

УДК 678.027.2.001.24

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОКАТКИ ВЯЗКОУПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ В ВАЛКОВОЙ МАШИНЕ С ДАВЛЕНИЕМ ПОДПОРА

Ганин А. В., Капранова А. Б.

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Ярославский государственный технический университет» (ФГБОУ ВПО «ЯГТУ»), Ярославль, Россия, (150023, Россия, г. Ярославль, Московский проспект, 88), [ganin.alexey@gmail.com](mailto:ganin.alexey@gmail.com)*

Разработана математическая модель движения и уплотнения вязкоупругих материалов в валковой машине в режиме подпора. Созданная математическая модель устанавливает связь между средним нормальным напряжением сжатия, удельной контактной силой трения и удельным давлением на материал со стороны валков. Определена зависимость, связывающая порозность вязкоупругого материала с удельным давлением на материал со стороны валков. Проведены экспериментальные исследования процесса уплотнения вязкоупругого материала. Анализ математической модели и экспериментальных данных показывает, что за счет давления подпора, которое обеспечивается питающим шнеком, достигается необходимое давления сжатия материала валками при меньших значениях диаметров валков, чем в обычных условиях работы. Показано, что при увеличении скорости прокатки проявляется влияние газовой фазы. Давление газа в нейтральном сечении может достигать 20 % от максимального давления прокатки.

Ключевые слова: валковый уплотнитель, давление подпора, режим принудительной подачи, вязкоупругие материалы.

## MATHEMATICAL DESCRIPTION OF ROLLING VISCOELASTIC MATERIALS IN ROLLING MACHINES WITH INLET PRESSURE

Ganin A. V., Kapranova A. B.

*Federal state educational budgetary establishment of the higher vocation training "Yaroslavl state technical university" (FSEBE HVT "YSTU") Yaroslavl, Russia (150023, Yaroslavl, Moskovsky Prospect, 88), [ganin.alexey@gmail.com](mailto:ganin.alexey@gmail.com)*

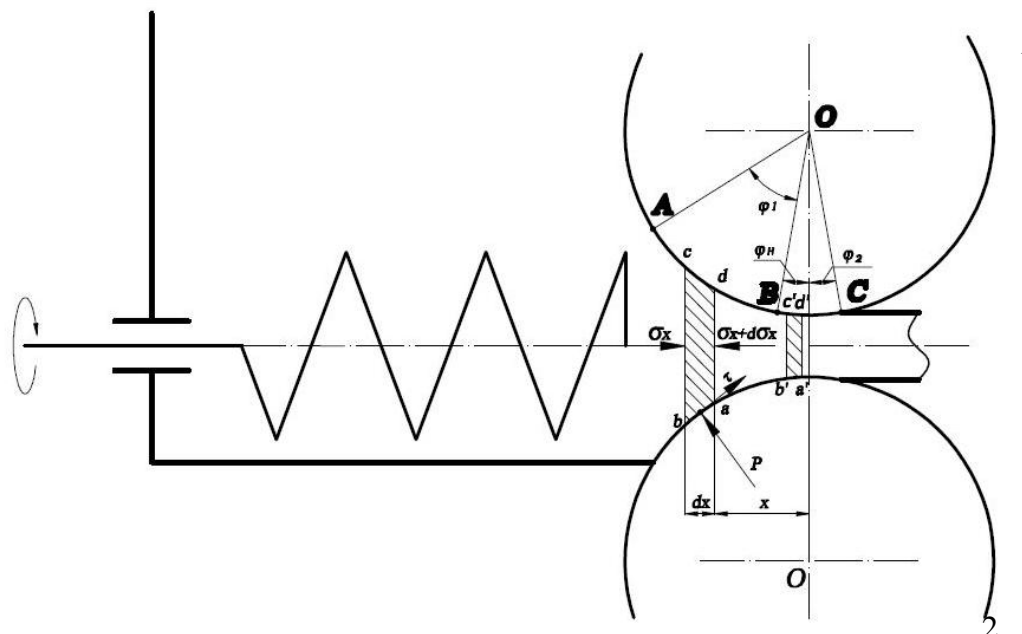
**A mathematical model of the motion of viscoelastic materials and seals in a roller machine in backwater. The mathematical model relates the average normal compressive stress, specific contact friction force and the surface pressure on the material of the rolls. The dependence linking the porosity of a viscoelastic material with surface pressure on the material from the rolls. Experimental studies of the densification process of the viscoelastic material. Analysis of the mathematical model and the experimental data shows that by boost pressure, which provides the feed screw, to achieve the required pressure compression of the material rolls at smaller rotor diameter than in normal operating conditions. It is shown that increasing the speed of rolling an effect of the gas phase. The gas pressure in the neutral section of up to 20% of the maximum pressure rolling.**

Key words: Roller Compactor, boost pressure, the regime of forced feeding, viscoelastic materials.

Получение ленточных материалов путем прокатки в валковых прессах широко используются в химической промышленности в производстве строительных материалов. Описанию процесса прокатки посвящено большое количество научных работ.

Анализ конструктивных особенностей валкового оборудования для прокатки дисперсных материалов показал, что наиболее перспективным представляется использование в валковых машинах принудительного питания, причем рабочие органы питателей должны обеспечивать стабильное давление подпора. Однако процесс прокатки вязкоупругих материалов с давлением подпора остается малоизученным [2].

На рис. 1 представлена принципиальная схема расчета валковой машины с принудительным питанием.



**Рис.1. Принципиальная схема расчета валковой машины с принудительным питанием**

При прокатке в валковом прессе можно указать две зоны различного поведения материала: зона АВ – зона отставания, где материал проскальзывает относительно валков, и зона ВС – зона опережения, где материал движется со скоростью, превышающей окружную скорость валков.

Условие равновесия выделенного элемента материала в зоне отставания АВ может быть записано в виде:

$$d\sigma_x + (P - \sigma_x) \frac{dh}{h} + \tau \frac{dh}{\operatorname{tg}\varphi \cdot h} = 0, \quad (1)$$

где  $\sigma_x$  – среднее нормальное напряжение сжатия, возникающее в прокатываемом материале;  $P$  – удельное давление на материал со стороны валков;  $\tau$  – удельная контактная сила трения;  $\varphi$  – угол, определяющий положение элемента  $abcd$ ,  $h$  – половина толщины полосы в сечении  $x$  очага деформации.

Введем безразмерную координату положения:

$$\xi = x / \sqrt{2Rh_0} \quad (2)$$

и параметр:

$$\delta = \sqrt{2h_0 / R}, \quad (3)$$

где  $R$  – радиус валков;  $2h_0$  – минимальная толщина очага деформации (вдоль прямой  $O_1O_2$ , соединяющей центры валков).

Учитывая, что  $h_0 \ll R$ , можно получить следующие приближенные соотношения:

$$h \approx h_0(1 + \xi^2), \quad (4)$$

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \xi \delta. \quad (5)$$

Формулы (2)-(5) позволяют переписать уравнение (1) в виде:

$$\frac{d\sigma_x}{d\xi} - \frac{2\xi}{1+\xi^2}(P - \sigma_x) + \frac{2\tau}{\delta(1+\xi^2)} = 0. \quad (6)$$

Для решения дифференциального уравнения (6) необходимо установить связь между  $\sigma_x$  и  $P$ , а также между  $\tau$  и  $P$ .

При свободной прокатке дисперсных материалов, т.е. без давления подпора,  $\sigma_x$  играет роль бокового давления по аналогии с процессом прямого прессования, а  $P$  – роль давления подпора на материал. В случае прокатки с давлением подпора на материал элемент  $abcd$  испытывает двухстороннее сжатие: со стороны подающего шнека действует давление –  $\sigma_x$  и со стороны валков давление –  $P$ . Считая эти давления одинаковыми, получим

$$\frac{d\sigma_x}{d\xi} + \frac{2\tau}{\delta(1+\xi^2)} = 0. \quad (7)$$

Сила трения зависит не только от давления, но также и от скорости проскальзывания материала относительно поверхности валка, которая в свою очередь изменятся вдоль дуги контакта. Принимая, что максимальное значение силы трения достигается в сечениях входа и выхода материала из валков, а нулевое значение в нейтральном значении, можно в первом приближении записать:

$$\tau = \tau_0 + \mu_B P \left( \frac{\xi - \xi_H}{\xi_1 - \xi_H} \right)^S, \quad (8)$$

где  $\xi_1$  и  $\xi_H$  – безразмерные координаты сечения входа и нейтрального сечения;  $S$  – коэффициент, характеризующий степень проскальзывания;  $\tau_0$  – связность материала.

Подставляя формулы (7), (8) в уравнение (6), получим дифференциальное уравнение, описывающее процесс в зоне отставания ( $\xi_1 \geq \xi \geq \xi_H$ ):

$$\frac{dP}{d\xi} + A(\xi)P = B(\xi), \quad (9)$$

где

$$A(\xi) = \frac{2\mu_B}{\delta(1+\xi^2)} \left( \frac{\xi - \xi_H}{\xi_1 - \xi_H} \right)^S,$$

$$B(\xi) = \frac{2\tau_0}{\delta(1+\xi^2)}.$$

Граничное условие равенства удельного давления подпора в сечении входа

$$P(\xi_1) = P_{II}, \quad (10)$$

где  $P_{II}$  – давление подпора, которое создается питающим шнеком при входе материала в пространство между валками.

В зоне опережения, которая соответствует участку дуги валка  $BC$ , собственно процесса прокатки не происходит, т.к. плотность и толщина проката остаются практически неизменными после прохождения нейтрального сечения. За счет гидростатического напора, созданного в зоне отставания силами трения и удельного давления, материал выдавливается в зазор между валками.

Уравнение равновесия элемента  $a'b'c'd'$  в зоне опережения записывается в виде

$$d\sigma_x h_0 - \tau R d\varphi = 0. \quad (11)$$

С учетом выражений (4),(5) и из геометрии зоны деформации можно получить следующее приближенное соотношение для зоны опережения:

$$\varphi = \xi \delta, \quad (12)$$

что позволяет переписать выражение (2.56) в виде:

$$d\sigma_x h_0 - \tau R \delta d\xi = 0. \quad (13)$$

При предположении, что предел текучести проката в зоне опережения остается постоянным, получим

$$d\sigma_x = dP. \quad (14)$$

Зависимость силы трения от давления и скорости проскальзывания в зоне опережения определяется формулой:

$$\tau = \mu_B P \left( \frac{\xi_H - \xi}{\xi_H - \xi_2} \right)^S. \quad (15)$$

Подставляя формулы (14), (15) в уравнение (13), получаем дифференциальное уравнение, описывающее рассматриваемый процесс в зоне опережения ( $\xi_2 \leq \xi \leq \xi_H$ ):

$$\frac{dP}{d\xi} = \frac{2}{\delta} \mu_B P \left( \frac{\xi_H - \xi}{\xi_H - \xi_2} \right)^S \quad (16)$$

с граничным условием:

$$P(\xi_H) = P_{\max}. \quad (17)$$

Координата сечения входа  $\xi_1$  определяется конструктивными особенностями узла питания; координата выхода  $\xi_2$  зависит от эластического восстановления прокатываемой ленты, которое составляет (15-20) %.

В соответствии с общей теорией упругости, напряжения сжатия, возникающие в прокатываемом материале, определяются формулой

$$\sigma_x = \alpha_2 [(\lambda + 2\mu)\varepsilon_x + \lambda\varepsilon_y], \quad (18)$$

где относительные деформации  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ , определяются соответственно формулами

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad (19)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \quad (20)$$

Относительная деформация в вертикальном направлении может быть определена из геометрии задачи

$$\varepsilon_y = \frac{h_1 - h}{h_1}, \quad (21)$$

где  $h_1$  – половина толщины полосы при входе в зону прокатки. В свою очередь половина толщины полосы  $h$  является функцией координаты  $x$

$$h = h_0 + R\sqrt{1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2}. \quad (22)$$

В соответствии с формулой (4) выражение (22) приводится к виду

$$h = h_0 + R\sqrt{1 - \frac{2h_0}{R}\xi^2}. \quad (23)$$

Тогда для относительной деформации  $\varepsilon_y$  и получим выражение

$$\varepsilon_y = 1 - \frac{h_0}{h_1} - \frac{R}{h_1}\sqrt{1 - \frac{2h_0}{R}\xi^2}. \quad (24)$$

Подставляя формулы (18), (20), (24) в уравнение (9) и используя условие (19), для относительной деформации  $\varepsilon_x$  получим дифференциальное уравнение

$$\frac{d\varepsilon_x}{d\xi} + C(\xi)\varepsilon_x + D(\xi) = 0, \quad (25)$$

где величины  $C(\xi)$  и  $D(\xi)$  определяются выражениями

$$C(\xi) = \frac{2\mu_B [(\xi - \xi_H) / (\xi_1 - \xi_H)]^s}{\sqrt{2Rh_0}\delta(1 + \xi^2)}, \quad (26)$$

$$D(\xi) = \frac{2\mu_b \lambda [(\xi - \xi_H) / (\xi_1 - \xi_H)]^s}{\delta(1 + \xi^2)} \left(1 - \frac{h_0}{h_1} - \frac{R}{h_1}\sqrt{1 - \frac{2h_0}{R}\xi^2}\right) + \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{h_0}{h_1} \frac{2\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}. \quad (27)$$

Начальное условие для уравнения (25) составим из следующих соображений. На входе в зону прокатки напряжение  $\sigma_x$  равно напряжению подпора  $P_{II}$ . В результате получим

$$x = x_1; \varepsilon_x = \frac{1}{\lambda + 2\mu} P_{II}. \quad (28)$$

Уравнение (25) является дифференциальным уравнением первого порядка с начальным условием (28). Для его решения использовался метод Рунге-Кутты [1].

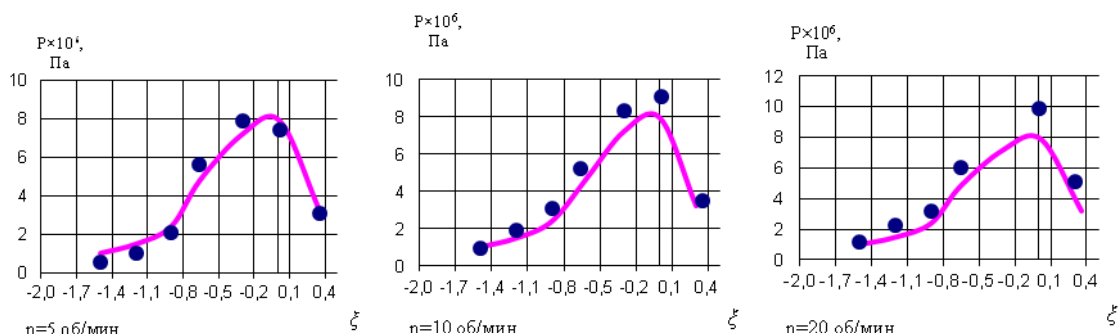
Зная относительные деформации  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  в зоне отставания можно определить порозность материала

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_1}{(1 - \varepsilon_y)(1 - \varepsilon_x)}, \quad (29)$$

где  $\alpha_1$  – порозность материала на входе в зону прокатки.

Для проверки результатов модели были проведены экспериментальные исследования на лабораторной установке, принципиальная схема которой соответствует схеме, представленной на рис.1. В экспериментах использовался вязкоупругий материал, выполненный в соответствии с рецептурой [4]. Упругие характеристики материала и показатели трения определялись по методикам [3, 5]. Использовались валки диаметром 200 мм, 300 мм, 600 мм. Число оборотов валков изменялось в пределах 5 – 20 об/мин. Зазор между валками изменялся в пределах 10 – 30 мм. Деформационные характеристики материала определялись по визуальным измерениям толщины готовой ленты. Для определения давления сжатия в поверхность одного из валков (верхнего) был вмонтирован тензопреобразователь. Сигнал тензопреобразователя поступал на цифровой регистратор с картой памяти. Регистратор с картой памяти и элементом питания имеют компактный корпус, который позволяет закрепить его на поверхности валка. После проведения эксперимента карта памяти извлекалась из регистратора и подключалась к компьютеру для обработки данных эксперимента.

На рис. 2 представлено сопоставление расчетных и экспериментальных данных по прокатке вязкоупругого материала в валковом прессе.



## **Рис. 2. Сопоставление теоретических и экспериментальных данных по давлению прокатки материала для валков диаметром 300 мм**

Представленные данные свидетельствуют о хорошей сходимости теоретических и экспериментальных данных. На малых скоростях прокатки (при линейной скорости до 0,1 м/с) расхождения не превышают 13 %.

Анализ модели показывает, что за счет давления подпора, которое обеспечивается питающим шнеком, достигается необходимое давления сжатия материала валками при меньших значениях диаметров валков, чем в обычных условиях работы.

### **Список литературы**

1. Васильков Ю. В., Василькова Н. Н. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 256 с.
2. Генералов М. Б. Механика твердых дисперсных сред в процессах химической технологии: Учебное пособие для вузов. – Калуга: Изд-во Н. Бочкаревой, 2002.– С. 157-201.
3. Коузов П. А., Скрыбина Л. Я. Методы определения физико-химических свойств промышленных пылей. – Л.: Химия, 1983. – 143 с.
4. Левит М. З., Касаткин Г. П., Пивень Е. Г., Крайнова Н. А., Кувакина Н. С. Фрикционное издание // Патент России №2190788, 10.10.2002.
5. Шанин Н. П. Прессование грубодисперсных асбополимерных композиций: Учебное пособие. – Ярославль: ЯПИ, 1975. – 100 с.

### **Рецензенты:**

Приоров Андрей Леонидович, доктор технических наук, доцент кафедры динамики электронных систем ФГБОУ ВПО «ЯрГУ», г. Ярославль.

Мурашов Анатолий Александрович, доктор технических наук, профессор кафедры общих математических и естественнонаучных дисциплин, Ярославский филиал Аккредитованного образовательного частного учреждения высшего профессионального образования «Московский финансово-юридический университет МФЮА», г. Ярославль.