

## **СПОСОБ ИССЛЕДОВАНИЯ ОШИБКИ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ЛИНЕЙНОЙ ТРАЕКТОРИИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ РАБОЧЕГО ИНСТРУМЕНТА ПРОСТРАНСТВЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА**

**Дягилев А.А., Зеленский А.А., Ульянов М.В., Харлашин А.В., Толстунув О.Г.**

*ФГБОУ ВПО Южно-Российский государственный университет экономики и сервиса, Шахты, Россия (346500, г. Шахты, ул. Шевченко, 147) , mail@sssu.ru*

В работе предлагается способ исследования ошибки интерполяции линейной траектории перемещения рабочего инструмента пространственного манипулятора. Предлагаемый способ предполагает формирование семейства отрезков прямых равной длины в пространстве рабочей зоны неортогонального механизма путем поворота исходного отрезка прямой на некоторые углы. После формирования семейства отрезков прямых исследуется ошибка интерполяции на каждом отрезке как функция от углов поворота прямых. Данный подход к исследованию ошибки интерполяции позволяет определить локальные зоны с ярко выраженными перепадами значений ошибки. Предложенный в работе способ исследования ошибки интерполяции линейной траектории перемещения рабочего инструмента применим также для неортогональных механизмов, осуществляющих перемещение рабочего инструмента на плоскости, типичными представителями которых являются: двухзвенный механизм, поворотный стол с поворотной платформой и другие.

Ключевые слова: ошибка интерполяции, траектория движения, пространственный манипулятор, угол поворота

## **METHOD FOR RESEARCH OF INTERPOLATION ERROR LINEAR TRAJECTORY OF THE WORKING TOOL OF SPATIAL MANIPULATOR**

**Diaghilev A.A., Zelensky A.A., Ulyanov M.V., Kharlashin A.V., Tolstunov O.G.**

*South Russia State University of Economics and Service, Shakhty, Russia (346500, Shakhty, Shevchenko street, 147) , mail@sssu.ru*

This paper proposes a method for research of interpolation error linear trajectory of the working tool of spatial manipulator. The method consists in the formation of the set of line segments in the space of the work area nonorthogonal mechanism by means of turning of reference line segments on specified angles. After the formation of the set of line segments should be investigated the interpolation error on each segment as a function of the rotation angles of direct. This approach to research interpolation error to allows us to define local zones with strong differences of error values. Method proposed in this paper can be used for nonorthogonal mechanisms that move the working tool on the plane: two-link mechanism, turntable with rotating platform et.

Keywords: interpolation error, trajectory of motion, spatial manipulator, rotation angle.

### **Введение**

В настоящее время наметилась тенденция разработки и исследования так называемых неортогональных механизмов, типичными представителями которых являются: двухзвенный механизм [1], поворотный стол с поворотной платформой [3], пространственный манипулятор с гибкими нитями [2], «NIST Robocrane» [4], манипуляторы с параллельной кинематической структурой [5] и многие другие. Как показали исследования, ошибка интерполяции линейной траектории движения рабочего инструмента для таких механизмов в значительной степени зависит от расположения интерполируемого отрезка прямой в пределах зоны обслуживания. Таким образом, разработка методики оценки ошибки интерполяции для неортогональных механизмов является весьма актуальной задачей.

### **Цель исследования**



$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{(x_k - x_{col1})^2 + (y_{col1} - y_k)^2 + (z_{col1} - z_k)^2}}{R} \\ \frac{\sqrt{(x_{col2} - x_k)^2 + (y_{col2} - y_k)^2 + (z_{col2} - z_k)^2}}{R} \\ \frac{\sqrt{(x_k - x_{col3})^2 + (y_k - y_{col3})^2 + (z_{col3} - z_k)^2}}{R} \\ \frac{\sqrt{(x_{col4} - x_k)^2 + (y_k - y_{col4})^2 + (z_{col4} - z_k)^2}}{R} \end{pmatrix} \quad (1)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  - обобщенные координаты, представленные в виде углов поворота барабанов,  $x_k, y_k, z_k$  - заданные координаты рабочего инструмента.

Так как приводы (П) физически не способны обеспечить расчетное значение углов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ , то допустим, что углы поворота барабанов могут изменяться дискретно с шагом  $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \Delta\alpha_3, \Delta\alpha_4$ , тогда

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left\lfloor \frac{\alpha_1}{\Delta\alpha_1} \right\rfloor \Delta\alpha_1 \\ \left\lfloor \frac{\alpha_2}{\Delta\alpha_2} \right\rfloor \Delta\alpha_2 \\ \left\lfloor \frac{\alpha_3}{\Delta\alpha_3} \right\rfloor \Delta\alpha_3 \\ \left\lfloor \frac{\alpha_4}{\Delta\alpha_4} \right\rfloor \Delta\alpha_4 \end{pmatrix} \quad (2)$$

где  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$  - дискретные углы поворота барабанов,  $\left\lfloor \frac{\alpha_1}{\Delta\alpha_1} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{\alpha_2}{\Delta\alpha_2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{\alpha_3}{\Delta\alpha_3} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{\alpha_4}{\Delta\alpha_4} \right\rfloor$  - целое число шагов приводов.

Решение прямой кинематической задачи с учетом (2) запишем в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{(\bar{x}_k - x_{col1})^2 + (y_{col1} - \bar{y}_k)^2 + (z_{col1} - \bar{z}_k)^2}{R^2} - \beta_1^2 = 0, \\ \frac{(x_{col2} - \bar{x}_k)^2 + (y_{col2} - \bar{y}_k)^2 + (z_{col2} - \bar{z}_k)^2}{R^2} - \beta_2^2 = 0, \\ \frac{(\bar{x}_k - x_{col3})^2 + (\bar{y}_k - y_{col3})^2 + (z_{col3} - \bar{z}_k)^2}{R^2} - \beta_3^2 = 0, \\ \frac{(x_{col4} - \bar{x}_k)^2 + (\bar{y}_k - y_{col4})^2 + (z_{col4} - \bar{z}_k)^2}{R^2} - \beta_4^2 = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\bar{x}_k, \bar{y}_k, \bar{z}_k$  - декартовы координаты рабочего инструмента, полученные в результате решения прямой задачи кинематики с учетом дискретности углов поворота барабанов, причем  $\bar{x}_k \neq x_k, \bar{y}_k \neq y_k$  и  $\bar{z}_k \neq z_k$ . Таким образом, вектор

$$\begin{pmatrix} \mu_x \\ \mu_y \\ \mu_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{x}_k - x_k \\ \bar{y}_k - y_k \\ \bar{z}_k - z_k \end{pmatrix} \quad (4)$$

представляет собой ошибку позиционирования рабочего инструмента по каждой декартовой координате с учетом дискретности шага приводов. В том случае, когда осуществляется линейная интерполяция отрезка прямой, заданного двумя точками  $M1(x_1; y_1; z_1)$  и  $M2(x_N; y_N; z_N)$  (см. рисунок 2), координаты промежуточных точек  $M(x_k; y_k; z_k)$ ,  $M(x_{k+1}; y_{k+1}; z_{k+1})$ , лежащих на этом отрезке, могут быть найдены из соотношения:

$$\begin{pmatrix} y_k \\ z_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 + \frac{y_N - y_1}{x_N - x_1} \\ z_1 + \frac{z_N - z_1}{x_N - x_1} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$x_1 \leq y_k \leq x_N$$

Решив обратную задачу кинематики пространственного манипулятора, а затем прямую задачу с учетом дискретности поворота барабанов в каждой точке, лежащей на заданном отрезке  $\overline{M1M2}$ , получим точки  $\overline{M1}(\overline{x}_1; \overline{y}_1; \overline{z}_1)$ ,  $\overline{M}(\overline{x}_k; \overline{y}_k; \overline{z}_k)$ ,  $\overline{M}(\overline{x}_{k+1}; \overline{y}_{k+1}; \overline{z}_{k+1})$ ,  $\overline{M2}(\overline{x}_N; \overline{y}_N; \overline{z}_N)$ , координаты которых будут отличаться от заданных на величину позиционной ошибки, определяемой выражением (4).

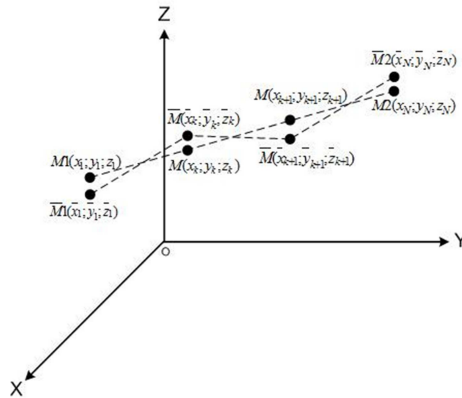


Рисунок 2. Результат интерполяции заданного отрезка прямой  $\overline{M1M2}$  с некоторой ошибкой

Для анализа ошибки линейной интерполяции в данной работе будут использоваться следующие статистические характеристики: дисперсия ошибки, которая для случая интерполяции одного отрезка прямой может быть определена из (6); среднеквадратическое отклонение ошибки можно определить из известного соотношения (7); максимальное значение ошибки интерполяции на интервале – (8).

$$D = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\overline{M}(\overline{x}_k; \overline{y}_k; \overline{z}_k) - M(x_k; y_k; z_k))^2 \quad (6)$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\overline{M}(\overline{x}_k; \overline{y}_k; \overline{z}_k) - M(x_k; y_k; z_k))^2} \quad (7)$$

$$\delta = \max_{1 \leq k \leq N} (\overline{M}(\overline{x}_k; \overline{y}_k; \overline{z}_k) - M(x_k; y_k; z_k)) \quad (8)$$

Следует отметить, что при анализе статистических характеристик ошибки линейной интерполяции, точки  $M(x_k; y_k; z_k)$ ,  $\overline{M}(\overline{x}_k; \overline{y}_k; \overline{z}_k)$  должны лежать в одной плоскости, ортогональной заданному отрезку прямой  $\overline{M1M2}$ .

Для исследования статистических характеристик ошибки линейной интерполяции траектории перемещения рабочего инструмента пространственного манипулятора в пределах всей его зоны обслуживания, ограниченной вертикальными колоннами, в данной работе предлагается способ формирования семейства отрезков прямых, сущность которого поясняет рисунок 3.

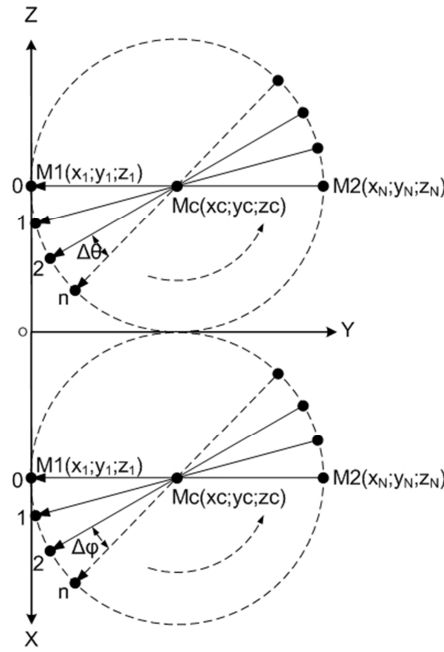


Рисунок 3. Способ формирования семейства отрезков прямых в зоне обслуживания пространственного манипулятора

Семейство отрезков прямых формируется путем поворота исходного отрезка прямой  $\overline{M1M2}$  (вращение осуществляется относительно оси в точке  $M_c$ , расположенной посередине отрезка  $\overline{M1M2}$ ) на угол  $\varphi = n\Delta\varphi$  в плоскости  $XOY$  и на угол  $\theta = n\Delta\theta$  в плоскости  $ZOY$ . Целое число  $n = 1, 2, \dots, N$  определяет номер прямой, полученной в результате поворота отрезка прямой  $\overline{M1M2}$  на некоторый угол. Диапазон изменения углов:  $0 \leq \varphi \leq \pi$  и  $0 \leq \theta \leq \pi$ . В результате координаты начала и конца отрезка прямой  $\overline{M1M2}$  при всех возможных комбинациях  $\varphi$  и  $\theta$  образуют в рабочей зоне пространственного манипулятора сферу, радиус которой равен половине длины отрезка  $\overline{M1M2}$ . Зависимость координат точки  $M1$  от углов  $\varphi$  и  $\theta$  может быть представлена в виде:

$$\begin{pmatrix} x_1(\varphi, \theta) \\ y_1(\varphi, \theta) \\ z_1(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_c + 0.5 \cdot \sin(\varphi - \pi) \cdot \cos(\theta) \\ y_c + 0.5 \cdot \cos(\varphi - \pi) \cdot \cos(\theta) \\ z_c + 0.5 \cdot \sin(\theta - \pi) \end{pmatrix} \quad (9)$$

По аналогии, зависимость координат точки  $M1$  от углов  $\varphi$  и  $\theta$ :

$$\begin{pmatrix} x_N(\varphi, \theta) \\ y_N(\varphi, \theta) \\ z_N(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_c + 0.5 \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\theta) \\ y_c + 0.5 \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\theta) \\ z_c + 0.5 \cdot \sin(\theta) \end{pmatrix} \quad (10)$$

Таким образом, можно определить статистические характеристики ошибки линейной интерполяции для каждой прямой из сформированного семейства в виде функций:

$$D(\varphi, \theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\bar{M}(\bar{x}_k; \bar{y}_k; \bar{z}_k) - M(x_k; y_k; z_k))^2 \quad (11)$$

$$\varepsilon(\varphi, \theta) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\bar{M}(\bar{x}_k; \bar{y}_k; \bar{z}_k) - M(x_k; y_k; z_k))^2} \quad (12)$$

$$\delta(\varphi, \theta) = \max_{1 \leq k \leq N} (\bar{M}(\bar{x}_k; \bar{y}_k; \bar{z}_k) - M(x_k; y_k; z_k)) \quad (13)$$

где  $M(x_k; y_k; z_k)$  - точка, лежащая на заданном отрезке прямой с началом в точке  $M1(x_1(\varphi, \theta); y_1(\varphi, \theta); z_1(\theta))$  и концом в точке  $M2(x_N(\varphi, \theta); y_N(\varphi, \theta); z_N(\theta))$ ,  $\bar{M}(\bar{x}_k; \bar{y}_k; \bar{z}_k)$  - точка, координаты которой получены в результате линейной интерполяции отрезка  $\overline{M1M2}$ .

С использованием пакета MATLAB разработана компьютерная модель, которая позволяет анализировать статистические характеристики ошибки интерполяции траекторий перемещения рабочего инструмента пространственного манипулятора в пределах всей зоны обслуживания и представлять результаты моделирования графически. На рисунках 4, 5 графически представлены функции  $\delta(\varphi, \theta)$  и  $D(\varphi, \theta)$  соответственно. Графики были получены при следующих значениях входных параметров компьютерной модели:  $M_{col1}(0; 1; 1)$ ,  $M_{col2}(1; 1; 1)$ ,  $M_{col3}(0; 0; 1)$ ,  $M_{col4}(1; 0; 1)$ ,  $\Delta\alpha_1 = \Delta\alpha_2 = \Delta\alpha_3 = \Delta\alpha_4 = 1.8^\circ$ ,  $\Delta\varphi = \Delta\theta = 5^\circ$ .

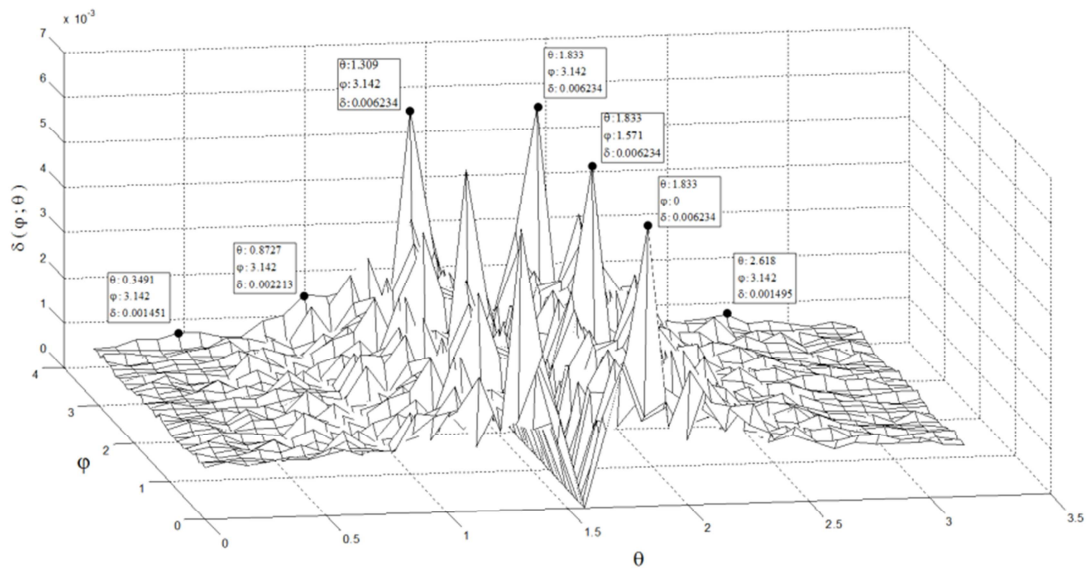


Рисунок 4. Зависимость максимальной ошибки интерполяции отрезка прямой от углов его поворота в пространстве

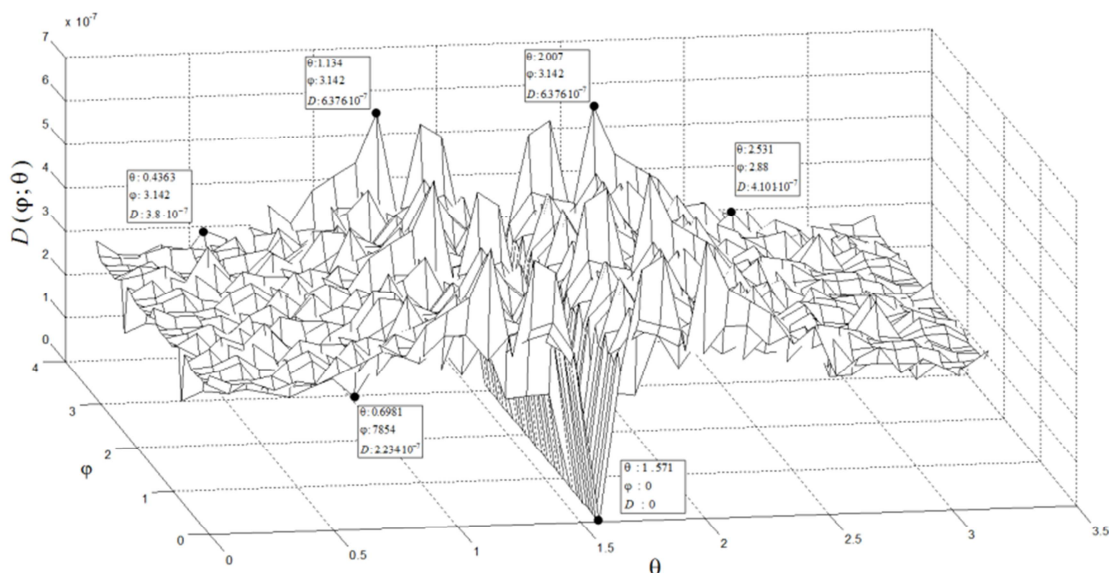


Рисунок 5. Зависимость дисперсии ошибки интерполяции отрезка прямой от углов его поворота в пространстве

## Выводы

Таким образом, проведенные исследования позволили определить локальные зоны с ярко выраженными перепадами значений ошибки, например, на графике зависимости максимальной ошибки интерполяции отрезка прямой от углов его поворота в пространстве (рисунок 4) можно выделить ряд экстремумов функции  $\delta(\varphi, \theta)$ , которая принимает максимальное значение  $\delta(\varphi, \theta) = 0.006234$  при следующих значениях углов  $\varphi$  и  $\theta$ :  $(\varphi = 3.142; \theta = 1.309)$ ,  $(\varphi = 1.571; \theta = 1.309)$ ,  $(\varphi = 0; \theta = 1.309)$ ,  $(\varphi = 3.142; \theta = 1.833)$ ,  $(\varphi = 1.571; \theta = 1.833)$ ,  $(\varphi = 0; \theta = 1.833)$ . При  $\varphi = 0$  и  $\theta = 1.571$ ,  $\delta(\varphi, \theta) = 0$ , что соответствует циклу подъема рабочего инструмента по линейной траектории, проходящей через центр плоскости  $XOY$ .

Аналогичный подход для оценки ошибки линейной интерполяции может быть применен и к другим неортогональным механизмам осуществляющим перемещение рабочего инструмента как на плоскости, так и в пространстве.

*Работа выполнена в рамках федеральной целевой программы ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 годы.*

## Список литературы

1. Валукевич Ю.А., Наумов И.И. Устройство для силомоментной обработки плоских материалов на базе двухзвенного механизма // Научно-технические ведомости СПбГПУ. - 2010. - № 1. - С. 177-181.

2. Валюкевич Ю.А., Толстунов О.Г. Пространственный манипулятор на основе гибких механических связей // Сборник трудов международной научно-технической конференции «Мехатроника, автоматизация, управление (МАУ – 2009)». – Таганрог: ТТИ ЮФУ, 2009. - С. 314-316.
3. Зеленский А.А., Валюкевич Ю.А., Кузнецов С.А. Устройство для раскроя плоских материалов с поворотным столом // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. - 2008. - № 6. - С. 102-103.
4. Albus, J.S., Bostelman, R.V., Dagalakis, N. The NIST ROBOCRANE // Journal of Robotics System. - 1992. Vol. 10, № 5. - P. 709-720.
5. Wenger P., Gosselin C., Maillé B. A Comparative Study of Serial and Parallel Mechanism Topologies for Machine Tools. Milano: Proc. PKM'99. - 1999. - P. 23-32.

**Рецензенты:**

Адигамаев Касьян Абдурахманович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная механика и конструирование машин» ФГБОУ ВПО «Южно-Российского государственного университета экономики и сервиса», г.Шахты.

Абезин Валентин Германович, доктор технических наук, профессор кафедры «Сельскохозяйственные машины» ФГБОУ ВПО «Волгоградского государственного аграрного университета», г.Волгоград.