

УДК [637.1:66.063.94]:004

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА МЕМБРАННОГО КОНЦЕНТРИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ИНФОРМАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Лобасенко Б. А., Шушпанников А. С., Котляров Р. В.

ФГБОУ ВПО «Кемеровский технологический институт пищевой промышленности», Кемерово, Россия (650056, Кемерово, б-р Строителей, 47), e-mail: antt_sh@mail.ru

Рассмотрены особенности информационного (кибернетического) моделирования. Предложена математическая модель процесса мембранного концентрирования молочных сред в ультрафильтрационном аппарате с отводом поляризационного слоя, разработанная на основе методов информационного моделирования и методики, включающей: анализ процесса как объекта моделирования и выявление основных входных и выходных параметров объекта, выбор вида входных воздействий, структурную идентификацию объекта моделирования, выбор критерия близости (функции невязки), определение значений параметров модели (параметрическую идентификацию), проверку адекватности и непротиворечивости модели. Описаны устройство и принцип работы ультрафильтрационного аппарата с отводом поляризационного слоя. Математическая модель процесса мембранного концентрирования реализована программными средствами. Приведены результаты оценки адекватности и непротиворечивости модели экспериментальным данным, на основе которых сделаны выводы о точности математической модели.

Ключевые слова: моделирование, математическая модель, передаточная функция, мембранное концентрирование.

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL OF MEMBRANE CONCENTRATION PROCESS BASED ON INFORMATION MODELING METHODS

Lobasenko B. A., Shushpannikov A. S., Kotlyarov R. V.

Kemerovo Institute of Food Science and Technology, Kemerovo, Russia (650056, Kemerovo, Boulevard Stroiteley, 47), e-mail: antt_sh@mail.ru

Features of information (cyber) modeling is proposed. The mathematical model of process of membrane concentration of dairy products in the ultrafiltrational apparatus with removing of a polarization layer developed on the basis of methods of information modeling and a technique including: process analysis as object of modeling and identification of the base input and output parameters of object, choice of a type of input, structural identification of object of modeling, choice of criterion of proximity (residual function), determination of values of parameters of model, assessment of adequacy and consistency of model is offered. The device and principle of work of the ultrafiltrational apparatus with removing of a polarization layer are described. The mathematical model of process of concentration is implemented by means of software. Results of an assessment of adequacy and consistency of model to experimental data are given. Conclusions about the accuracy of mathematical model are done.

Keywords: modeling, mathematical model, transfer function, membrane concentration.

Введение

Исследование характеристик любой системы математическими методами сводится к ее формализации, т.е. к построению математической модели. Вид математической модели зависит от природы реального объекта, от задач исследования объекта, от требуемой достоверности и точности решения задачи [2].

Информационное (кибернетическое) моделирование связано с исследованием моделей, в которых отсутствует непосредственное подобие физических процессов, происходящих в моделях, реальным процессам. В этом случае стремятся отобразить лишь некоторую функцию, рассматривают реальный объект как «черный ящик», имеющий ряд входов и

выходов, и моделируют некоторые связи между выходами и входами. Таким образом, в основе информационных (кибернетических) моделей лежит отражение некоторых информационных процессов, что позволяет оценить поведение реального объекта. Для построения модели в этом случае необходимо выделить исследуемую функцию реального объекта, попытаться формализовать эту функцию в виде некоторых операторов связи между входом и выходом и воспроизвести данную функцию на имитационной модели [5].

Информационное моделирование, хотя и не отражает физические закономерности описываемых процессов, является наиболее простой методикой моделирования. Подобные математические модели достаточно точно описывают поведение технических систем и легко могут быть реализованы в большинстве существующих программ.

Целью данной статьи является описание разработанной математической модели процесса мембранного концентрирования молочных сред в ультрафильтрационном аппарате с отводом поляризационного слоя, структурной и параметрической идентификации математической модели, проверки ее адекватности.

Объекты и методы исследования

Объектом моделирования является процесс мембранного концентрирования молочных сред в ультрафильтрационном аппарате с отводом поляризационного слоя.

Методами исследования являются методы информационного (кибернетического) моделирования, рассматривающие реальный объект как систему, состоящую из взаимосвязанных и взаимодействующих между собой и с внешней средой элементов [3]. В качестве основы использовалась методика [1], включающая следующие этапы:

- анализ процесса и выявление основных входных и выходных параметров;
- выбор типа входного воздействия;
- структурная идентификация модели;
- параметрическая идентификация модели в соответствии с выбранным критерием близости;
- проверка адекватности модели.

Результаты и их обсуждение

Анализ процесса и выявление основных входных и выходных параметров

Объектом моделирования является процесс мембранного концентрирования обезжиренного молока в ультрафильтрационном аппарате с отводом поляризационного слоя (заявка на изобретение № 2012138966). Аппарат состоит из двух кожухов со штуцерами для отвода продукта, корпуса с отверстиями, в полости которого находится проточный подвижный полый шток переменной конфигурации (рис. 1).

Устройство работает следующим образом. Исходный раствор под давлением подается по трубчатой мембране. Происходит мембранная фильтрация, при этом вследствие поляризации на внутренней поверхности мембраны образуется слой с повышенным содержанием растворенных веществ. Пристенная часть потока, включающая поляризационный слой, устремляется в зазор между штоком и стенкой корпуса аппарата, который делится на две области отвода, ограниченные снаружи двумя кожухами. В первой области концентрат с большим содержанием растворенных веществ за счет разности давлений между зазором и полостью первого кожуха через отверстия засасывается в кожух. Слой концентрата, не попавший в первый кожух, двигаясь дальше по внутренней поверхности корпуса, попадает во вторую область и через отверстия засасывается во второй кожух. Неотведенная часть пристенного потока через проточки в резьбовом креплении штока удаляется вместе с основным потоком, отводимым через центральный канал штока.

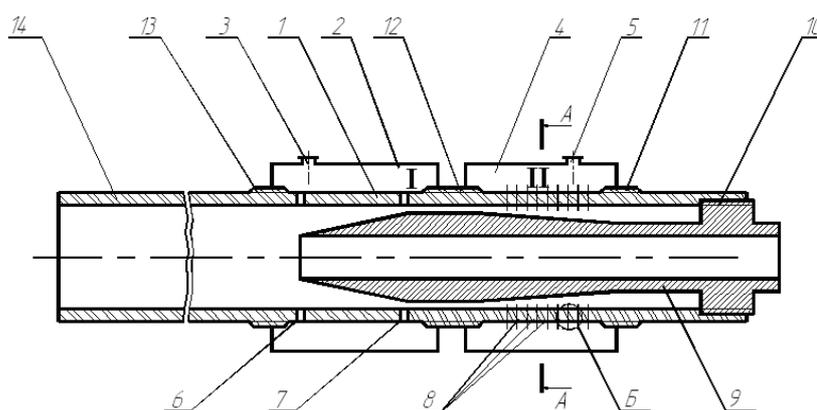


Рис. 1. Ультрафильтрационный аппарат с отводом поляризационного слоя
 1 – корпус; 2,4 – кожухи; 3,5 – штуцеры; 6,7,8 – отверстия; 9 – подвижный шток;
 10,11,12,13 – резьбы; 14 – трубчатая мембрана; I – первая область отвода;
 II – вторая область отвода

Исходя из описания ультрафильтрационного аппарата, в соответствии с принципом «черного ящика», выделены основные входные X и выходные Y параметры объекта моделирования, а также определены каналы передачи сигналов с входов на выходы системы.

Входным воздействием является концентрация задерживаемых веществ в исходном растворе X_1 , % масс. На процесс концентрирования влияют технологические, конструктивные и режимные параметры аппарата. Первые обозначены подмножеством α множества X , вторые – подмножеством β множества X , третьи – подмножеством γ

множества X . То есть множество входных контролируемых управляемых независимых переменных в данном случае может быть представлено выражением (2).

$$\{X\} = (X_1, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k), \quad (2)$$

где n – количество технологических параметров, влияющих на процесс концентрирования; m – количество конструктивных параметров аппарата, оказывающих влияние на процесс концентрирования, k – количество режимных параметров аппарата, влияющих на процесс концентрирования.

К выходным параметрам относятся: содержание задерживаемых веществ в отводимом поляризационном слое из первой области $Y_{1/1}$, %масс.; содержание задерживаемых веществ в отводимом поляризационном слое из второй области $Y_{1/2}$, %масс.; концентрация задерживаемых веществ в основном потоке Y_2 , %масс.; удельная производительность по фильтрату Y_3 , $\text{м}^3/\text{м}^2 \cdot \text{с}$.

Структурную схему процесса мембранного концентрирования можно представить в виде (рис. 2).

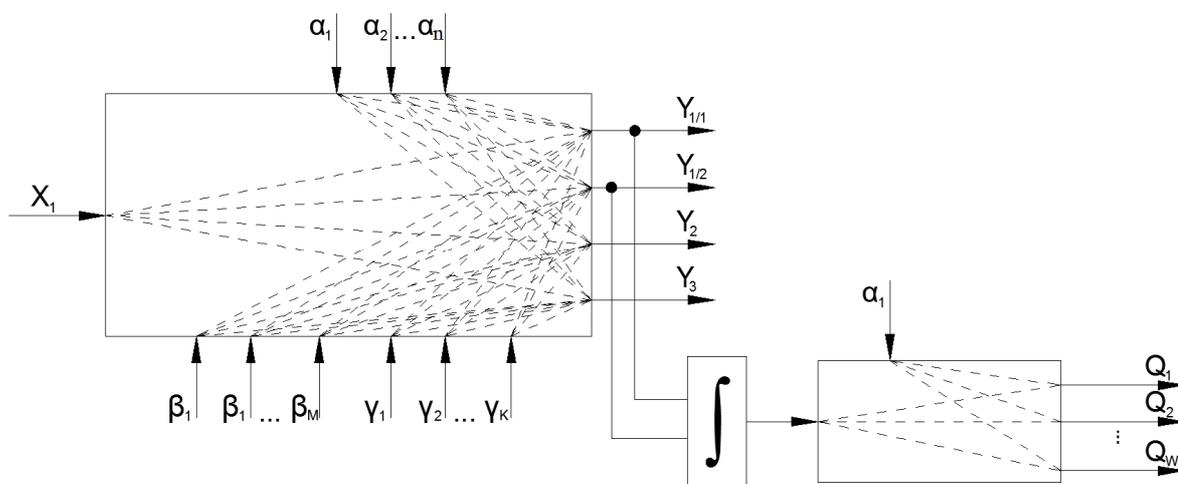


Рис. 2. Структурная схема процесса мембранного концентрирования

В модель включен компонент, позволяющий на основе эмпирических зависимостей производить расчет физико-химических показателей получаемого продукта (плотность, вязкость и др.). Они обозначены подмножеством:

$$\{Q\} = (Q_1, \dots, Q_w), \quad (3)$$

где w – количество физико-химических показателей получаемого продукта.

Передаточные свойства каждого канала системы определяются соответствующей передаточной функцией, обозначения которой имеют двойной индекс: первый отражает наименование выхода системы, второй – входной параметр.

Основные каналы типа «вход – выход»:

- «исходная концентрация раствора X_1 – содержание растворенных веществ в отводимом поляризационном слое Y_1 » ($W_{X_1-Y_1}(S)$);
- «исходная концентрация раствора X_1 – содержание растворенных веществ в основном потоке Y_2 » ($W_{X_1-Y_2}(S)$);
- «исходная концентрация раствора X_1 – удельная производительность по фильтрату Y_3 » ($W_{X_1-Y_3}(S)$);
- «технологический параметр α_i – содержание растворенных веществ в поляризационном слое Y_1 » ($W_{\alpha_i-Y_1}(S)$), $i = \overline{1, n}$;
- «технологический параметр α_i – содержание растворенных веществ в основном потоке Y_2 » ($W_{\alpha_i-Y_2}(S)$), $i = \overline{1, n}$;
- «технологический параметр α_i – удельная производительность Y_3 » ($W_{\alpha_i-Y_3}(S)$), $i = \overline{1, n}$;
- «конструктивный параметр β_i – содержание растворенных веществ в отводимом поляризационном слое Y_1 » ($W_{\beta_i-Y_1}(S)$), $i = \overline{1, m}$;
- «конструктивный параметр β_i – содержание растворенных веществ в основном потоке Y_2 » ($W_{\beta_i-Y_2}(S)$), $i = \overline{1, m}$;
- «конструктивный параметр β_i – удельная производительность Y_3 » ($W_{\beta_i-Y_3}(S)$), $i = \overline{1, m}$;
- «режимный параметр λ_i – содержание растворенных веществ в поляризационном слое Y_1 » ($W_{\lambda_i-Y_1}(S)$), $i = \overline{1, k}$;
- «режимный параметр λ_i – содержание растворенных веществ в основном потоке Y_2 » ($W_{\lambda_i-Y_2}(S)$), $i = \overline{1, k}$;
- «режимный параметр λ_i – удельная производительность Y_3 » ($W_{\lambda_i-Y_3}(S)$), $i = \overline{1, k}$;

Выбор вида входных воздействий

Поскольку на процесс концентрирования оказывает значительное влияние накопление частиц растворенных веществ на поверхности мембраны, что в свою очередь является длительным процессом, было выбрано ступенчатое воздействие, при котором величина мгновенно возрастает от нуля до некоторого постоянного значения и далее остается неизменной. Такому воздействию соответствует функция (3).

$$x(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } (t < 0), \\ a_0, & \text{при } (t \geq 0). \end{cases} \quad (3)$$

Значение величины ступенчатого воздействия a_0 выбирается исходя из величины диапазона изменения входных воздействий.

Для определения реакции системы на то или иное воздействие совместно наносили соответствующее входное воздействие по каналу «технологический параметр – выход», или «конструктивный параметр – выход», или «режимный параметр – выход» с входным воздействием по каналу «концентрация исходного раствора – выход».

Структурная идентификация объекта моделирования

Изменение концентрации задерживаемых веществ в поляризованном слое носит колебательный характер, объясняющийся периодичностью накопления белкового слоя определенной толщины и его удаления потоком среды [4]. Поэтому для описания процесса было выбрано колебательное звено (4).

$$W(S) = \frac{k}{T^2 \cdot S^2 + 2 \cdot T \cdot \xi \cdot S + 1}, \quad (4)$$

где T – постоянная времени объекта;

ξ – коэффициент демпфирования ($1 \geq \xi > 0$).

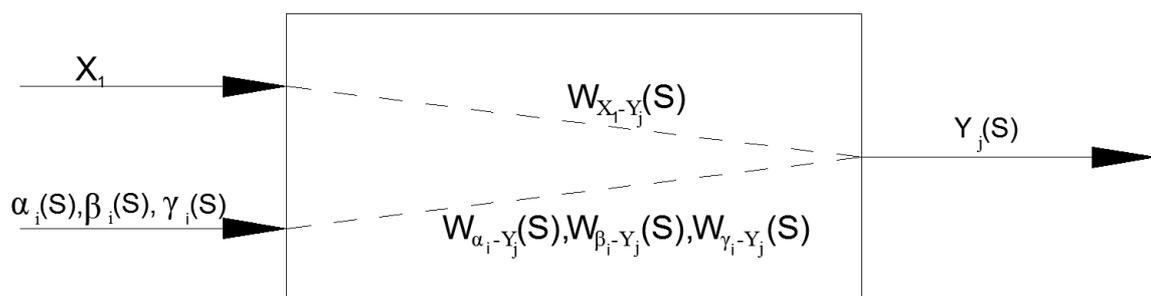


Рис. 2. Определение передаточных функций по каналам воздействия технологических (конструктивных, режимных) параметров на выходы системы

Определение передаточных функций по каналам воздействия технологических (конструктивных, режимных) параметров на выходы системы предполагает одновременное внесение в систему воздействий по входам α_i (β_i , γ_i) и X_i (рис. 2).

В соответствии с рисунком 2 можно записать:

по каналам воздействия технологических параметров

$$Y_j(S) = X_1(S) \cdot W_{X_1-Y_j}(S) + \alpha_i(S) \cdot W_{\alpha_i-Y_j}(S), \quad (5)$$

$$W_{\alpha_i-Y_j}(S) = \frac{Y_j(S) - X_1(S) \cdot W_{X_1-Y_j}(S)}{\alpha_i(S)}, \quad (6)$$

по каналам воздействия конструктивных параметров

$$Y_j(S) = X_1(S) \cdot W_{X_1-Y_j}(S) + \beta_i(S) \cdot W_{\beta_i-Y_j}(S), \quad (7)$$

$$W_{\beta_i-Y_j}(S) = \frac{Y_j(S) - X_1(S) \cdot W_{X_1-Y_j}(S)}{\beta_i(S)}, \quad (8)$$

по каналам воздействия режимных параметров

$$Y_j(S) = X_1(S) \cdot W_{X_1-Y_j}(S) + \chi_i(S) \cdot W_{\chi_i-Y_j}(S), \quad (9)$$

$$W_{\chi_i-Y_j}(S) = \frac{Y_j(S) - X_1(S) \cdot W_{X_1-Y_j}(S)}{\chi_i(S)}. \quad (10)$$

Итоговую модель объекта можно записать в виде (11).

$$Y_j(S) = X_1(S) \cdot W_{X_1-Y_j}(S) + \sum_{i=1}^3 \alpha_i(S) \cdot W_{\alpha_i-Y_j}(S) + \sum_{i=1}^m \beta_i(S) \cdot W_{\beta_i-Y_j}(S) + \sum_{i=1}^k \chi_i(S) \cdot W_{\chi_i-Y_j}(S), \quad j = 1..3. \quad (11)$$

Уравнение (11) определяет состояние выходов объекта моделирования во времени при известной концентрации задерживаемых веществ в исходном растворе $X_1(S)$, а также при определенных значениях технологических α , конструктивных β и режимных γ параметров процесса концентрирования.

Выбор критерия близости и определение параметров модели (параметрическая идентификация)

В качестве критерия близости (функции невязки) был выбран квадратичный критерий, переменными величинами являлись параметры передаточных функций (коэффициенты передачи, постоянные времени и т. д.). Таким образом, на данном этапе по экспериментальным данным были определены значения параметров передаточных функций каналов системы.

Проверка адекватности модели

Для оценки адекватности модели процесса мембранного концентрирования экспериментальным данным предложена ее реализация программными средствами. Проверка адекватности по описанию и прогнозированию реального процесса концентрирования показала, что расхождение экспериментальных данных и данных, полученных по модели, не превышает 7,31 % в соответствии с квадратичной оценкой. Небольшие расхождения расчетных и экспериментальных данных говорят о достаточно высокой степени адекватности полученной математической модели.

Проверка непротиворечивости модели при варьировании конструктивных и режимных параметров позволяет говорить о достаточной степени адекватности при различных комбинациях значений параметров, соответствующих нижней и верхней границе выбранных диапазонов. Расхождение экспериментальных и теоретических данных не превышает 2 %.

Таким образом, модель процесса мембранного концентрирования в ультрафильтрационном аппарате с отводом поляризационного слоя, разработанная на основе методов информационного моделирования, с достаточной степенью адекватна экспериментальным данным.

Список литературы

1. Антонов А. В. Системный анализ. – М.: Высшая школа, 2006. – 454 с.
2. Вдовин В. М. Теория систем и системный анализ: Учебник / В. М. Вдовин, Л. Е. Суркова, В. А. Валентинов. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К^о», 210. – 640 с.
3. Кафаров В. В. Методы кибернетики в химии и химической технологии. – М.: Химия, 1985. – 468 с.
4. Лобасенко Б. А., Котляров Р. В. Моделирование мембранных установок периодического действия для переработки молочной сыворотки / Б. А. Лобасенко, Р. В. Котляров // Техника и технология пищевых производств. – 2009. – № 4. – С. 42-47.
5. Сурмин Ю. П. Теория систем и системный анализ: Учеб. пособие. – К.: МАУП, 2003. – 368 с.

Рецензенты:

Руднев С.Д., д.т.н., доцент, и. о. заведующего кафедрой «Машины и аппараты пищевых производств» ФГБОУ ВПО «Кемеровский технологический институт пищевой промышленности», г. Кемерово.

Федосенков Б.А., д.т.н, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов и автоматизированные системы управления» ФГБОУ ВПО «Кемеровский технологический институт пищевой промышленности», г. Кемерово.