

## К ВОПРОСУ ОБ ОСЦИЛЛЯЦИЯХ НЕЙТРИНО

Гнедов Ю.А., Казак В.Ф., Юрьева С.А.

*Камышинский технологический институт (филиал) Государственного образовательного учреждения «Волгоградский государственный технический университет», Камышин, Россия (403874, г. Камышин, ул. Ленина, 6А), [kti@mail.ru](mailto:kti@mail.ru)*

В представленной статье рассмотрен процесс аннигиляции пары электронных нейтрино (антинейтрино) в пару мюонных нейтрино (антинейтрино). Вычислено сечение реакции и вероятность процесса. Учтены массы и поляризации частиц. Результаты представлены в общем виде в 4-мерной форме. Для оценки поляризационных корреляций сформулированы правила перехода к 3-мерной форме. В качестве примера вычислены квадраты модуля матричного элемента при учете: 1) поляризаций начальных частиц; 2) поляризаций конечных частиц; 3) одной начальной и одной конечной частицы. Приведены правила интегрирования для получения полного и дифференциального сечения. Отмечены некоторые особенности данных реакций в сравнении с процессами превращения солнечных нейтрино в мюонные за счет осцилляций.

Ключевые слова: осцилляции, нейтрино, аннигиляция, темная материя, поляризация, масса нейтрино.

## TO THE QUESTION ABOUT OSTSILLYATSIYAKH OF NEUTRINOS

Gnedov Y.A., Kazak V.F., Yuryev S.A.

*Reader of Kamyshin Technology Institut of Technology (branch) of Volgograd State Technical University, Kamyshin, Russia (403874, Kamyshin, Lenina Street, 6A) [phis@kti.ru](mailto:phis@kti.ru)*

The article under consideration examines the process of annihilation of a pair of electronic neutrinos (anti-neutrino) into a pair of muonic neutrinos (anti-neutrino). The reaction cross-section and the probability of process have been calculated/ particle mass and polarization have been taken into account. The results are presented in general terms. In a 4-D form/ for polarization correlation evaluation the rules of transition to a 3-D form have been formulated. As an example the squared absolute value of matrix element has been calculated taking into consideration 1) polarization of initial particles; 2) polarization of final particles; 3) one initial and one final particle. The integration rules of derive total and differential cross-sections are given as an example. Some peculiarities of these reactions in comparison with the process of transformation of solar neutrino into muonic one due to oscillation have been pointed out stressed.

Keywords: oscillation, neutrino, annihilation, dark matter, polarization, weight neutrino.

В настоящей статье в развитие работ [1; 2] обсуждается реакция

$$\nu_e(q_1) + \tilde{\nu}_e(q_2) \rightarrow \nu_\mu(q_3) + \tilde{\nu}_\mu(q_4),$$

которая привлекает особое внимание, если темная материя содержит нейтринную компоненту. Аннигиляция пары электронных нейтрино в пару мюонных может наблюдаться параллельно с нейтринными осцилляциями солнечных нейтрино, которые впервые обсуждались в работе [3]. Наблюдение таких осцилляций [4] означало, что массы нейтрино отличны от нуля. В этом можно убедиться, исследуя модель, предложенную для К-мезонов [5], или следуя работе [6]. Считая в случае 2-х ароматов ( $\nu_e$  и  $\nu_\mu$ ), что

$$\begin{aligned}\nu_e &= \nu_1 \cos Q_{12} - \nu_2 \sin Q_{12} \\ \nu_\mu &= \nu_1 \sin Q_{12} + \nu_2 \cos Q_{12}\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}v_1 &= v_e \cos Q + v_\mu \sin Q \\v_2 &= -v_e \sin Q + v_\mu \cos Q\end{aligned}$$

где  $v_1, v_2$  соответствуют состояниям с массами  $m_1$  и  $m_2$ , а  $Q$  – угол смешения.

Получаем, что если в момент  $t=0$  рождено  $v_e (v_\mu)$

$$\begin{aligned}v_1(0) &= v_e(0) \cos Q \\v_2(0) &= -v_e(0) \sin Q\end{aligned}$$

то в произвольный момент  $t$

$$v_{1,2}(z, t) = e^{-i(\omega z - p z)} \cdot v_{1,2}(0)$$

где  $P_{1,2} = \sqrt{\omega^2 - m_{1,2}^2}$ ,  $\omega$  – энергия.

Вероятность обнаружить в потоке  $v_e$  примесь  $v_\mu$  на расстоянии  $Z$ :

$$W(v_\mu, z, t) = (v_\mu(z, t))^2 = \sin^2 2Q \sin\left(\frac{m_2^2 - m_1^2}{4\omega} \cdot z\right)$$

То есть вероятность появления нейтрино с другими ароматами является осциллирующей функцией пройденного расстояния, а наблюдение осцилляций означает, что  $m_1$  и  $m_2$  не равны.

В рамках стандартной модели [7] нейтрино должны быть безмассовыми. Экспериментальные ограничения на массы нейтрино довольно жесткие [6]:

$$\begin{aligned}\sum m_{\nu_i} &\leq 0,35 \text{ эВ} \\ \Delta m^2 &\geq 0,1 \text{ эВ}^2,\end{aligned}$$

однако ситуация с нейтрино вызывает много вопросов. Например, остаются необъясненными результаты по измерению скорости  $v_\mu$ , оказавшейся больше скорости света [8], проблемы с углом смешивания, сезонные вариации потока нейтрино.

Возможное присутствие нейтринной компоненты в темной материи вызывает естественный интерес к процессу нейтринной аннигиляции, так как порог реакции для обсуждаемой реакции не высок, если масса нейтрино невелика и в системе центра инерции.

$$\omega_{\min} = m v_\mu$$

Для расчета сечения реакции воспользуемся результатами работы [1] для локального взаимодействия или результатами [2] при учете конкретной динамики процесса (через  $z$ -бозон). В локальном пределе (при малых энергиях этого достаточно) в 4-мерном виде получаем общее выражение для квадрата модуля матричного элемента  $|M|^2$  при учете масс и поляризаций всех частиц:

$$|M|^2 = 8G^2 [(q_2 q_4)(q_3 q_1) + m_{\nu_e}(q_4 q_2)(q_3 S_1) - m_{\nu_e}(q_4 S_2)(q_3 q_1) - m_{\nu_\mu}(q_4 q_2)(S_3 q_1) +$$

$$\begin{aligned}
& + m_{\nu\mu}(S_4 q_4)(q_3 q_1) - m_{\nu e}^2(q_4 S_2)(q_3 S_1) - m_{\nu e} m_{\nu\mu}(q_4 q_2)(S_3 S_1) + m_{\nu\mu} m_{\nu e}(q_4 S_2)(S_3 q_1) + \\
& + m_{\nu e} m_{\nu\mu}(S_4 q_2)(q_3 S_1) - m_{\nu\mu} m_{\nu e}(S_4 S_2)(q_3 q_1) - m_{\nu\mu}^2(S_4 q_2)(S_3 q_1) + m_{\nu e}^2 m_{\nu\mu}(q_4 S_2)(S_3 S_1) - \\
& - m_{\nu e}^2 m_{\nu\mu}(S_4 S_2)(q_3 S_1) - m_{\nu e} m_{\nu\mu}^2(S_4 q_2)(S_3 S_1) + m_{\nu\mu}^2 m_{\nu e}(S_4 S_2)(S_3 q_1) + m_{\nu e}^2 m_{\nu\mu}^2(S_4 S_2)(S_3 S_1)
\end{aligned}$$

где  $q_i$  – 4-х импульсы частицы;  $m_i$  – массы нейтрино;  $S_i$  – 4-х спины соответствующих частиц.

Учитывая конкретную динамику процесса (через  $z$ -озон):

$$v_e(q_1) + \tilde{v}_e(q_2) \rightarrow z \rightarrow \nu_\mu(q_3) + \tilde{\nu}_\mu(q_4),$$

получаем результат как частный случай работы [3], однако при малых энергиях все сводится к замене  $G^2$  на  $\frac{G_1^2}{(m_z^2 - q_z)^2}$ , где  $m_z$  – масса  $z$ -бозона, а  $q_z$  – 4-х импульс  $z$ -бозона.

Для оценки поляризационных корреляций необходимо перейти к 3-мерной форме. Однако общий случай слишком громоздок, поэтому приведем результат для 3 частных случаев.

При учете поляризаций начальных частиц в СЦИ

$$\begin{aligned}
|M|^2 \approx & (w^2 - (\vec{q}\vec{p})) [w^2 - (\vec{q}\vec{p}) + \frac{(m_{\nu e} w + w^2 - (\vec{q}\vec{p}))}{(m_{\nu e} + w)} ((\vec{q}\vec{p}) + (\vec{q}\vec{\eta}_2)) - m_{\nu e} ((\vec{p}\vec{\eta}_1) + (\vec{p}\vec{\eta}_2))] + \\
& m_{\nu e}^2 ((\vec{p}\vec{\eta}_2) + \frac{((\vec{q}\vec{p}) - m_{\nu e} w - w^2)}{m_{\nu e} (m_{\nu e} + w)} (\vec{q}\vec{\eta}_2)) ((\vec{p}\vec{\eta}_1) + \frac{((\vec{q}\vec{p}) - m_{\nu e} w - w^2)}{m_{\nu e} (m_{\nu e} + w)} (\vec{q}\vec{\eta}_1)),
\end{aligned}$$

где  $\vec{q}$  – 3-х импульс  $\nu_e$ ;  $\vec{p}$  – 3-х импульс  $\nu_\mu$ ;  $w$  – энергия нейтрино;  $\vec{\eta}_1$  и  $\vec{\eta}_2$  – 3-мерные векторы поляризации  $\nu_e$  и  $\tilde{\nu}_e$ .

Аналогично при учете поляризаций конечных нейтрино.

$$\begin{aligned}
|M|^2 \approx & (w^2 - (\vec{q}\vec{p})) [w^2 - (\vec{q}\vec{p}) + [m_{\nu\mu} ((\vec{q}\vec{p}) + (\vec{q}\vec{\eta}_4)) + \frac{((\vec{q}\vec{p}) - m_{\nu\mu} w - w^2)}{(m_{\nu\mu} + w)} ((\vec{p}\vec{\eta}_3) + (\vec{p}\vec{\eta}_4))] + \\
& + m_{\nu\mu}^2 ((\vec{q}\vec{\eta}_4) + \frac{((\vec{q}\vec{p}) - m_{\nu\mu} w - w^2)}{m_{\nu\mu} (m_{\nu\mu} + w)} (\vec{p}\vec{\eta}_4))] [(\vec{q}\vec{\eta}_3) + \frac{((\vec{q}\vec{p}) - m_{\nu\mu} w - w^2)}{m_{\nu\mu} (m_{\nu\mu} + w)} (\vec{p}\vec{\eta}_3)],
\end{aligned}$$

где оставлены прежние обозначения, а  $\vec{\eta}_3$  и  $\vec{\eta}_4$  – 3-х импульсы  $\nu_\mu$  и  $\tilde{\nu}_\mu$ .

Учитывая поляризации  $\nu_e$  и  $\nu_\mu$ , имеем

$$\begin{aligned}
|M|^2 \approx & (w^2 - (\vec{q}\vec{p})) [w^2 - (\vec{q}\vec{p}) - m_{\nu e} (\vec{p}\vec{\eta}_1) + m_{\nu\mu} (\vec{q}\vec{\eta}_3) + \frac{(m_{\nu e} w) + w^2 - (\vec{q}\vec{p})}{(m_{\nu e} + w)} (\vec{q}\vec{\eta}_1) - \\
& \frac{(m_{\nu\mu} w + w^2 - (\vec{q}\vec{p}))}{(m_{\nu\mu} + w)} (\vec{p}\vec{\eta}_3)] + m_{\nu e} m_{\nu\mu} [(\vec{\eta}_1 \vec{\eta}_3) + \frac{(\vec{p}\vec{\eta}_3)(\vec{p}\vec{\eta}_1)}{m_{\nu\mu} (m_{\nu\mu} + w)} + \frac{(\vec{q}\vec{\eta}_1)(\vec{q}\vec{\eta}_3)}{m_{\nu e} (m_{\nu e} + w)} - \\
& - \frac{(m_{\nu e} m_{\nu\mu} + m_{\nu e} w + m_{\nu\mu} w + w^2 - (\vec{q}\vec{p}))}{m_{\nu e} m_{\nu\mu} (m_{\nu e} + w)(m_{\nu\mu} + w)} (\vec{q}\vec{\eta}_1)(\vec{p}\vec{\eta}_3)],
\end{aligned}$$

где все обозначения прежние.

Для вычисления сечения используем методику [5]:

$$\sigma = \frac{w_{fi}}{j} = \int \frac{|M|^2 d\vec{q}_3 d\vec{q}_4}{64\pi^2 w^2 \sqrt{(q_1 q_2)^2 - m_{\nu_e}^4}} \delta(q_1 + q_2 - q_3 - q_4)$$

Где  $j$  – плотность потока;  $w_{fi}$  – вероятность перехода в единицу времени;  $\delta^4(q_1 + q_2 - q_3 - q_4)$  – 4-мерная  $\delta$  – функция Дирака.

Из определения сечения получается, что вероятность реакции пропорциональна числу  $\nu_e$ , падающих на площадь  $1 \text{ м}^2$  за  $1 \text{ с}$  и концентрации  $\tilde{\nu}_e$  в темной материи. В отличие от случая осцилляций, вероятность такой реакции пропорциональна пройденному расстоянию.

При интегрировании по  $\delta$ -функции, следуя методике работы [5] при учете массы  $\nu_\mu$ , получаем:

$$I_0 = \int \frac{d\vec{q}_2 d\vec{q}_4}{w^2} \delta^4(q_1 + q_2 - q_3 - q_4) = \frac{\sqrt{w^2 - m_{\nu_\mu}^2}}{2w} d\Omega,$$

где  $d\Omega$  – элемент телесного угла (в сферической системе координат). В случае  $m_{\nu_\mu} = 0$  естественно результат совпадает с [5], т.е.  $I_0 = 2\pi$ .

При вычислении сечения необходимо использовать интеграл [5]

$$I_{\alpha\beta} = \int \frac{q_{3\alpha} q_{4\beta} d\vec{q}_3 d\vec{q}_4}{w^2} \delta(q_1 + q_2 - q_3 - q_4) = A q^2 \delta_{\alpha\beta} + B q_\alpha q_\beta$$

$$\text{Где } \delta_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, \text{ если } \alpha = \beta = 4 \\ -1, \text{ если } \alpha = \beta = 1, 2, 3 \\ 0, \text{ если } \alpha \neq \beta \end{cases}$$

$\delta_{\alpha\beta}$  – симметричный тензор второго ранга.

В этой формуле  $q = q_1 + q_2$

При учете масс нейтрино

$$A = \frac{\pi \sqrt{w^2 - m_{\nu_\mu}^2}}{3q^2 w} (q^2 - 4m_{\nu_\mu}^2)$$

$$B = \frac{\pi \sqrt{w^2 - m_{\nu_\mu}^2}}{6wq^2} (q^2 + 8m_{\nu_\mu}^2),$$

что совпадает с результатами [5], если массы нейтрино равны 0.

Для полного сечения получаем в общем 4-мерном виде:

$$\sigma = \frac{G^2 \sqrt{w^2 - m_{\nu_\mu}^2}}{6\pi w q^2 \sqrt{(q_1 q_2)^2 - m_{\nu_e}^4}} [2q^2 (q^2 - 4m_{\nu_\mu}^2) (q_1 q_2) + (q^2 + 8m_{\nu_\mu}^2) (q q_1) (q q_2)]$$

Переход к 3-мерной форме стандартный и, поскольку ввиду трудностей экспериментальной проверки выбор системы отсчета (ЛС – лабораторная система отсчета или СЦИ – система центра инерции) не очевиден, приводить его преждевременно.

При проведении интегрирования возможен и другой вариант [9]:

$$\delta(w_1 + w_2 - w_3 - w_4)d^3q_4 \rightarrow \frac{|\bar{q}_4|w_4d\Omega}{\frac{d}{dw_4}(w_3 + w_4)}$$

Полученные результаты соответствуют случаю, когда нейтрино является нормальными частицами. Если подтвердится информация о том, что скорости нейтрино выше скорости света [8], то возможно, понадобится корректировка полученных формул, так как общепризнанных теорий тахионов, по-видимому, нет.

Выражение для вероятности и поляризационных корреляций является достаточно общим, но в основном они представляют теоретический интерес, так как экспериментальная проверка является сложной.

### Список литературы

1. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. – М. : Наука, 1981. – 256 с.
2. Гнедов Ю.С., Казак В.Ф. // Естественные и технические науки. – 2008. – № 3. – С. 57-59.
3. Гнедов Ю.С., Казак В.Ф. // Естественные и технические науки. – 2009. – № 3. – С. 57-59.
4. Окунь Л.Б. Слабое взаимодействие элементарных частиц. – М. : Физматгиз, 1963. – 586 с.
5. Окунь Л.Б. Лептоны и кварки. – М. : УРСС, 2005. – 368 с.
6. Понтекорво Б.М. ЖЭТФ. – 1975. – 34, 247.
7. Троицкий С.В. // УФН. – 2012. – 182, № 1.
8. Adam T. et. al. (Opera Collab), arxiv: 11094897.
9. Ahmad Q.R.et. al. phys. Rev. Lett. 89, 011301. 2002.

### Рецензенты

Рогозин Валентин Дмитриевич, д.т.н., профессор кафедры «Материаловедение и композиционные материалы» Волгоградского государственного технического университета, г. Волгоград.

Шейн Александр Георгиевич, д.ф.м.н., профессор, заведующий кафедрой «Физика» Волгоградского государственного технического университета, г. Волгоград.

Криштоп Виктор Владимирович, д.ф.м.н., профессор, заведующий кафедрой «Физика», Дальневосточный государственный университет путей сообщения, г. Хабаровск, профессор Kwangmoon University, Korea.