

ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ С ИЗМЕНЕНИЕМ ЧАСТОТЫ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

Каплун Д. И., Ежов С. Н.

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)», 197376, Россия, Санкт-Петербург, ул. Профессора Попова, дом 5, fki@eltech.ru

Рассмотрен новый подход к проектированию цифровых фильтров с линейными фазочастотными характеристиками. Показана возможность синтеза каскада фильтров с конечными импульсными характеристиками (КИХ) произвольного порядка с уменьшенной величиной вычислительных затрат. Синтезированные каскадные фильтры имеют стандартные структурные компоненты и обеспечивают при любых порядках широкий динамический диапазон, а также высокую вычислительную эффективность. Исследованы закономерности, показывающие влияние изменения частоты дискретизации системы на количество операций при цифровой фильтрации. Предложены методики синтеза цифровых фильтров с децимацией с оптимальными параметрами. Даны рекомендации по выбору наилучшей методики синтеза цифровых фильтров с изменением частоты дискретизации. Приведён пример получения каскада нерекурсивных цифровых фильтров нижних частот для реализации узкополосной фильтрации. Сформулированы необходимые рекомендации по разработке каскадов нерекурсивных цифровых фильтров с изменением частоты дискретизации эффективных по критерию минимума вычислительных затрат.

Ключевые слова: цифровые фильтры, нерекурсивный фильтр, КИХ-фильтр, каскадная структура, умножение с накоплением, децимация, частота дискретизации, количество операций.

IMPLEMENTATION FEATURES OF DIGITAL FILTERING WITH VARYING SAMPLING RATE

Kaplun D. I., Ezhov S. N.

Saint Petersburg State Electrotechnical University (ETU), 197376, RUSSIA, Saint-Petersburg, Professor Popov str. 5, fki@eltech.ru

This paper describes a new method for design digital filters. This technique presents possibility of cascade of filters of random order with Finite Impulse Response (FIR) implemented with the reduced value of computing expenses. Synthesized cascade filters have standard structure components and any order filters provide wide dynamic range of processing data, and also have high computational efficiency and increase of the computation speed. The varying sample rate has a great influence on quantity of synthesized filter operations. As a result methods of synthesis filters with decimation with optimal parameters are given. Recommendations about a choice of the best technique of synthesis of filters with varying sample rate are made. It is given an example receiving cascade of non-recursive lowpass digital filter for the implementation of narrow-band filtering. Necessary recommendations about designing of non-recursive digital filters cascade with varying sample rate effective by criterion of a minimum of computing expenses are formulated.

Keywords: digital filters, nonrecursive filter, FIR-filter, cascade structure, multiplication with accumulation, decimation, sample rate, number of operations.

Введение

В процессе цифровой обработки сигналов нередко возникает задача фильтрации сигнала в очень узком частотном диапазоне. Примером такой задачи может служить ситуация, когда сигнал содержит несколько составляющих на близких частотах, и требуется выделить одну из них. Для этого необходимо спроектировать цифровой фильтр с очень узкими относительными полосами пропускания и перехода. В зависимости от расположения составляющих сигнала, это может быть фильтр нижних, верхних частот, полосовой или заграждающий фильтр. Прямое проектирование таких устройств часто приводит к фильтрам

очень высоких порядков, практическая реализация которых либо нерациональна, либо невозможна. Использование одного обычного фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ) для вышеописанных задач нецелесообразно с точки зрения производительности системы и количества выполняемых арифметических операций, необходимых для получения одного отсчёта выходного сигнала. Альтернативный путь решения такой задачи заключается в использовании идей многочастотной дискретизации – последовательном прохождении сигнала через каскады фильтров с изменением частоты дискретизации.

КИХ-фильтр и децимация

КИХ-фильтр, структура которого изображена на рис.1, должен работать в соответствии с уравнением, задающим свертку [3]:

$$Y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k), \quad (1)$$

где $h(k)$ – массив коэффициентов фильтра и $x(n-k)$ – входной массив данных фильтра.

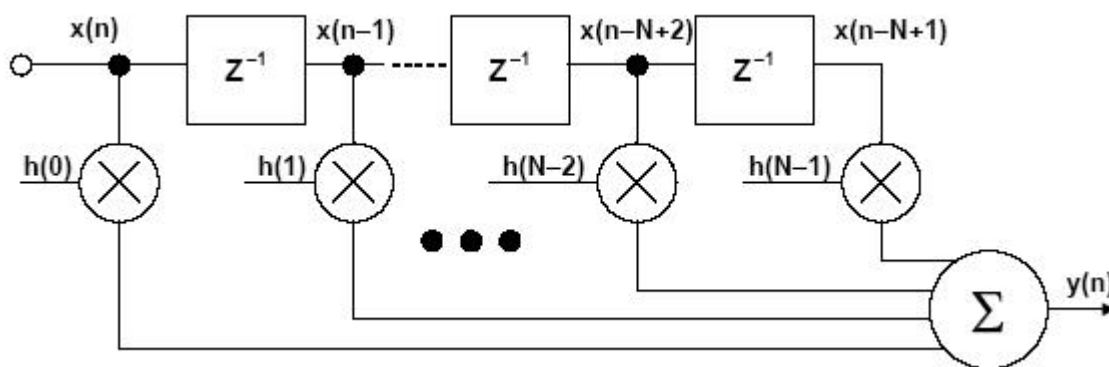


Рис. 1. Фильтр с конечной импульсной характеристикой порядка N

Число N в уравнении представляет собой число звеньев и определяет эффективность фильтра. КИХ-фильтр с числом звеньев N требует N циклов (операций) умножения с накоплением.

Для уменьшения количества выполняемых операций используются 2 подхода: каскадная фильтрация с изменением частоты дискретизации на выходе каждого каскада, когда каждый каскад представляет собой КИХ-фильтр и дециматор, и фильтрация, совмещённая с децимацией.

Децимация, как правило, используется в высокоскоростных системах для понижения частоты дискретизации входного сигнала [4]. Концепция децимации проиллюстрирована на рис.2. Верхняя диаграмма показывает исходный сигнал с полосой f_a , который дискретизирован с частотой f_s . Диаграмма, содержащая соответствующий спектр, показывает, что частота дискретизации значительно превышает частоту, требуемую для сохранения информации, содержащейся в полосе f_a , то есть сигнал с полосой f_a является

избыточно дискретизированным сигналом. Полоса между частотами f_a и $f_s - f_a$ не содержит никакой полезной информации. Нижняя диаграмма показывает тот же самый сигнал, но частота дискретизации его уменьшена с коэффициентом M .

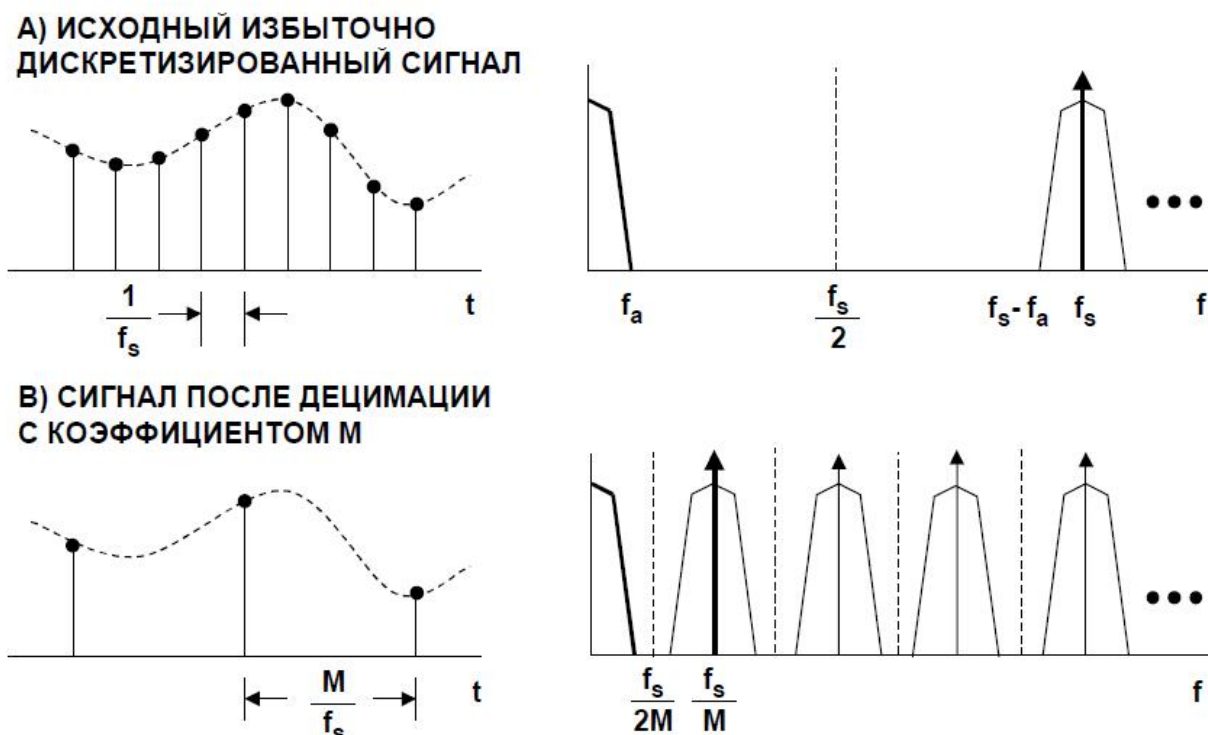


Рис. 2. Децимация дискретного сигнала с коэффициентом M

Реализация каскадной структуры фильтров

Каскадная структура фильтрации представлена на рис. 3.

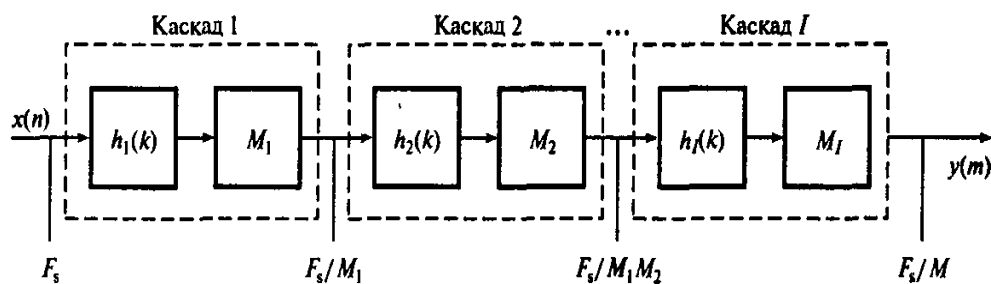


Рис. 3. Процесс многокаскадной децимации

Как уже говорилось выше, в данном случае каждый каскад представляет собой собственно фильтр (h_i) и дециматор (M_i). В каскадной структуре частота преобразуется в несколько этапов. В процессе прохода через каскадный фильтр частота дискретизации понижается постепенно, что приводит к существенному понижению требований к фильтрам защиты от наложения спектров и подавления зеркальных частот каждого каскада.

Общий шаг децимации выражается как произведение меньших шагов [1]:

$$M = M_1 M_2 \dots M_I, \quad (2)$$

где целое число M_i – шаг децимации N -го каскада. Каждый каскад – это независимый дециматор, обозначенный пунктирным прямоугольником. Если $M \gg 1$, многокаскадный подход приводит к значительному снижению требований к вычислениям и памяти, ослаблению характеристик фильтров, используемых в дециматорах, а, следовательно, к использованию фильтров, менее чувствительных к эффектам конечной разрядности.

Названные преимущества возможны за счет увеличения сложности разработки и реализации системы.

Выбор коэффициента децимации и количества каскадов определяется в зависимости от условий конкретной задачи и параметров системы. Однако следует внимательно подходить к выбору коэффициента децимации. При децимации может наблюдаться эффект наложения – элайзинг (рис.4), который заключается в наложении спектров сигналов друг на друга.

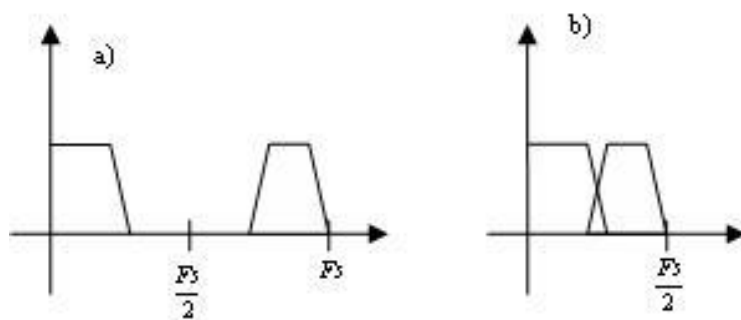


Рис. 4. Иллюстрация эффекта наложения при децимации:

а) дискретный спектр исходного сигнала, б) дискретный спектр сигнала после децимации

Реализуя систему каскадной фильтрации, необходимо получить оптимальное количество каскадов, при котором вычислительные затраты для достижения необходимой частоты дискретизации будут минимизированы. Для расчета необходимого количества каскадов разработан следующий алгоритм.

Например, для выделения узкополосного сигнала в 5 кГц из сигнала с частотой дискретизации 12,5 МГц необходимо провести прореживание в 2500 раз. Сначала определяется исходный коэффициент децимации (для частот 12,5 МГц и 5 кГц он будет равен, соответственно, 2500). Далее этот коэффициент разбивается на простые множители. Для этого реализован алгоритм нахождения простых множителей по методу Монте-Карло. В самом алгоритме для нахождения наименьшего общего делителя (НОД) использован алгоритм Евклида [2].

После этого достаточно найти такую комбинацию произведений множителей, сумма которых будет минимальна. Но так как все множители, полученные в результате работы алгоритма, простые, то сумма этих множителей и будет искомой.

$$M_1 + M_2 + \dots + M_i = \min \quad (3)$$

Исключение составляет случай, когда получается два простых сомножителя равных 2. В данном случае $2+2 = 2*2$, т.е. с точки зрения сложности структуры каскадного фильтра оптимально использовать один каскад с коэффициентом децимации равным 4, чем два каскада с коэффициентами децимации равными 2.

Так как сумма полученных коэффициентов минимальна, то минимальным окажется и количество циклов умножения с накоплением, используемых в процессе фильтрации. Так, например, для используемого в комплексе коэффициента децимации 2500 получаем следующую комбинацию сомножителей:

$$2500 = 4 * 5 * 5 * 5 * 5 \quad (4)$$

Однако при этом после каждого каскада децимация сигнала производится с малым коэффициентом децимации. Поэтому на каждый следующий каскад сигнал приходит всё ещё с большой частотой дискретизации, т.е. количество операций умножения с накоплением всё ещё остаётся достаточно большим.

Рассмотрим пример получения 1 отсчёта сигнала с частотой дискретизации 5 кГц из сигнала с частотой дискретизации 12,5 МГц при помощи описанного выше каскадного фильтра. Один отсчёт отфильтрованного сигнала можно получить из 2500 отсчётов исходного. Составим таблицу (табл. 1) количества операций на каждом каскаде.

Табл. 1. Количество операций на каждом каскаде

	Каскад №1	Каскад №2	Каскад №3	Каскад №4	Каскад №5
Коэффициент децимации	5	5	5	5	4
Размер сигнала на входе (отсчётов)	2500	500	100	20	5
Длина фильтра	20	20	20	20	16
Количество операций	50000	10000	2000	400	80

Итого, для получения одного отсчёта сигнала понадобится 62480 операций умножения с накоплением (это без учёта операций, необходимых для собственно децимации).

Если использовать только один фильтр с такими же параметрами подавления вне полосы пропускания, нелинейностью АЧХ и т.п., то для получения одного отсчёта нам понадобится 25000000 операций умножения с накоплением. Т.е. без учёта децимации получается выигрыш по количеству операций фильтрации в 400 раз.

Совмещение фильтрации с децимацией

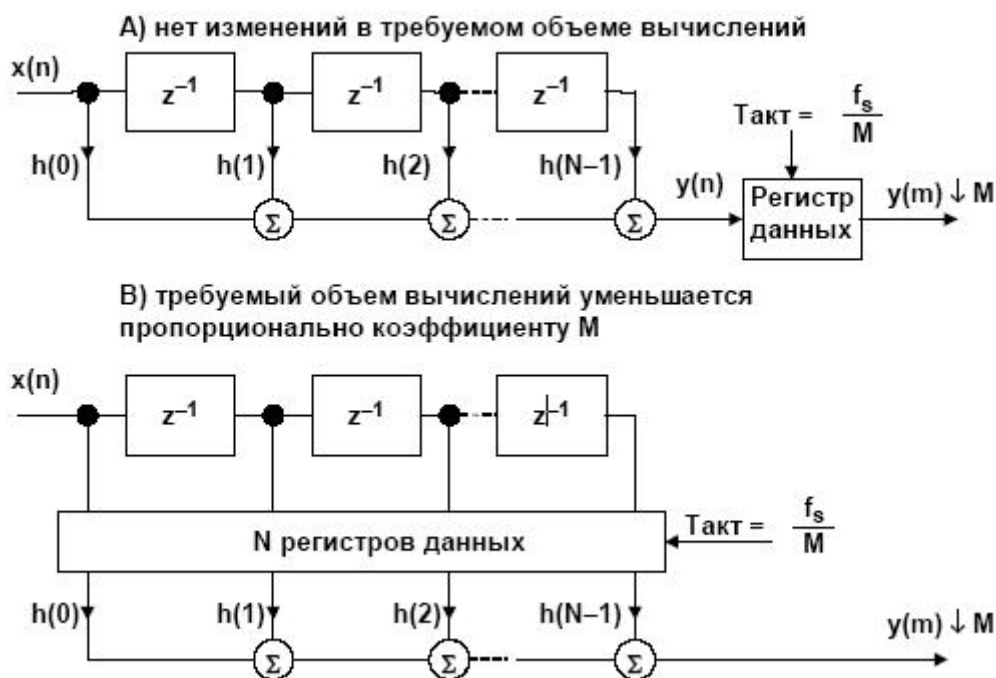


Рис. 5. Децимация, совмещённая с КИХ-фильтрацией

На рис. 5 показана структура системы, выполняющей процедуры фильтрации и децимации последовательно. Данные $y(n)$ с выхода фильтра сохраняются в регистре данных, который стробируется с частотой f_s/M , соответствующей частоте дискретизации после децимации. В данном случае децимация не изменяет объема вычислений, требуемых для реализации цифрового фильтра, то есть фильтр должен вычислять каждый выходной отсчет $y(n)$. Как видно из рисунка, не все отсчёты сигнала, рассчитанные в фильтре, используются после процедуры децимации. Многие из них попросту отбрасываются. Следовательно, можно предложить структуру фильтра, в которой «ненужные» отсчёты сигнала не будут рассчитываться, т.е. на их расчет не будет тратиться дополнительное процессорное время.

На рис. 4 В представлен метод, который может использоваться для увеличения с коэффициентом M вычислительной эффективности КИХ-фильтра. Данные из регистров задержки сохраняются в N регистрах данных, которые стробируются частотой, соответствующей частоте дискретизации после децимации f_s / M . Операции умножения с накоплением в КИХ-фильтре теперь должны выполняться только в каждом M -ом тактовом цикле. Этот выигрыш в эффективности может быть использован для реализации фильтра с большим количеством звеньев и для проведения дополнительных вычислений. С учётом этого модифицируем таблицу 1 (табл. 2).

Табл. 2. Количество операций на каждом каскаде

	Каскад № 1	Каскад № 2	Каскад № 3	Каскад № 4	Каскад № 5
Коэффициент	5	5	5	5	4

дещимации					
Размер сигнала на входе (отсчётов)	2500	500	100	20	5
Длина фильтра	20	20	20	20	16
Количество операций	10000	2000	400	80	20

Общее количество операций по получению 1 отсчёта сигнала получается равным 12500.

Если использовать один децимирующий КИХ-фильтр, то количество операций будет равно $25000000/2500 = 10000$. Таким образом, при использовании децимирующих КИХ-фильтров использование каскадной фильтрации по критерию количества математических операций за единицу времени не целесообразно. Однако метод каскадной фильтрации позволяет экономить такой немаловажный ресурс, как память при реализации цифровой фильтрации на цифровых процессорах обработки сигналов [5], а для реализации в ПЛИС – количество используемых аппаратных умножителей и логических ячеек.

Из выше сказанного следует, что при выделении узкополосного сигнала в ПЭВМ целесообразней использовать один децимирующий КИХ-фильтр, а при реализации цифрового фильтра в ПЛИС с ограниченным числом логических ячеек или на сигнальном процессоре, память которого ограничена по объёму, лучше всего применять каскадную фильтрацию.

Работа выполнена при финансовой поддержке МИНОБРНАУКИ России и Российского фонда фундаментальных исследований.

Список литературы

1. Айфичер Э., Джервис Б. Цифровая обработка сигналов: практический подход: Пер. с англ. – 2-е изд. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 992 с.: ил.
2. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 448 с., ил.
3. Кестер У. Проектирование систем цифровой и смешанной обработки сигналов. – М.: Техносфера, 2010. – 328 с.
4. Солонина А. И., Улахович Д. А., Арбузов С. М., Соловьева Е. Б. Основы цифровой обработки сигналов: Курс лекций. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 768 с.

5. Солонина А. И., Улахович Д. А., Яковлев Л. А.
Алгоритмы и процессоры ЦОС. – СПб.: БХВ-
Петербург, 2001. – 464 с.

Рецензенты:

Водяхо А. И., доктор технических наук, профессор, профессор кафедры ВТ ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)», г. Санкт-Петербург.

Дмитревич Г. Д., доктор технических наук, профессор, профессор кафедры САПР ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)», г. Санкт-Петербург.