

ПАРАМЕТРЫ СКИН-СЛОЯ МАССИВНЫХ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ПРОВОДНИКОВ В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ ПРИ СИНУСОИДАЛЬНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Носов Г.В.¹, Косилова Д.Ю.¹

¹ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», Томск, Россия (634050, г. Томск, ГСП пр. Ленина, 30), e-mail: nosov@tpu.ru

Предложена методика определения параметров скин-слоя массивных ферромагнитных проводников с учетом их нагрева и нелинейных магнитных свойств, которая может использоваться для инженерного расчета ферромагнитных электромагнитных экранов, роторов электромашинных генераторов и нагреваемых деталей в устройствах индукционного нагрева. Кривая намагничивания представляется ломаной линией, причем поверхностный слой проводника разбивается на несколько слоев с постоянными значениями дифференциальной магнитной проницаемости, температуры и удельной проводимости. Для каждого слоя получившаяся линейная задача решается аналитически по известным уравнениям диффузии синусоидального электромагнитного поля в проводящее полупространство. При этом определяются мощность тепловых потерь, магнитный поток, магнитная энергия и температура при адиабатном нагреве. Полученные параметры позволяют найти эквивалентную толщину скин-слоя с усредненной температурой, сопротивление и внутреннюю индуктивность массивного проводника.

Ключевые слова: скин-слой, параметры, массивный, ферромагнитный, проводник, адиабатный нагрев.

PARAMETERS OF THE SKIN-LAYER OF MASSIVE FERROMAGNETIC CONDUCTORS IN STEADY STATE WITH SINUSOIDAL ELECTROMAGNETIC FIELD

Nosov G.V.¹, Kosilova D.Y.¹

¹Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia (634050, Tomsk, Lenin Prospect, 30), e-mail: nosov@tpu.ru

A method for determining the parameters of the skin-layer of massive ferromagnetic conductors with their heating and non-linear magnetic properties, which can be used for engineering calculations ferromagnetic electromagnetic screens, rotors of dynamo-electric generators and the heated parts in the induction heating devices. The magnetization curve represented by a broken line, wherein the surface conductor layer is divided into several layers with constant values of the differential magnetic permeability, temperature and conductivity. For each layer, the resulting linear problem is solved analytically for the known diffusion equations of sinusoidal electromagnetic field in the conducting half-space. This determines the power loss of heat, magnetic flux, magnetic energy and temperature under adiabatic heating. The obtained parameters allow to find the equivalent thickness of the skin-layer with the average temperature, resistance and internal inductance of a massive conductor.

Key words: skin-layer, parameters, massive, ferromagnetic, conductor, adiabatic heating.

Введение

При проектировании и оптимизации многих электрофизических устройств, работающих в переменном электромагнитном поле (ЭМП), возникает необходимость расчета их параметров с учетом проникновения (диффузии) ЭМП в массивные ферромагнитные проводники. Такими проводниками могут быть электромагнитные экраны, роторы электромашинных генераторов и нагреваемые детали в устройствах индукционного нагрева. В настоящее время при расчете диффузии ЭМП широкое применение получили численные методы прямого решения уравнений электродинамики. Однако такое решение приводит к чрезмерно большим затратам машинного времени и во многих случаях затрудняет анализ влияния ЭМП на такие параметры проводников, как сопротивление, индуктивность, глубина

проникновения ЭМП в проводник и температура. Исследования существенно упрощаются с использованием параметров поверхностного слоя (скин-слоя) проводников [1–5]. Поэтому расчет параметров скин-слоя массивных ферромагнитных проводников с учетом их нагрева и нелинейных магнитных свойств представляется актуальной задачей.

Цель данной работы заключается в получении формул для инженерного расчета параметров скин-слоя массивных ферромагнитных проводников в установившемся режиме при синусоидальном ЭМП.

Допущения

Для получения расчетных формул сделаем следующие допущения.

1. Известную кривую намагничивания $Bc(Hc)$ как нелинейную зависимость магнитной индукции Bc от магнитной напряженности Hc ферромагнитного (стального) проводника приближенно заменим совокупностью прямолинейных отрезков (рис. 1), каждый из которых на интервале изменения напряженности $Hc_k \leq Hc \leq Hc_{k+1}$ и индукции $Bc_k \leq Bc \leq Bc_{k+1}$ ($k = 0, 1, 2..n$) запишется так:

$$Bc = Bc_k + \frac{Bc_{k+1} - Bc_k}{Hc_{k+1} - Hc_k} (Hc - Hc_k), \quad (1)$$

при постоянной дифференциальной магнитной проницаемости

$$\mu d_{k+1} = \frac{dBc}{dHc} = \frac{Bc_{k+1} - Bc_k}{Hc_{k+1} - Hc_k} \quad (2)$$

и изменяющейся статической магнитной проницаемости

$$\mu c(Hc) = \frac{Bc}{Hc} = \mu d_{k+1} + \frac{Bc_k Hc_{k+1} - Bc_{k+1} Hc_k}{(Hc_{k+1} - Hc_k) Hc}. \quad (3)$$

2. Поверхностный слой проводника представим в виде совокупности n -слоев, причем в каждом $(k+1)$ -слое, согласно рис. 1, амплитуда магнитной напряженности Hc изменяется от Hc_k до Hc_{k+1} при постоянной дифференциальной магнитной проницаемости μd_{k+1} . При этом координате z_k соответствует амплитуда напряженности Hc_k , а координате z_{k+1} – амплитуда напряженности Hc_{k+1} , причем координаты z_k и z_{k+1} отсчитываются от поверхности проводника.

3. Каждый $(k+1)$ -слой проводника имеет постоянную удельную проводимость [5]

$$\gamma_{k+1} = \frac{\gamma_0}{1 + \alpha(\theta_{k+1} - \theta_0) + \beta(\theta_{k+1} - \theta_0)^2} \quad (4)$$

при постоянной усредненной температуре этого слоя θ_{k+1} и постоянных температурных коэффициентах α и β , причем γ_0 – удельная проводимость при температуре θ_0 , которая была у проводника до воздействия ЭМП.

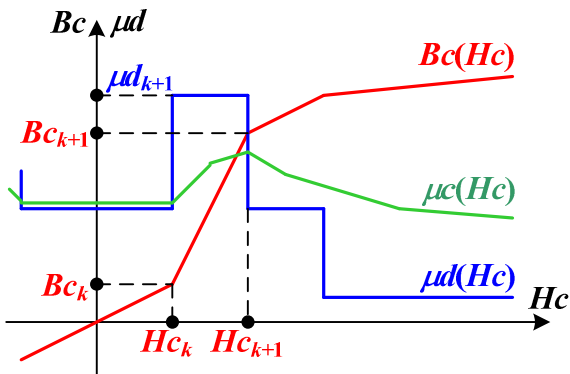


Рис. 1. Характерные графики зависимостей магнитной индукции $B_c(H_c)$, статической $\mu_c(H_c)$ и дифференциальной $\mu_d(H_c)$ магнитных проницаемостей ферромагнитного проводника от магнитной напряженности H_c

4. Нагрев каждого $(k+1)$ -слоя проводника происходит адиабатно (без учета теплоотдачи в окружающую среду) при постоянной удельной теплоемкости C_T и постоянной объемной плотности ρ проводника [5].

5. Для всего поверхностного слоя проводника введем постоянные эквивалентные параметры: толщина скин-слоя Δ , статическая магнитная проницаемость μ , удельная проводимость γ и температура θ .

6. Размеры массивных проводников и радиусы кривизны их поверхности существенно превосходят глубину проникновения в них ЭМП, поэтому будем исходить из представления о плоской одномерной электромагнитной волне, проникающей в проводящее полупространство перпендикулярно его поверхности и полностью затухающей в его теле [2; 4].

Методика расчета

Совместим границу проводящего полупространства с плоскостью xOy в декартовой системе координат (рис. 2), так что для плоской одномерной электромагнитной волны векторы напряженностей электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей имеют по одной составляющей [1; 4]:

$$\vec{E} = E_x(z, t) \cdot \vec{1}_x; \quad \vec{H} = H_y(z, t) \cdot \vec{1}_y;$$

причем это касается и вектора магнитной индукции

$$\vec{B} = B_y(z, t) \cdot \vec{1}_y,$$

где $\vec{1}_x, \vec{1}_y$ – единичные векторы, направленные по осям x и y соответственно.

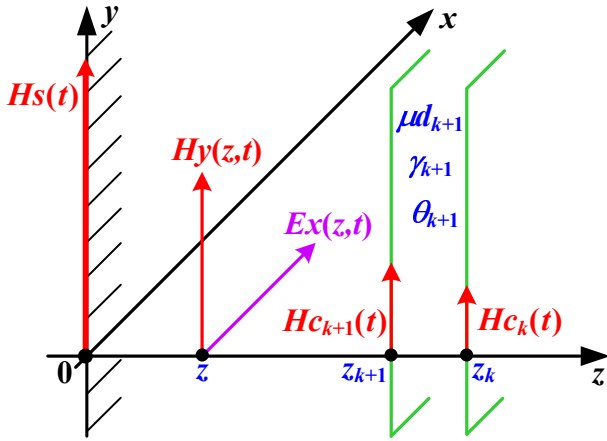


Рис. 2. Расчетная модель проводящего полупространства

В этом случае процесс проникновения ЭМП в $(k+1)$ -слой проводника описывается следующим уравнением [1; 2; 4]

$$\frac{\partial^2 H_{y_{k+1}}(z, t)}{\partial z^2} = \gamma_{k+1} \frac{\partial B_{y_{k+1}}(z, t)}{\partial t} = \gamma_{k+1} \frac{\partial B_{y_{k+1}}(z, t)}{\partial H_{y_{k+1}}(z, t)} \cdot \frac{\partial H_{y_{k+1}}(z, t)}{\partial t} = \mu d_{k+1} \gamma_{k+1} \frac{\partial H_{y_{k+1}}(z, t)}{\partial t} \quad (5)$$

при плотности тока

$$\delta x_{k+1}(z, t) = \gamma_{k+1} E_{x_{k+1}}(z, t) = - \frac{\partial H_{y_{k+1}}(z, t)}{\partial z}. \quad (6)$$

Примем, что при $z \rightarrow \infty$ электромагнитная волна полностью затухает, тогда граничные условия имеют вид (рис. 2):

$$H_{y_n}(0, t) = H_s(t); H_{y_{k+1}}(z_{k+1}, t) = H_{c_{k+1}}(t); H_{y_{k+1}}(z_k, t) = H_{c_k}(t); H_{y_0}(\infty, t) = 0; \delta x_0(\infty, t) = 0, \quad (7)$$

причем для синусоидально изменяющегося во времени электромагнитного поля имеем синусоидальные магнитные напряженности:

$$H_s(t) = H_{c_n} \sin(\omega t + \varphi_n); H_{c_{k+1}}(t) = H_{c_{k+1}} \sin(\omega t + \varphi_{k+1}); H_{c_k}(t) = H_{c_k} \sin(\omega t + \varphi_k). \quad (8)$$

На основании уравнений (5–8) согласно [2] для $(k+1)$ -слоя находим магнитную напряженность:

$$H_{y_{k+1}}(z, t) = H_{c_{k+1}} \exp\left[-(z - z_{k+1})/\Delta_{k+1}\right] \cdot \sin\left[\omega t - (z - z_{k+1})/\Delta_{k+1} + \varphi_{k+1}\right] \quad (9)$$

и плотность тока:

$$\delta x_{k+1}(z, t) = \frac{\sqrt{2} H_{c_{k+1}}}{\Delta_{k+1}} \exp\left[-(z - z_{k+1})/\Delta_{k+1}\right] \cdot \sin\left[\omega t - (z - z_{k+1})/\Delta_{k+1} + \varphi_{k+1} + 0,25\pi\right], \quad (10)$$

где:

$$\Delta_{k+1} = \sqrt{\frac{2}{\mu d_{k+1} \gamma_{k+1} \omega}}. \quad (11)$$

Из соотношений (7–9) для магнитной напряженности $Hc_k(t)$ получаем координату, начальную фазу и толщину $(k+1)$ -слоя соответственно:

$$z_k = z_{k+1} + \Delta_{k+1} \ln\left(\frac{Hc_{k+1}}{Hc_k}\right); \varphi_k = \varphi_{k+1} - \ln\left(\frac{Hc_{k+1}}{Hc_k}\right); d_{k+1} = z_k - z_{k+1} = \Delta_{k+1} \ln\left(\frac{Hc_{k+1}}{Hc_k}\right), \quad (12)$$

причем для поверхностного n -слоя при $n = k + 1$; $z_n = 0$; $z_{n-1} = z_k$ имеем:

$$Hy_n(z, t) = Hc_n \exp[-z/\Delta_n] \cdot \sin[\omega t - z/\Delta_n + \varphi_n]; \quad (13)$$

$$z_{n-1} = \Delta_n \ln\left(\frac{Hc_n}{Hc_{n-1}}\right); \varphi_{n-1} = \varphi_n - \ln\left(\frac{Hc_n}{Hc_{n-1}}\right); d_n = \Delta_n \ln\left(\frac{Hc_n}{Hc_{n-1}}\right). \quad (14)$$

Далее на основании (3, 9) для $(k+1)$ -слоя находим магнитную индукцию:

$$By_{k+1}(z, t) = \mu c(|Hy_{k+1}(z, t)|) \cdot Hy_{k+1}(z, t). \quad (15)$$

С учетом (10, 11) определим среднюю мощность тепловых потерь в $(k+1)$ -слое проводника [2; 4]:

$$P_{k+1} = \frac{l_x l_y}{T} \int_0^T \left[\int_{z_{k+1}}^{z_k} \frac{\delta x_{k+1}(z, t)^2}{\gamma_{k+1}} dz \right] dt = \frac{(Hc_{k+1}^2 - Hc_k^2)}{2\gamma_{k+1} \Delta_{k+1}} l_x l_y, \quad (16)$$

где l_x и l_y – размеры проводника по осям x и y соответственно (рис. 2);

$T = 2\pi/\omega$ – период.

При адиабатном нагреве $(k+1)$ -слоя можно записать уравнение [5]:

$$P_{k+1} \approx C_T \rho \frac{(\theta_{k+1} - \theta_0)}{\tau} l_x l_y (z_k - z_{k+1}), \quad (17)$$

тогда с учетом (11, 12, 16, 17) при длительности воздействия ЭМП $\tau = mT$ получаем усредненную температуру этого слоя:

$$\theta_{k+1} \approx \theta_0 + \frac{m\pi\mu d_{k+1}(Hc_{k+1}^2 - Hc_k^2)}{2\rho C_T \ln\left(\frac{Hc_{k+1}}{Hc_k}\right)}, \quad (18)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$ – число периодов T напряженностей (8).

Таким образом, зная температуру (18), по формуле (4) можно рассчитать удельную проводимость $(k+1)$ -слоя и мощность тепловых потерь (16).

Затем определим для $(k+1)$ -слоя усредненные максимальные значения магнитного потока:

$$\Phi_{k+1} \approx 0,5(Bc_{k+1} + Bc_k) l_x d_{k+1} = 0,5(Bc_{k+1} + Bc_k) l_x \Delta_{k+1} \ln\left(\frac{Hc_{k+1}}{Hc_k}\right) \quad (19)$$

и магнитной энергии:

$$W_{k+1} \approx 0,5(Bc_{k+1} + Bc_k)l_x l_y \int_{z_{k+1}}^{z_k} Hc_{k+1} \exp\left[-\frac{z - z_{k+1}}{\Delta_{k+1}}\right] dz =$$

$$= 0,5(Bc_{k+1} + Bc_k)(Hc_{k+1} - Hc_k)\Delta_{k+1}l_x l_y$$
(20)

Для расчета эквивалентных параметров всего скин-слоя проводника $\Delta, \mu, \gamma, \theta$ с учетом (16, 17) найдем суммарную мощность тепловых потерь в скин-слое толщиной Δ :

$$P = \sum P_{k+1} \approx C_T \rho \frac{(\theta - \theta_0)}{\tau} \Delta l_x l_y$$
(21)

и на основании (12, 18) определим температуру этого слоя:

$$\theta = \frac{1}{\Delta} \sum (\theta_{k+1} d_{k+1}).$$
(22)

Из (21) и (22) при $\tau = mT$ находим эквивалентную толщину скин-слоя:

$$\Delta = \frac{1}{\theta_0} \left[\sum (\theta_{k+1} d_{k+1}) - \frac{P\tau}{\rho C_T l_x l_y} \right].$$
(23)

После расчета (23) и (22) определяем по (4) удельную проводимость скин-слоя Δ :

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + \alpha(\theta - \theta_0) + \beta(\theta - \theta_0)^2}.$$
(24)

Далее с учетом (19, 20) для скин-слоя толщиной Δ найдем усредненное максимальное значение магнитной индукции:

$$B_m = \frac{1}{\Delta l_x} \sum \Phi_{k+1},$$
(25)

а из уравнения для максимальной магнитной энергии

$$W_m = \sum W_{k+1} = \frac{B_m^2}{2\mu} \Delta l_x l_y$$
(26)

получим формулу для расчета эквивалентной статической магнитной проницаемости:

$$\mu = \frac{B_m^2}{2W_m} \Delta l_x l_y.$$
(27)

Если по проводнику вдоль оси x (рис. 2) проходит синусоидальный ток с амплитудой $I_m = H_m l_y$ при максимальной магнитной напряженности на его поверхности $H_m = Hc_n$, тогда из уравнений для мощности (21) и магнитной энергии (26)

$$P = 0,5I_m^2 R; W = 0,5I_m^2 L$$
(28)

найдем сопротивление R и внутреннюю индуктивность L проводника:

$$R = \frac{2\sum P_{k+1}}{H_m^2 l_y^2}; L = \frac{2\sum W_{k+1}}{H_m^2 l_y^2}.$$
(29)

Результаты расчета

По формулам (1–29) проведены расчеты параметров массивного проводника из малоуглеродистой стали [1; 5]: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (Гн/м); $\theta_0 = 20$ (°C); $\gamma_0 = 7 \cdot 10^6$ (См/м); $\alpha = 0,0055$ (1/°C); $\beta = 9 \cdot 10^{-6}$ (1/°C²); $\rho = 7800$ (кг/м³); $C_T = 500$ (Дж/кг·°C); $l_x = l_y = 1$ (м); $\omega = 31400$ (1/с); $T = 0,2$ (мс); $m = 50000$; $\tau = 10$ (с). Исходные и рассчитанные параметры массивного проводника из малоуглеродистой стали приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры массивного проводника из малоуглеродистой стали при частоте $f=5000$ (Гц)

$k+1$	–	1	2	3	4	5	6	7
Bc_{k+1}	Тл	0,1	0,5	1	1,3	1,5	2	2,3
Hc_{k+1}	А/м	100	200	500	1000	2000	10000	20000
$\mu d_{k+1}/\mu_0$	–	796	3183	1326	477	159	50	24
θ_{k+1}	°C	20,04	23,49	27,69	33,07	37,43	95,08	281,48
γ_{k+1}	МСм/м	7	6,87	6,71	6,52	6,37	4,78	2,29
Δ_{k+1}	мм	0,095	0,048	0,075	0,128	0,224	0,461	0,962
d_{k+1}	мм	∞	0,033	0,069	0,088	0,155	0,743	0,667
z_{k+1}	мм	1,755	1,722	1,653	1,565	1,410	0,667	0
P_{k+1}	Вт	7,491	45,371	207,364	450,825	1053	21750	68010
Φ_{k+1}	мВб	0,022	0,01	0,052	0,102	0,217	1,300	1,434
W_{k+1}	мДж	0,477	1,444	17	73	313	6461	20686
P	W_m	B_m	μ/μ_0	γ	θ	Δ	R	L
Вт	Дж	Тл	–	МСм/м	°C	мм	мкОм	мкГн
91520	27,552	1,429	65	4,14	126,92	2,195	457,6	0,138

На рис. 3 для $\varphi_n = 0,5\pi$ и различных моментов времени приведены расчетные графики зависимостей напряженности (a) и индукции (b) от глубины проникновения z ЭМП.

Заключение

1. Предложена методика определения параметров скин-слоя массивных ферромагнитных проводников с учетом их нагрева и нелинейных магнитных свойств, которая может использоваться для инженерного расчета ферромагнитных электромагнитных экранов, роторов электромашинных генераторов и нагреваемых деталей в устройствах индукционного нагрева.

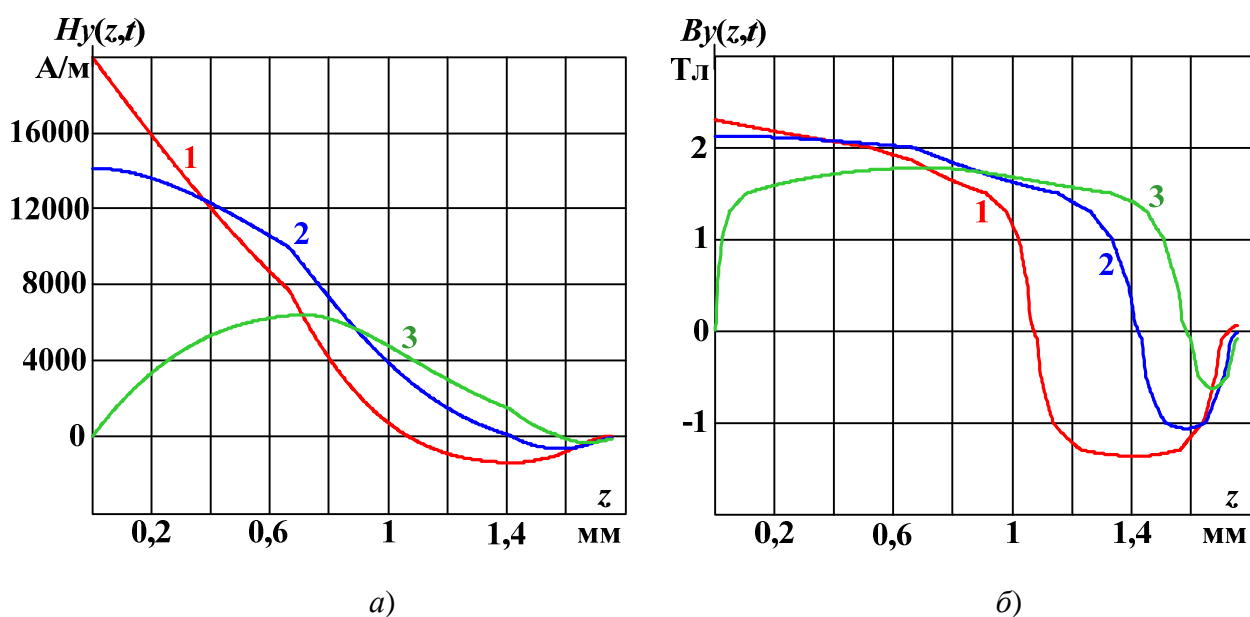


Рис. 3. Расчетные графики зависимостей напряженности (а) и индукции (б) от глубины проникновения z ЭМП в ферромагнитный проводник: 1 – $t = 0$; 2 – $t = T/8$; 3 – $t = T/4$

2. Температура поверхностного слоя при адиабатном нагреве не зависит от удельной проводимости проводника и определяется дифференциальной магнитной проницаемостью, удельной теплоемкостью и объемной плотностью проводника, а также максимальными значениями магнитной напряженности и числом периодов её изменения.

3. Для поверхностного слоя с увеличением максимальной магнитной напряженности возрастают мощность тепловых потерь, магнитный поток, магнитная энергия и температура.

Список литературы

1. Кувалдин А.Б. Индукционный нагрев ферромагнитной стали. – М. : Энергоатомиздат, 1988. – 200 с.
2. Немков В.С., Демидович В.Б. Теория и расчет устройств индукционного нагрева. – Л. : Энергоатомиздат, 1988. – 280 с.
3. Петров С.Р. Расчет эквивалентных параметров скин-слоя с учетом джоулева нагрева // Электричество. – 1987. – № 6. – С. 61-63.
4. Теоретические основы электротехники: в 3-х т. – 4-е изд. / К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Корвкин, В.Л. Чечурин. – СПб. : Питер, 2003. – Т. 3. - 377 с.
5. Теория электрических аппаратов / под ред. Г.Н. Александрова. – М. : Высшая школа, 1985. – 312 с.

Рецензенты:

Усов Юрий Петрович, д.т.н., профессор кафедры ЭСиЭ ЭНИН ФГБОУ ВПО «НИ ТПУ», Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск.
 Канев Федор Юрьевич, д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник Института оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, г. Томск.