

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ШУМА ПИЛЬНЫМ ДИСКОМ ПРИ РЕЗАНИИ ДРЕВЕСИНЫ

Старжинский В.Н.<sup>1</sup>, Завьялов А.Ю.<sup>1</sup>, Совина С.В.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФГОУ ВПО «Уральский государственный лесотехнический университет», Екатеринбург, Россия (620100, г. Екатеринбург, Сибирский тракт, 37), e-mail: [z.artem96@gmail.com](mailto:z.artem96@gmail.com)

Круглопильные станки относятся к разряду наиболее шумного деревообрабатывающего оборудования, уровень звука которого на рабочих местах достигает 110-115 дБА. Основной рабочий орган - круглая пила, которая является основным источником шума станка. Полученные эмпирические зависимости звуковой мощности от переменных параметров процесса резания древесины не дают представления о физической сущности процесса шумообразования. Диск пилы представляет собой круглую пластину, ограниченную двумя концентрическими окружностями, подвергающуюся импульсным нагрузкам в процессе резания древесины. В работе с учетом определенных допущений при аппроксимации силы резания получена зависимость звуковой мощности, излучаемой диском пилы при его колебаниях. Основное влияние на излучаемый шум оказывает толщина диска, число зубьев пилы, коэффициент потерь материала диска и скорость резания.

Ключевые слова: пильный диск, уровень звуковой мощности, колебательная скорость, коэффициент излучения.

## THEORETICAL THESISSES OF NOISE EMISSIONS OF CIRCULAR SAW BLADE DURING WOOD CUTTING

Starzhinsky V.N.<sup>1</sup>, Zavyalov A.Y.<sup>1</sup>, Sovina S.V.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>The Ural State Forest Engineering University, Ekaterinburg, Russia (620100, Sverdlovsk region, Yekaterinburg, Siberian highway, 37), e-mail: [z.artem96@gmail.com](mailto:z.artem96@gmail.com)

Circular saw of woodworking machines is most noisy woodworking equipment. Workplace noise level amount 110-115 dBA. Circular saw blade is principal working unit and the main noise source. Empirical relations of sound power from variable parameters of wood cutting is was deduced, but is do not found a the physical nature of the noise generation process. Relation of sound power from wood cutting parameters is deduced in this scientific paper. This relation is based on solution of equation of circular saw blade vibration under the influence cutting force. Circular saw blade there is round plate with two concentric circles on the sides. Circular saw blade is under impulse pressure during wood cutting. Relations of sound power, emitted circular saw through his vibration, deduced in this work. Is deduced in approximation with some assumptions. Thickness of circular saw blade, sum of sawtooths, coefficient of blade material loss and cutting speed have influence with emission noise.

Key words: circular saw blade, sound power level, vibration speed, emission coefficient.

При разработке мер по снижению шума круглых пил важно знать соотношение между шумом, возникающим от вибрации пильного диска, и шумом от упругих деформаций перерезанных волокон древесины в зоне резания.

Цель настоящей работы – дать теоретический анализ излучения звука (шума) дисковой пилой под действием сил резания.

Диск пилы представляет собой однородную изотропную круглую пластину, ограниченную двумя концентрическими окружностями с радиусами  $r_0$  и  $r_1$ .

Уровень звуковой мощности, излучаемый источником с заданным распределением колебательной скорости, записывается [2]:

$$L_p = L_v + 10 \lg S + 10 \lg \sigma, \text{ дБ}, \quad (1)$$

где  $L_p$  – уровень звуковой мощности (относительно  $10^{-12}$  Вт), дБ;

$L_v$  – средний по площади пилы уровень колебательной скорости (относительно  $5 \cdot 10^{-8}$  м/с);

$s$  – площадь поверхности излучения (диска пилы), м<sup>2</sup>;

$\sigma$  – коэффициент излучения.

Основной вклад в формирование звукового поля вносят изгибные колебания пилы.

Уравнение движения диска пилы в цилиндрических координатах под действием внешней силы запишется [1; 4]:

$$D(1+i\eta_{II})\nabla^4\omega(r,\theta,t)+m_{II}\frac{\partial^2\omega(r,\theta,t)}{\partial t^2}=q(r,\theta,t), \quad (2)$$

где  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$  – цилиндрическая жесткость пилы на изгиб;

$E$  – модуль упругости материала;

$h$  – толщина диска пилы;

$\mu$  – коэффициент Пуассона;

$i = \sqrt{-1}$  – мнимая единица;

$\eta_{II}$  – коэффициент потерь;

$\omega(r,\theta,t)$  – прогиб срединной плоскости пилы;

$m_{II}$  – вес единицы площади диска пилы;

$r, \theta$  – текущая радиальная и угловая координаты точки диска пилы;

$q(r,\theta,t)$  – интенсивность внешней нагрузки;

$\nabla^4 = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right)$  – двойной оператор Лапласа в полярных координатах  $r, \theta$ .

Граничные условия на внутреннем радиусе диска пилы (в месте крепления его зажимными шайбами) при  $r = r_0$  можно представить в виде жесткого закрепления внутреннего контура:  $\omega = 0; \frac{\partial \omega}{\partial r} = 0$ .

Граничные условия на внешнем контуре в процессе пиления будут постоянно меняться от свободных колебаний (как происходит при холостом ходе пилы) до шарнирно-опертого контура и даже до жестко закрепленного контура.

Эти граничные условия можно представить в виде:

1. Для жестко закрепленного внутреннего и внешнего контура при  $r = r_0$  и  $r_1$ ,  $\omega = 0$ ;  $\frac{\partial \omega}{\partial r} = 0$ .
2. Для шарнирно - опертого внешнего контура при  $r = r_1$ ,  $\omega = 0$ ;  $\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} = 0$ .
3. Для свободных колебаний при  $r = r_1$ ,  $Q_r = 0$ ;  $M_r = 0$ .

Решение уравнения (2) будем искать в виде разложения в ряд по фундаментальным функциям, соответствующим формам собственных колебаний диска пилы.

Представим решение однородного уравнения

$$D(1+i\eta_{II})\nabla^4\omega + m_{II}\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2} = 0, \quad (4)$$

в виде:

$$\omega(r, \theta, t) = (A' \cos pt + B' \sin pt)R(r)\Phi(\theta),$$

где  $p = \frac{2\pi}{T}$  – частота собственных колебаний пилы;

$R(r)$  и  $\Phi(\theta)$  – неизвестные функции только  $r, \theta$ ;

$A'$  и  $B'$  – постоянные.

Внесем  $\omega$  в уравнение (4). Получим:

$$\nabla^4 R\Phi - p^2 \frac{m_{II}}{D(1+i\eta_{II})} R\Phi = 0. \quad (5)$$

Обозначим:

$$p^2 \frac{m_{II}}{D(1+i\eta_{II})} = k^4.$$

Получим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + m^2 \Phi = 0; & (6) \\ (\nabla_1^2 + k^2)(\nabla_1^2 - k^2)R = 0, & (7) \end{cases}$$

где

$$\nabla_1^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2},$$

где  $m$  – число узловых диаметров.

Решая уравнение (6) и удовлетворяя граничным условиям (3), найдем:

$$\Phi = b \sin m\theta, \quad (8)$$

где  $m = (1, 2, \dots)$ ,

$b$  – постоянная величина.

Общее решение уравнения (7) запишется:

$$R = A_{mj} J_m(k_j r) + B_{mj} N_m(k_j r) + C_{mj} I_m(k_j r) + D_{mj} K_m(k_j r), \quad (9)$$

где  $J_m(k_j r)$ ,  $N_m(k_j r)$  – функции Бесселя  $m$ -го порядка первого и второго рода соответственно;

$I_m(k_j r)$ ,  $K_m(k_j r)$  – функции Бесселя мнимого аргумента;

$j = 1, 2, \dots$  – число условных окружностей.

Постоянные  $A_{mj}$ ,  $B_{mj}$ ,  $C_{mj}$ ,  $D_{mj}$  и  $k_j$  для данного  $m$  определяются из граничных условий. Удовлетворение граничным условиям приводит к частотному уравнению, из которого для заданного числа узловых диаметров  $m$  определяется бесчисленное множество корней  $p_{mj}(r)$ .

Общее решение однородного уравнения (4) запишется в виде

$$\omega(r, \theta, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} (A_{mj}'' \cos p_{mj} t + B_{mj}'' \sin p_{mj} t) \sin m\theta \cdot R_{mj}(r). \quad (10)$$

Постоянные  $A_{mj}''$  и  $B_{mj}''$  определяются из начальных условий. Перейдем теперь к интегрированию основного дифференциального уравнения (2). Нагрузку, действующую на диск пилы в первом приближении, можно аппроксимировать действием периодических импульсов с периодом  $T_0$  (рис.1):  $I = P \times r$ ,

где 
$$T_0 = \frac{60}{nz}, \quad (11)$$

$n$  – число оборотов диска пилы в минуту;

$z$  – число зубьев пилы.

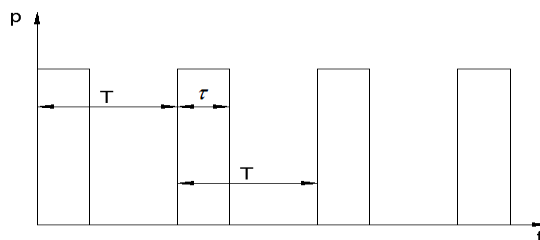


Рис. 1. График изменения нагрузки во времени

Для получения условия ортогональности в уравнении (7) сделаем замену переменных (2):

$$r = e^x, \quad R = W(x)e^x. \quad (12)$$

Это дает:

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} - 2(1+m^2) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + [(m^2-1)^2 - k^4 e^{4x}] W = 0. \quad (13)$$

Пусть  $W_u$  и  $W_j$  являются решениями уравнения (13) при данном числе узловых диаметров. Тогда можно записать:

$$W_u^{IV} - 2(1+m^2)W_u'' + [(m^2-1)^2 - k^4 e^{4x}]W_u = 0$$

и

$$W_j^{IV} - 2(1+m^2)W_j'' + [(m^2-1)^2 - k^4 e^{4x}]W_j = 0.$$

Умножив первое равенство на  $W_j$ , второе на  $W_u$ , вычтя из первого второе и интегрируя по  $x$  в пределах от  $x_0 = \ln r_0$  до  $x_1 = \ln r_1$ , получим:

$$(k_u - k_j) \int_{x_0}^{x_1} W_u W_j e^{4x} dx = [W_u^{IV} W_j - W_u W_j^{IV} + W_u' W_j'' - W_u'' W_j' + 2(1+m^2)(W_u W_j' - W_u' W_j)]_{x=x_0}^{x=x_1}. \quad (14)$$

Возвращаясь к переменной  $r$  и функции  $R(r)$ , с учетом граничных условий найдем:

$$\int_{r_0}^{r_1} r R_{mu} R_{mj} dr = 0 \quad (u \neq j).$$

Это есть условие ортогональности функций  $R_{mj}(r)$ . Разделим (14) на  $k_u^4 - k_j^4$  и перейдем к пределу при  $u \rightarrow j$ . Тогда получим с учетом граничных условий:

$$\|R^2\| = \int_{r_0}^{r_1} r R_{mj}^2 dr = \left[ \frac{r(R_{mj}')^2}{4k_j} \right]_{r=r_0}^{r=r_1}.$$

Решение уравнения (2) будем искать в виде:

$$\omega(r, \theta, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \omega_{mj}(t) R \Phi. \quad (15)$$

Разложим нагрузку  $q(r, \theta, t)$  в двойной ряд по функциям  $R$  и  $\theta$ . Ортогональность этих функций доказана, поэтому такое разложение возможно:

$$q(r, \theta, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} R \Phi \frac{\int_0^{r_1} \int_0^{2\pi} q(r, \theta, t) r R \Phi dr d\theta}{\|R^2\| = \int_0^{2\pi} \Phi^2 \theta r}.$$

Подстановка этого ряда в уравнение (2) дает нам следующее уравнение для нахождения  $\omega_{mj}(t)$ :

$$\omega_{mj} + p_{mj}^0 \omega = \varphi_{mj}, \quad (16)$$

где

$$P_{mj}^0 = p_{mj}(1 + i\eta_{II});$$

$$\varphi_{mj} = \frac{2}{\alpha m_{II}} \frac{\int_{r_0}^{r_1} \int_0^{2\pi} q(r, \theta, t) r R \Phi \, dr \, d\theta}{\|R^2\|}.$$

При нагрузке в виде импульсов целесообразно применение операционного метода решения [2; 3]. При помощи единичной функции

$$\sigma_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ 1 & \text{при } t > 0 \end{cases}$$

график нагрузки записывается в виде:

$$f(t) = P[\sigma_0(t) - \sigma_0(t - \tau) + \sigma_0(t - T) - \sigma_0(t - T - \tau) + \dots].$$

Поэтому:

$$\varphi_{mj} = L_{mj} f(t).$$

$$L_{mj} = \frac{2}{\|R^2\| 2\pi m_{II}} R_{mj}(\bar{r}) \Phi(\bar{\theta}),$$

где  $\bar{r}$  и  $\bar{\theta}$  – координаты точки приложения импульсов.

Пусть начальные условия будут:

$$\dot{\omega}_0 = \dot{\omega}(r, \theta, 0)$$

$$\omega_0 = \omega(r, \theta, 0).$$

Изображение уравнения (16) запишется в виде:

$$\omega_{mj}(p) = \frac{p^2 \omega_0 + p \dot{\omega}_0}{p^2 + p_{mj}^{02}} + \frac{L_{mj}}{p^2 + p_{mj}^{02}} \cdot \frac{1}{1 - e^{-pT}}, \quad (17)$$

где  $p$  – оператор Лапласа.

Нас интересует не полное решение уравнения (16), а лишь его периодическая часть, для которой  $\omega_{mj}(t) = \omega_{mj}(t - nT)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) и соответствующее установившимся чисто вынужденным колебаниям. Для отыскания периодического решения нужно так определить  $\omega_0$ , чтобы начальная функция  $v_{mj} \leftarrow U_{mj}(p)$  обращалась тождественно в нуль при  $t > T$ , где:

$$U_{mj}(p) = \frac{p^2 \omega_0 + p \dot{\omega}_0}{p^2 + p_{mj}^{02}} (1 - e^{-pT}) + \frac{PL_{mj}p}{p^2 + p_{mj}^{02}};$$

$$v_{mj}(t) = \cos p_{mj}^0 t \left[ \omega_0 (1 - \cos p_{mj}^0 T) + \frac{\dot{\omega}_0}{p_{mj}^0} \sin p_{mj}^0 T \right] + \sin p_{mj}^0 t \left[ -\omega_0 \sin p_{mj}^0 T + \frac{\dot{\omega}_0}{p_{mj}^0} (1 - \cos p_{mj}^0 T) + \frac{PL_{mj}}{p_{mj}^0} \right]$$

Отсюда имеем:

$$\omega_0 = \frac{pL_{mj}}{2p_{mj}} \operatorname{ctg} \frac{p_{mj}^0 T}{2}; \quad \dot{\omega}_0 = -\frac{pL_{mj}}{2}.$$

Подставляя значение  $\omega_0$  и  $\dot{\omega}_0$  в уравнение (17) и находя начальную функцию  $v(t)$  при  $0 < t < T$ , получим искомое периодическое решение:

$$\omega_{mj}(t) = \frac{pL_{mj}}{2p_{mj}} \frac{\cos p_{mj}^0 \left( t - \frac{T}{2} \right)}{\sin \frac{p_{mj}^0 T}{2}}.$$

Выражение для скоростей чисто вынужденных колебаний пилы под действием периодических импульсов запишется:

$$\dot{\omega} = \frac{I}{2\pi m_{\Pi} \|R^2\|} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} R(\bar{r}) \Phi(\bar{\theta}) R \Phi \frac{\sin p_{mj}^0 \left( t - \frac{T}{2} \right)}{\sin \frac{p_{mj}^0 T}{2}}, \quad (18)$$

Средние значения квадратов абсолютных величин скоростей смещений диска пилы за промежуток времени между двумя импульсами сил при частоте колебаний  $f_{mj} = \frac{p_{mj}}{2\pi}$  подставляем в формулу (1). Избавляясь от величин  $\cos p_{mj}^0 T$  и  $\sin p_{mj}^0 T$  способом В.И. Заборова [2], заменив массу единицы площади  $m_{\Pi}$  произведением  $q_{\Pi} h$  ( $q_{\Pi}$  - плотность материала диска пилы), получим величину уровня звуковой мощности, излучаемой пилой на частоте  $f_{mj}$ :

$$L_p = 10 \lg \frac{I^2 R^2(\bar{r}) \Phi^2(\bar{\theta}) \int R^2(r) n z}{4\pi^2 m_{\Pi}^2 \|R^2\|^2 q_{\Pi}^{1.5} h^3 E^{0.5} \eta_{\Pi}} + 10 \lg \sigma + 10 \lg S, \text{ дБ}. \quad (19)$$

Хотя в замкнутом виде получить абсолютные значения излучаемой звуковой мощности пилой на частоте  $f_{mj}$  из-за сложности математического аппарата по определению колебательной скорости не удалось, анализ уравнения (19) позволяет сделать некоторые важные выводы.

Как видно из формулы (19), для двух пил с одинаковыми размерами в плане основное значение для излучения шума пилой имеет толщина пилы. Увеличение толщины пильного диска в 2 раза дает снижение уровня шума примерно на 9 дБ.

Снижение числа зубьев пилы в 2 раза приводит к снижению уровня шума на 3 дБ. Такого же снижения уровня можно добиться увеличением коэффициента потерь в 2 раза и снижением скорости резания.

Влияние площади поверхности пилы на излучаемую звуковую мощность подтверждает полученную ранее зависимость в работе [5]: изменение площади в 2 раза дает изменение уровня звука на 3 дБ.

Слагаемое  $10 \lg \sigma$  в формуле (19) определяет механизм перехода вибраций диска в акустическую энергию шума.

Влияние этого слагаемого требует дополнительного самостоятельного исследования и составляет предмет следующей статьи.

### Список литературы

1. Голоскоков Е.Г. Филиппов А.П. Нестационарные колебания механических систем. – Киев : Наукова думка, 1966.
2. Заборов В.И. Теория звукоизоляции ограждающих конструкций. - М. : Стройиздат, 1969. – 185 с.
3. Лурье А.И. Операционное исчисление и его приложения к задачам механики. – М. : Гостеортехиздат, 1951.
4. Огибалов П.М. Изгиб, устойчивость и колебание пластинок. – М. : Издательство Московского университета, 1958.
5. Старжинский В.Н. К вопросу снижения шума круглых пил / В.Н. Старжинский, Д.Р. Гагарин // Деревообработка: технологии, оборудование, менеджмент XXI века. Труды VI международного Евразийского симпозиума / Урал. гос. лесотехн. ун-т. – Екатеринбург, 2011. – С. 335-338.

### Рецензенты:

Санников Александр Александрович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Машины и оборудование целлюлозно-бумажного производства» ФГБОУ ВПО «Уральский государственный лесотехнический университет», г. Екатеринбург.

Пашков Валентин Кузьмич, доктор технических наук, профессор кафедры «Станки и инструменты» ФГБОУ ВПО «Уральский государственный лесотехнический университет», г. Екатеринбург.