

СТАЦИОНАРНОЕ ВРАЩЕНИЕ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННОГО ЖИДКОСТЬЮ ПРИ ДЕЙСТВИИ СИЛ ВНЕШНЕГО ТРЕНИЯ

Пашков Е.Н.¹, Мартюшев Н.В.¹, Зиякаев Г.Р.¹, Кузнецов И.В.¹

¹ГФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», Томск, Россия (634050, Томск, пр. Ленина, 30), e-mail: epashkov1@sibmail.ru

В статье в рамках плоской модели, изучается вращение ротора со слоем жидкости на стенке камеры при вязкоупругом действии вала. Решается задача определения отклонения вращающегося вала с камерой заполненной жидкостью. Данная задача является важной при проектировании автоматического балансирного устройства. В математическом исследовании рассматривается задача совместного движения твердого тела и жидкости. Поставленная задача решается с применением принципа Даламбера. Результаты проведенного моделирования говорят о том, что увеличение массы жидкости в роторе уменьшает его критическую скорость вращения, при этом внешнее трение ускоряет самоцентрирование системы. Построенные математические модели позволяют производить выбор конструктивных параметров жидкостного автоматического балансирного устройства, работающего в заданном диапазоне угловых скоростей ротора.

Ключевые слова: автоматическое балансировочное устройство, вращение ротора, самоцентрирующаяся система, внешнее трение, установившееся движение.

STATIONARY UNBALANCED ROTOR ROTATION WHICH HAS BEEN PARTIALLY FILLED WITH LIQUID AT EXTERNAL FRICTION FORCES ACTION

Pashkov E.N.¹, Martyushev N.V.¹, Ziyakayev G.R.¹, Kuznetsov I.V.¹

¹Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia (634050, Tomsk, Lenin Avenue, 30), e-mail: epashkov1@sibmail.ru

In article within flat model, rotor rotation with a liquid layer on a chamber wall is studied at viscoelastic action of a shaft. The problem of rotating shaft deviation definition with the filled liquid chamber is solved. This task is important at design of the automatic equalizing device. In mathematical research the problem of joint movement of a firm body and liquid is considered. The objective is solved about application of a D'Alembert principle. Results of the carried-out modeling say that the increase in weight of liquid in a rotor reduces its critical rotation speed, thus the external friction accelerates a system self-centering. The constructed mathematical models allow to make a choice of design data of the liquid automatic equalizing device working in the set range of rotor angular speeds.

Key words: the automatic balancing device, the rotor rotation, being self-aligned system, the external friction established movement.

Введение

В данной статье, в рамках плоской модели, изучается вращение ротора со слоем жидкости на стенке камеры при вязкоупругом действии вала. Предполагается, что границей свободной поверхности жидкости является окружность с центром на оси вращения, а сама она вращается вместе с ротором, как твердое тело.

Материал и методы исследования

Исследование жидкостных автоматических балансирных устройств (АБУ) сводится к задаче о движении вращающихся тел с полостями, частично заполненными жидкостью [2]. Эта задача сопряжена с математическими трудностями, т.к. требует рассмотрения совместного движения твердого тела и жидкости. Известно ограниченное количество работ, в которых решается указанная задача применительно к АБУ. Так в [3, 4, 6] рассмотрена

устойчивость стационарного вращения ротора, частично заполненного жидкостью со свободной поверхностью. Изгибные колебания вала с неуравновешенным диском на нем изучены в [5]. В [1, 7] показано влияние жидкости во вращающемся роторе на автоматическую балансировку механической системы без учета сил сопротивления. Ниже рассматривается установившееся движение неуравновешенного ротора с жидкостью при наличии внешнего сопротивления.

Результаты исследования и их обсуждение

Пусть ротор 1 (рис. 1), содержит камеру 2 частично заполненную однородной несжимаемой жидкостью 3, симметрично закреплен на гибком вертикальном валу, проходящем через геометрический центр O_1 . Центр масс ротора (точка P) смещен от O_1 на расстояние $O_1P=e$. При вращении ротора вал смещается на величину $O_2O_1=a$, а несжимаемая однородная жидкость, плотностью ρ , перетекает в сторону прогиба вала. При установившемся движении жидкость во вращающемся роторе занимает цилиндрический слой высотой h , свободной поверхностью которого является окружность радиуса r_2 с центром на оси вращения AB (точка O_2) и вращается с угловой скоростью $\omega = \dot{\beta}(t) = const$ [6]. Отсюда центр масс слоя жидкости находится на линии центров O_2O_1 в точке G , а движение ротора является плоским.

Введем в плоскости движения точек O_1, G, P две системы координат с общим началом в точке O_2 на линии AB : неподвижную систему $O_2\xi\eta$ и подвижную O_2xy , ось x которой параллельна отрезку O_1P . Угловые скорости вращения ротора и системы O_2xy одинаковые, следовательно, ротор в подвижной системе координат неподвижен. За обобщенные координаты возьмем координаты точки O_1 в подвижной системе $O_2xy - x, y$.

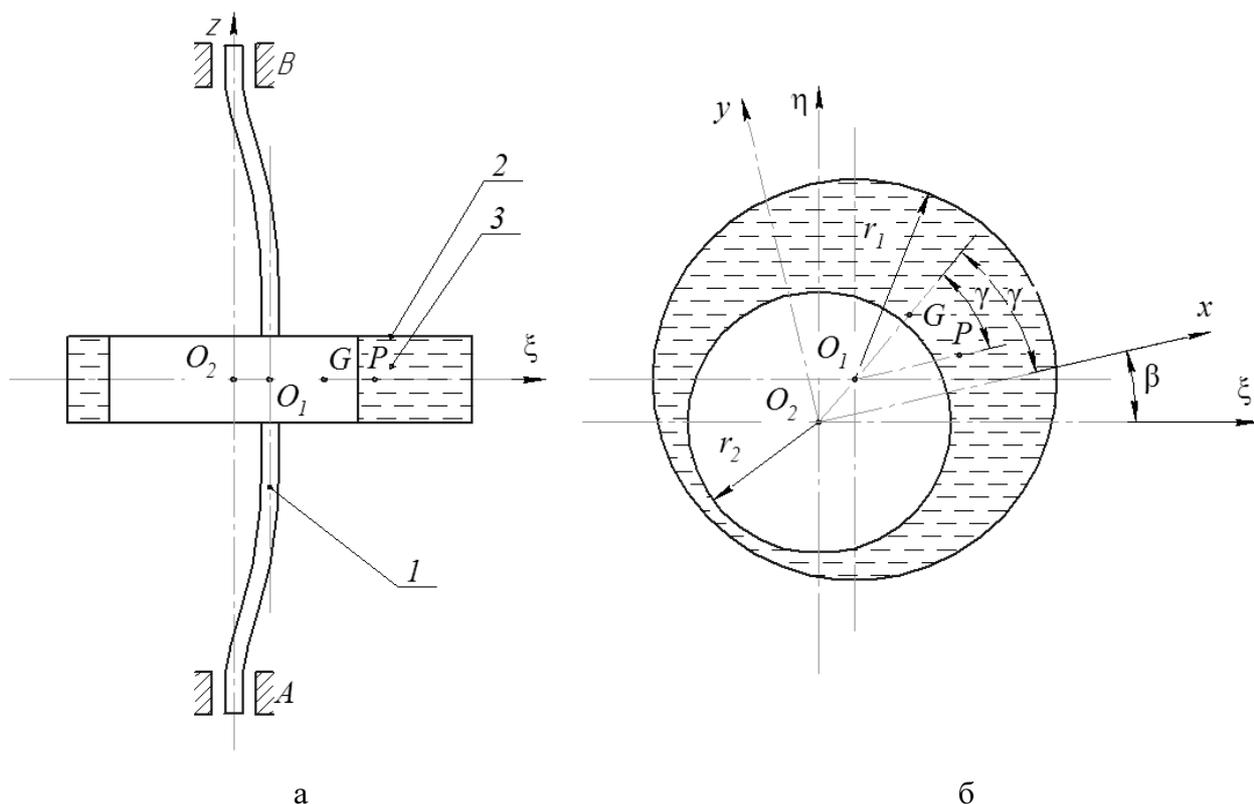


Рис. 1. а – Схема закрепления ротора; б – Сечение ротора с жидкостью

На ротор со стороны вала действует сила упругости $\overline{F}_c = -c \overline{O_2 O_1}$ и сила внешнего трения, приложенная в точке O_1 , пропорциональная абсолютной скорости \overline{V}_{O_1} этой точки, $\overline{F}_\chi = -\chi \overline{V}_{O_1}$. Где c и χ коэффициенты упругости и внешнего трения. Природа этих сил подробно изложена в [9]. Так, силы внешнего трения вызываются вязким сопротивлением внешней среды, опор, специальных демпферов и зависят от скоростей абсолютных перемещений точек ротора и вала; силы внутреннего трения порождаются сопротивлением частиц материала и в первом приближении принимаются пропорциональными скорости деформации вала. Согласно принципу Даламбера имеем уравнение равновесия главных векторов внешних сил и сил инерции:

$$-c \overline{O_2 O_1} - \chi \overline{V}_{O_1} - m_1 \overline{a}_P^e - m_2 \overline{a}_G^e = 0. \quad (1)$$

Здесь m_1 и m_2 – массы ротора и жидкости, \overline{a}_P^e и \overline{a}_G^e – переносные ускорения точек P и G соответственно. Координаты этих точек определяются выражениями:

$$x_P = x + e, \quad y_P = y, \quad x_G = rx, \quad y_G = ry, \quad (2)$$

где $r = r_1^2 / (r_1^2 - r_2^2)$ – коэффициент, характеризующий наполнение камеры; r_1 – радиус камеры, r_2 – радиус внутренней поверхности жидкости.

Проецируя (1) на оси x , y и используя (2) для вычисления \bar{V}_{O_1} , \bar{a}_P^e и \bar{a}_G^e , получаем уравнения стационарного движения системы:

$$\begin{aligned} cx - \chi\omega y - m\omega^2 x &= m_1 e \omega^2; \\ cy + \chi\omega x - m\omega^2 y &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $m = m_1 + rm_2$, m_1 – масса ротора, m_2 – масса жидкости.

Из уравнения равновесия моментов всех сил относительно оси AB , можно определить вращающий момент, приложенный к валу со стороны двигателя. Считаем, что двигатель развивает усилие, обеспечивающее заданное вращение ротора.

Решение уравнений (3) имеет вид:

$$x = \frac{m_1 e \omega^2 (c - m\omega^2)}{(c - m\omega^2)^2 + \chi^2 \omega^2}; \quad y = -\frac{m_1 e \chi \omega^3}{(c - m\omega^2)^2 + \chi^2 \omega^2}. \quad (4)$$

Полагая в (4) $\chi=0$, получаем решение для однокамерного АБУ без внешнего сопротивления, рассмотренное в [9]. По формулам (4), (2) вычисляется прогиб вала $a = \sqrt{x^2 + y^2}$ и отклонение центра масс системы от оси AB $r_c = \sqrt{(x_P m_1 + x_G m_2)^2 + (y_P m_1 + y_G m_2)^2} / (m_1 + m_2)$, которые в безразмерных переменных принимают вид:

$$\begin{aligned} a^* = \frac{a}{e} = \frac{z}{\sqrt{D}}; \quad r_c^* = \frac{r_c}{e} = \frac{\sqrt{1+nz}}{(1+\mu)\sqrt{D}}; \\ D = [1 - (1+r\mu)z]^2 + nz, \end{aligned} \quad (5)$$

где $z = m_1 \omega^2 / c$ – квадрат отношения частоты вращения к собственной частоте ротора, $n = \chi^2 / (cm_1)$ – безразмерный коэффициент сопротивления, $\mu = m_2 / m_1$ – отношение массы жидкости к массе ротора.

Угол сдвига фазы движения γ (рис.2) определяется формулой:

$$\operatorname{tg}\gamma = y/x = -\frac{\chi\omega}{c - m\omega^2}. \quad (6)$$

Это выражение соответствует отсутствию жидкости, т.е. при $m=m_1$.

Из выражений (4–6) следует, что при $\omega \rightarrow \infty$ ($z \rightarrow \infty$) $a \rightarrow m_1 e / m$, т.е. прогиб вала становится меньше неуравновешенности e , т.к. $m_1 / (m_1 + rm_2) < 1$; $r_c \rightarrow 0$, $\gamma \rightarrow \pi$, $x \rightarrow -m_1 e / m$, $y \rightarrow 0$; координаты центров масс ротора и слоя жидкости принимают значения: $x_P = rm_2 e / m$, $y_P = 0$; $x_G = -rm_1 e / m$, $y_G = 0$.

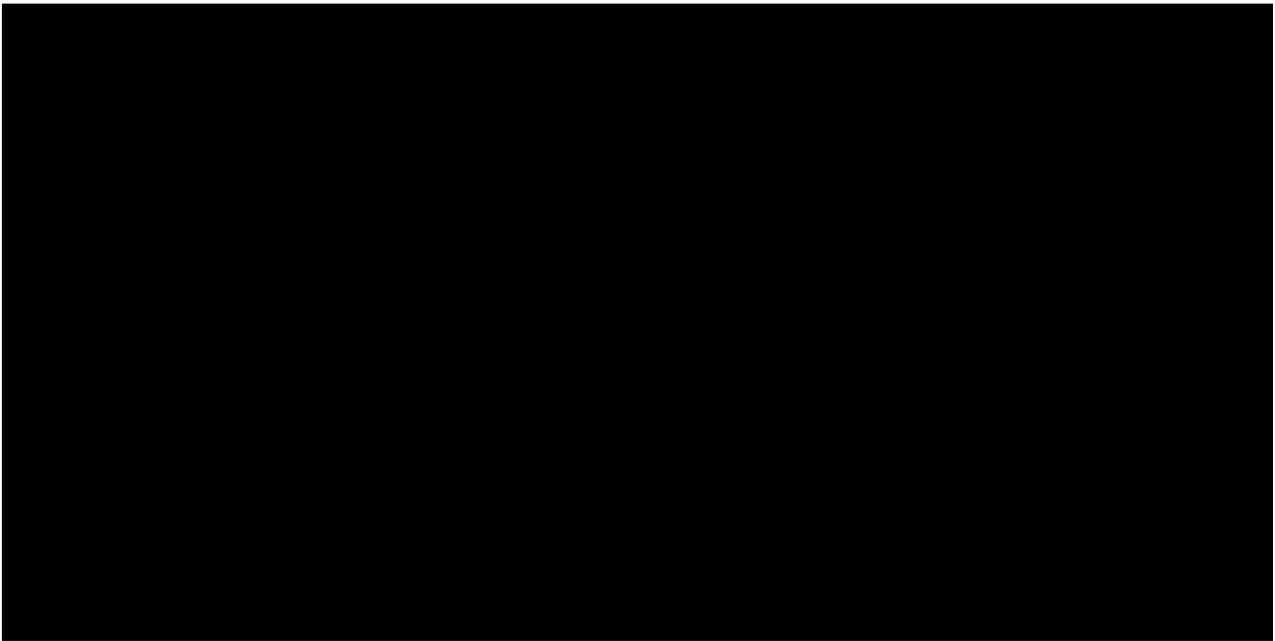


Рис. 2. Зависимость прогиба вала от угловой скорости ротора при $r=5,26$, $n=0,1$ кривые соответствуют: 1 — $\mu =0$; 2 — $\mu =0,5$; 3 — $\mu =1$

Таким образом, при больших угловых скоростях вращения ротора ω центр масс системы стремится занять положение на оси вращения AB ; происходит самоцентрирование системы.

Расчеты, проведенные по формулам (5), частично иллюстрируются на рис. 2. Видно, что с увеличением массы жидкости в роторе происходит уменьшение критической скорости, при которой прогиб вала достигает максимума (появляется резонанс) [8]. Дальнейший анализ расчетов показывает, что с увеличением внешнего сопротивления при неизменном μ критическая скорость и соответствующий ей прогиб уменьшаются, а самоцентрирование системы ($r_c \rightarrow 0$) ускоряется.

При постоянном сопротивлении ($n=const$) увеличение массы жидкости (параметра μ) так же ускоряет самоцентрирование системы. Критическая частота вращения ротора при одних и тех же значениях n и μ уменьшается с ростом параметра r .

Выводы

Результаты проведенной работы показывают, что увеличение массы жидкости в роторе уменьшает его критическую скорость вращения. Внешнее трение ускоряет самоцентрирование системы. Полученные соотношения позволяют производить выбор конструктивных параметров жидкостного АБУ, работающего в заданном диапазоне угловых скоростей ротора.

Список литературы

1. Автобалансирующие устройства прямого действия / А.А. Гусаров. – М.: Наука, 2002. – 119 с.
2. Андрейченко К.П. Динамика поплавковых гироскопов и акселерометров. – М.: Машиностроение, 1987. – 128 с
3. Зиякаев Г.Р., Саруев Л.А., Мартюшев Н.В. Математическое моделирование гидроимпульсного механизма бурильных машин // В мире научных открытий – 2010. – №6.3 (13) – с. 61-65
4. Пашков Е.Н., Дубовик В.А. Устойчивость стационарного вращения неуравновешенного ротора с жидкостным устройством на гибком валу // Известия ТПУ – 2007. – №2, том 311 – стр. 12-13.
5. Диментберг Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – 246 с.
6. Епишев Л.В. О динамической неустойчивости вращающегося ротора при неполном наливке жидкости // научн. докл. высш. школы. Машиностроение и приборостроение – 1959. – №2. – С.66-74.
7. Нестеренко В.П. Автоматическая балансировка роторов приборов и машин со многими степенями свободы. – Томск: Издательство Томского университета, 1985. – 85 с.
8. Мартюшев Н.В. Расчет параметров структуры материалов с помощью программных средств // В мире научных открытий – 2011. – №1, Серия "Математика. Механика. Информатика" – с. 77-82
9. Рубановский В.Н., Самсонов В.А. Устойчивость стационарных движений в примерах и задачах. - Учеб. пособие для вузов. - М.: Наука, гл. ред. физ. мат. лит. – 1988. – 304с.

Рецензенты:

Тарасов Сергей Юльевич, д.ф.-м.н., с.н.с. ИФПМ СО РАН, г. Томск.

Пушкарев Александр Иванович, д.ф.-м.н., сотрудник ООО «Инженерно-физический центр», г.Томск.