков, испарение) и регулирующего фактора – водоподача на орошении.

Макромодель дискретных цепей Маркова позволяет следить за состоянием водного режима и давать вероятностный прогноз экологически опасных ситуаций.

Пусть некоторая система (объект) может находиться в каждый момент времени  $t=0,1,\dots$  в одном из состояний, которые образуют конечное множество  $x=\{1, \dots, N\}$  с вероятностью  $P_i$ ,  $i=1, \dots, n$ . Говорят, что поведение системы описывается однородной цепью Маркова с переходными вероятностями  $P_{ij}$ , если через единицу времени после того, как система находилась в состоянии  $i \in x$ , с вероятностью  $P_{ij}$  она переходит в состояние  $j \in x$  независимо от того, когда и которым путем она попала в состояние  $i$ . Если  $P_{ij}$  зависит от момента времени  $t$ , в который осуществляется переход, то говорят о неоднородной цепи Маркова. Матрицу  $P=(P_{ij})$  или  $P(t)=(P_{ij}(t))$  называют матрицей переходов или переходных вероятностей. Для однородных цепей Маркова, кроме вероятности начальных состояний, важную роль играют финальные вероятности состояний  $P_i^*$ , вероятности пребывания в определенном состоянии при  $t \rightarrow \infty$  [2].

Для решения задачи прогнозирования на основе цепей Маркова, пусть этапы системы отвечают некоторым физическим состояниям, связанным с экологической ситуацией, в

частности с пребыванием системы в разных зонах риска. Тогда, например, четырем зонам риска („без рискованная зона”, „зона допустимого риска”, „зона критического риска”, „зона чрезвычайного риска”) отвечает цепь Маркова, которая состоит из четырех состояний  $X=\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ . Пребывание системы в каждом из состояний определяется определенной вероятностью, которая может быть рассчитана непосредственным измерением параметров, построением соответствующих шкал классификации состояний системы. При этом в каждый момент времени  $t$  находится вектор начальных состояний и матрица вероятностей перехода:  $P_{ij}(t) \quad i, j = 1, \dots, 4$ .

Задача системного прогнозирования заключается в построении системы прогнозирования  $S=S(x, \Sigma, V, F)$  на основе цепей Маркова, где  $x$  – состояния Марковской системы;  $\Sigma$  – структура системы и ее связи (вероятности перехода, связи с внешней средой  $\Sigma=\Sigma(V)$ );  $V$  – внешняя среда, которая влияет на алгоритм функционирования системы;  $F$  – функции, которые отображают алгоритм переходов системы (1) и функции выходов – вероятностные оценки пребывания системы в определенном состоянии и оценки соответствующих функций прибавок и потерь [5].

Рассмотрим определение вероятности начальных состояний Марковской системы на основе относительных оценок рисков. Пусть установленные статистические вероятности  $P_i$  состояния  $x_4$  („зона чрезвычайного риска”) в течение серии лет наблюдений. От абсолютных оценок рисков перейдем к относительным оценкам на основе отношения  $P_i/P_{max}$ , где  $P_{max}$  – максимальная вероятность зоны чрезвычайного риска для некоторого года наблюдений.

Относительные оценки позволяют построить ситуацию, которая отвечает одной из зон риска и разрешает лицу, которое принимает решение (ЛПР), разработать стратегию экономико-экологической деятельности по уровню возможных потерь. Создавая соответствующие шкалы риска (интервалы) для показателя  $P_i/P_{max}$ , необходимо предусматривать не только начальные состояния цепи Маркова, что однозначно определяется попаданием отношения в определенный интервал, но и некоторые промежуточные начальные состояния, которые определяются определенными „промежуточными” интервалами, которые неоднозначно определяют вероятности пребывания системы.

Для классификации начальных состояний  $x_i$  Марковской системы  $S$  используем шкалу относительных рисков  $P_i/P_{max}$ , на основе которой начальные состояния определяются соотношениями [3]:

$$f\left(\frac{P_i}{P_{\max}}\right) = \begin{cases} 4, & \text{если } \frac{P_i}{P_{\max}} \geq l_4^{\min}; \\ (3, 4), & \text{если } l_3^{\max} < \frac{P_i}{P_{\max}} < l_4^{\min}; \\ 3, & \text{если } l_3^{\min} < \frac{P_i}{P_{\max}} \leq l_3^{\max}; \\ (2, 3), & \text{если } l_2^{\max} < \frac{P_i}{P_{\max}} < l_3^{\min}; \\ 2, & \text{если } l_2^{\min} < \frac{P_i}{P_{\max}} \leq l_2^{\max}; \\ (1, 2), & \text{если } l_1^{\max} < \frac{P_i}{P_{\max}} < l_2^{\min}; \\ 1, & \text{если } \frac{P_i}{P_{\max}} \leq l_1^{\max}. \end{cases} \quad (2)$$

Если отношение  $P_i/P_{\max}$  попадает в интервал, который однозначно определяет состояние системы  $S_i$ , то начальная вероятность данного состояния  $P_i(t)=1$ . Началу вероятности нахождения системы  $S_i$  в одном из промежуточных состояний  $(k, j)$  определяются “близостью” к каждому из промежуточных состояний по формулам [4]:

в  $k$ -м состоянии:

$$P_k(t) = \frac{\frac{P_i}{P_{\max}} - l_k^{\max}}{l_j^{\min} - l_k^{\max}}; \quad (3)$$

в  $j$ -м состоянии:

$$P_j(t) = \frac{l_j^{\min} - \frac{P_i}{P_{\max}}}{l_j^{\min} - l_k^{\max}}. \quad (4)$$

Рассмотрим идентификацию структуры системы и вероятностей перехода. Вероятности перехода  $P_{ij}(t)$  в каждый момент времени  $t$  в сложных системах могут существенно зависеть от внешней среды  $V=V(I, \theta)$ . Т.е. от управленческих действий ЛПР, что характеризуются величиной  $I$ , и от стохастических влияний природы  $\theta$  в данный момент времени, т.е. структура системы  $\Sigma$  является функцией внешней среды  $\Sigma=\Sigma(V)$ . При этом осуществляется классификация внешних влияний (построение ситуаций  $\varphi$ ) по распределению  $V(I, \theta)$  на подмножества [5]:

$$\varphi(Y) = \begin{cases} \text{I} & , & \text{если } V \leq V_1(I, \theta); \\ \text{II} & , & \text{если } V \leq V_2(I, \theta); \\ \text{III} & , & \text{если } V \leq V_3(I, \theta); \\ \text{IV} & , & \text{если } V \leq V_4(I, \theta); \end{cases} \quad (5)$$

причем:

$$\bigcup_{K=1}^4 V_i(I, \theta) = V(I, \theta) \quad (6)$$

В соответствии с ситуацией  $\varphi$ , которая определяется внешним влиянием  $V(I, \theta)$ , для прогнозирования экологического процесса используются соответствующие прогностические системы  $\Sigma_k$  – цепи Маркова, которые описываются соответствующими ситуациями  $\varphi$  вероятностями перехода  $P_{ij}^k(t)$ ,  $i, j \in [1, 4]$ :

$$\Sigma = \Sigma_k, \text{ если } V(I, \theta) \leq V_k(I, \theta), \quad K=1, \dots, K_i \quad (7)$$

Идентификация вероятностей перехода  $P_{ij}^k(t)$  в модели прогнозирования для конкретного объекта осуществляется относительно заданной ситуации  $\varphi$  на основе статистических оценок данных в прошлом или экспертных оценок, полученных на основе многолетних наблюдений данного объекта или объектов-аналогов.

Для идентификации цепи Маркова  $\Sigma_k$  относительно ситуации  $\varphi$  используют ряд гистограмм площадей распределения за годы наблюдений [1] и соответствующие им диаграммы осадков и поливов. Для этого определяются на множестве гистограмм для каждого года состояния системы по формулам (2–4). Для каждого года наблюдений и определенных соответствующих состояний системы, на основе прогнозируемых суммы осадков и поливов (как прогнозные принимаются сумма осадков и поливов следующего года наблюдений), определяются ситуации  $\varphi$  (т.е. четыре ситуации типа 5). Таким образом, множество наблюдений распадается на четыре подмножества, каждое из которых используется для идентификации соответствующей цепи Маркова  $\Sigma_k$  относительно ситуации  $\varphi$ . При наличии значительного ряда наблюдений в соответствующем подмножестве определяются частоты переходов из определенного состояния в другое, как вероятности перехода  $P_{ij}^k(t)$ . В тех случаях, когда недостаточно статистических данных, используются, на основе понятных принципиальных зависимостей, экспертные оценки вероятностей перехода системы из каждого данного состояния в другие состояния [5].

Для решения задачи прогнозирования потерь чистой прибыли от недополучения урожая в результате подтопления сельскохозяйственных территорий используются данные прогноза изменения площадей с уровнем грунтовых вод, сгруппированные по зонам риска ( $X=\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ ), выполненные при помощи аппарата цепей Маркова, а также вычисленные экспертом весовые коэффициенты ( $R=\{r_1, r_2, r_3, r_4\}$ ), учитывающие снижение урожая сельскохозяйственных культур, при выращивании их на территориях приуроченных к разным зонам риска (полученные на основании анализа многолетних статистических данных для данной территории). Для перехода от относительных оценок недополученного урожая сельскохозяйственных культур к абсолютным (денежные единицы) предложено

использовать данные о средневзвешенной чистой прибыли от сельскохозяйственного производства для данного района на текущий момент времени  $P$ .

Таким образом, прогноз потерь чистой прибыли от недополучения урожая в результате подтопления сельскохозяйственных территорий определяется по формуле:

$$Y(t+1) = P(t) \sum_4^{i=1} (r_i x_i(t+1)) \quad (8)$$

где  $Y(t+1)$  – прогноз потерь чистой прибыли от недополучения урожая в результате подтопления сельскохозяйственных территорий;

$P(t)$  – средневзвешенная чистая прибыль от сельскохозяйственного производства для данного района на текущий момент времени;

$x_i(t+1)$  – прогноз изменения площадей с уровнем грунтовых вод, сгруппированных по зонам риска;

$r_i$  – весовые коэффициенты, учитывающие снижение урожая сельскохозяйственных культур для каждой зоны риска.

### **Выводы**

Методические положения, изложенные ранее, позволяют на своей основе разработать систему анализа и прогноза динамики площадей с уровнем грунтовых вод с последующим картографированием полученного материала, а также количественно определить величину убытков от недополучения урожая вследствие подтопления территории.

### **Список литературы**

1. Задорожний А. І. Аналіз динаміки підтоплення сільськогосподарських угідь в умовах Херсонської області на основі системного статистичного моделювання // Таврійський науковий вісник. – Херсон, 2003. – Вип. 27. – С. 219-223.
2. Ивахненко А. Г. Кибернетические системы с комбинированным управлением. – К.: Техника, 1976. – 511 с.
3. Ковальчук П. І., Задорожний А. І., Ковальчук В. П. Марківська математична модель прогнозування та недопущення підтоплення земель на півдні України // Матеріали міжнар. науково-практичної конференції "Ризикологія в економіці та підприємстві". – Березень, 2001. – С.178-179.
4. Ковальчук П. І., Задорожний А. І., Шевчук С. А. Система аналізу та прогнозування екологічного стану земель при зрошенні // Таврійський науковий вісник. – Херсон, 2004. – Вип. 31. – С.197-203.

5. Ковальчук П. І. Моделювання і прогнозування стану навколишнього середовища. Навчальний посібник. – К.: Либідь, 2003. – 207 с.

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 2-05-90911-мол\_снг\_нр.*

**Рецензенты:**

Лисецкий Ф. Н., д.г.н., профессор кафедры природопользования и земельного кадастра геолого-географического факультета ФГАУ ВПО Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород.

Корнилов А. Г., д.г.н., профессор, заведующий кафедрой географии и геоэкологии ФГАУ ВПО Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород.