

## РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ШИН С УЧЕТОМ ПОВЕРХНОСТНОГО ЭФФЕКТА В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ ПРИ СИНУСОИДАЛЬНОМ ТОКЕ

Носов Г. В., Трофимович К. А.

*ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», Томск, Россия (634050, Томск, ГСП пр. Ленина, 30), e-mail: nosov@tpu.ru*

Предложена методика определения параметров прямоугольных шин в установившемся режиме при синусоидальном токе. При этом рассчитываются сопротивление, внутренняя индуктивность и коэффициент теплообмена, которые находятся с учетом поверхностного эффекта, частоты синусоидального тока, материала шин, их температуры и температуры окружающей среды. Разработанная методика получена на основе уравнений электромагнитного поля, которые могут быть запрограммированы, например, в среде Mathcad для автоматизированного инженерного расчета параметров прямоугольных шин. С увеличением частоты тока возрастают сопротивление и коэффициент теплообмена при уменьшении внутренней индуктивности шины. При увеличении удельной проводимости материала шины уменьшаются сопротивление и внутренняя индуктивность. С увеличением магнитной проницаемости возрастают сопротивление, внутренняя индуктивность и коэффициент теплообмена. Для более плоских шин сопротивление, внутренняя индуктивность и коэффициент теплообмена меньше, чем для шин с квадратным сечением. Достоверность методики подтверждается удовлетворительным совпадением результатов расчета сопротивления и индуктивности с результатами, полученными при помощи программы компьютерного моделирования Elcut.

Ключевые слова: параметры, прямоугольная шина, сопротивление, индуктивность, коэффициент теплообмена.

## CALCULATION OF THE PARAMETERS OF RECTANGULAR TIRES WITH TAKING INTO ACCOUNT SURFACE EFFECT IN STEADY STATE AT SINUSOIDAL CURRENT

Nosov G. V., Trofimovich K. A.

*Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia (634050, Tomsk, Lenin Prospect, 30), e-mail: nosov@tpu.ru*

Proposed a method for determining the parameters of rectangular tires in the steady state at sinusoidal current. Thus calculated resistance, internal inductance and heat transfer coefficient, which are given surface effect, frequency sinusoidal current, material of tires, its temperature and the ambient temperature. The developed method was obtained on the basis of equations of the electromagnetic field, which can be programmed, for example, in Mathcad for computer-aided engineering design parameters of rectangular tires. The resistance and the heat transfer coefficient increases at increasing frequency of current, with internal inductance of the tire decreases. With an increase in the conductivity of the material tires decreases resistance and internal inductance. With an increase in the permeability increases the resistance, internal inductance and heat transfer coefficient. For a flat tires the resistance, inductance and internal heat transfer coefficient is less, than for the tire with a square section. The accuracy of the method is confirmed by a satisfactory agreement between the calculation of resistance and inductance with the results, obtained by means of computer simulation program Elcut.

Keywords: parameters, rectangular tire, resistance, inductance, heat transfer coefficient.

### Введение

Для передачи и распределения электрической энергии на электрических станциях, подстанциях и промышленных предприятиях широко применяются различные шинопроводы со сплошными шинами прямоугольного сечения согласно рисунку.

При проектировании таких шинопроводов и подключенного к ним электрооборудования необходимо знать в установившемся режиме при синусоидальном токе такие параметры шин как сопротивление  $R_0$  (Ом/м) и внутреннюю индуктивность  $L_0$  (Гн/м), коэффициент теплообмена  $\beta$  [Вт/(м<sup>2</sup>·°C)] с окружающей средой поверхности шин при их заданной

температуре  $\theta$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) и известной температуре окружающей среды  $\theta_0$  ( $^{\circ}\text{C}$ ), которые должны находиться с учетом магнитной проницаемости  $\mu$  (Гн/м) и удельной проводимости  $\gamma$  (1/Ом·м) материала шины, частоты  $f$  (Гц) синусоидального тока и поверхностного эффекта в шине [3–5]. Поэтому разработка методики расчета параметров прямоугольных шин с учетом поверхностного эффекта представляется актуальной задачей. В данной статье предложена методика, полученная на основе уравнений электромагнитного поля, которые программируются в среде Mathcad [1] для автоматизированного инженерного расчета параметров прямоугольных шин.

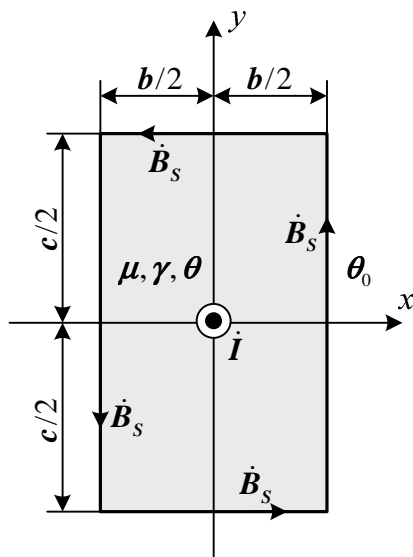


Рисунок. Прямоугольная шина с комплексом действующего значения тока  $\dot{I}$ , направленного «к нам» по оси  $z$ :  $\mu, \gamma$  – магнитная проницаемость и удельная проводимость материала шины;  $\theta, \theta_0$  – температура шины и окружающей среды соответственно;  $\dot{B}_s$  – комплекс действующего значения индукции на поверхности шины;  $b, c$  – размеры шины

Сопротивления и индуктивности шин при постоянном и синусоидальном токе с учетом частоты, удельной проводимости материала шин и поверхностного эффекта могут быть найдены при помощи программы компьютерного моделирования Elcut [2]. Однако отсутствие расчетных формул и необходимость моделирования для каждой конкретной шины затрудняют анализ большого числа вариантов и ограничивают применение программы Elcut при инженерных расчетах. Поэтому разработка методики расчета параметров прямоугольных шин на основе уравнений и законов электромагнитного поля актуальна и является предметом рассмотрения в настоящей работе.

### Допущения

Для получения расчетных формул сделаем следующие допущения.

1. Рассчитываемый коэффициент теплообмена поверхности шины с окружающей средой  $\beta$  определяется условиями теплоотвода благодаря естественной или вынужденной конвекции, а также теплоизлучению [5].

2. Вся толща шины характеризуется постоянными значениями магнитной проницаемости  $\mu$ , температуры  $\theta$  и удельной проводимости  $\gamma$ , причем [5]:

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + \alpha[\theta - \theta_0]}, \quad (1)$$

где  $\gamma_0$  – удельная проводимость шин при температуре окружающей среды  $\theta_0$ ;

$\alpha$  – постоянный температурный коэффициент ( $1/^\circ\text{C}$ ).

3. Растекание тока  $\dot{I}$  вдоль шины (краевой эффект) учитывать не будем, считая при этом, что площадь поперечного сечения шины  $S = bc$  ( $\text{м}^2$ ) и её внешний периметр  $\Pi = 2(b + c)$  (м) постоянны.

4. Будем исходить из представления о двух одномерных электромагнитных волнах [3, 4], проникающих в шину перпендикулярно её поверхности вдоль осей  $x$  и  $y$  согласно рисунку.

5. Комплекс действующего значения индукции на поверхности шины  $\dot{B}_s$  постоянен и определяется по закону полного тока в комплексной форме [3, 4]:

$$\dot{B}_s = \frac{\mu \dot{I}}{\Pi} = \frac{\mu \dot{I}}{2(b + c)}. \quad (2)$$

### Методика расчета

Составляющие магнитной индукции переменного электромагнитного поля и плотность тока в шине ( $-0,5b < x < 0,5b$ ;  $-0,5c < y < 0,5c$ ) будем рассчитывать в функциях координат  $x$  и  $y$  согласно рисунку по следующим уравнениям в комплексной форме [3, 4]:

$$\frac{d^2 \dot{B}_y(x)}{dx^2} = j\omega\mu\gamma \dot{B}_y(x); \quad (3)$$

$$\frac{d^2 \dot{B}_x(y)}{dy^2} = j\omega\mu\gamma \dot{B}_x(y); \quad (4)$$

$$\dot{\delta}_z(x, y) = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{d\dot{B}_y(x)}{dx} - \frac{d\dot{B}_x(y)}{dy} \right], \quad (5)$$

где  $\dot{B}_x(y)$ ,  $\dot{B}_y(x)$  – комплексы действующих значений проекций вектора магнитной индукции на оси  $x$  и  $y$  соответственно;

$\dot{\delta}_z(x, y)$  – комплекс действующего значения плотности тока в шине, совпадающий по направлению с осью  $z$  и направлен «к нам»;

$\omega = 2\pi f$  – угловая частота тока и электромагнитного поля;

$j = \sqrt{-1}$  – мнимая единица.

С учетом граничного условия на поверхности шины, приведенного на рисунке, решением уравнений (3–5) будут следующие функции и константы электромагнитного поля:

$$\dot{B}_y(x) = \dot{C}_1 \exp[-\underline{p}(x+0,5b)] - \dot{C}_1 \exp[\underline{p}(x-0,5b)]; \quad (6)$$

$$\dot{B}_x(y) = \dot{C}_2 \exp[\underline{p}(y-0,5c)] - \dot{C}_2 \exp[-\underline{p}(y+0,5c)]; \quad (7)$$

$$B(x, y) = \sqrt{|\dot{B}_x(y)|^2 + |\dot{B}_y(x)|^2}; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_z(x, y) = & -\frac{\underline{p}\dot{C}_1}{\mu} \exp[-\underline{p}(x+0,5b)] - \frac{\underline{p}\dot{C}_1}{\mu} \exp[\underline{p}(x-0,5b)] - \\ & -\frac{\underline{p}\dot{C}_2}{\mu} \exp[\underline{p}(y-0,5c)] - \frac{\underline{p}\dot{C}_2}{\mu} \exp[-\underline{p}(y+0,5c)]; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\underline{p} = \sqrt{j\omega\mu\gamma}; \quad \dot{C}_1 = \frac{1 + \exp(-\underline{p}b)}{1 - \exp(-2\underline{p}b)} \cdot (-\dot{B}_s); \quad \dot{C}_2 = \frac{1 + \exp(-\underline{p}c)}{1 - \exp(-2\underline{p}c)} \cdot (-\dot{B}_s), \quad (10)$$

где  $B(x, y)$  – модуль действующего значения вектора магнитной индукции.

Сопротивление шины (Ом/м) найдем на основе закона Джоуля-Ленца в дифференциальной форме [3, 4] и плотности тока (9):

$$R_0 = \frac{1}{|i|^2} \int_{-0,5c}^{0,5c} \left[ \int_{-0,5b}^{0,5b} \frac{|\dot{\delta}_z(x, y)|^2}{\gamma} dx \right] dy, \quad (11)$$

а внутреннюю индуктивность шины (Гн/м) определим, исходя из запасенной магнитной энергии [3, 4] и индукции (8):

$$L_0 = \frac{2}{|i|^2} \int_{-0,5c}^{0,5c} \left[ \int_{-0,5b}^{0,5b} \frac{B(x, y)^2}{2\mu} dx \right] dy. \quad (12)$$

Для определения необходимого коэффициента теплообмена  $\beta$  при заданных температурах шины  $\theta$  и окружающей среды  $\theta_0$  воспользуемся уравнением теплового баланса для шины [5]:

$$|i|^2 \cdot R_0 = \Pi \beta (\theta - \theta_0),$$

тогда

$$\beta = \frac{|i|^2 \cdot R_0}{2(b+c)(\theta - \theta_0)}. \quad (13)$$

## Результаты расчета

По запрограммированным в среде Mathcad [1] формулам (1–13) и по программе Elcut [2] были проведены расчеты параметров шин. В таблицах 1–5 приведены результаты этих расчетов при частотах  $f=50; 100; 200; 400$  (Гц) и токе  $I = 10$  (кА) для медных, алюминиевых и железных шин [5, 6] при одинаковой площади поперечного сечения  $S = bc = 10^4$  (мм<sup>2</sup>).

Таблица 1

Исходные параметры шин при  $\theta_0 = 20$  (°C) и  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  (Гн/м)

Материал шин	$\mu/\mu_0$	$\gamma_0$	$\alpha$	$\theta$	$\gamma$
	–	1/Ом·м	1/°C	°C	1/Ом·м
Медь	1	$58 \cdot 10^6$	0,0043	57	$50 \cdot 10^6$
Алюминий	1	$36 \cdot 10^6$	0,0040	70	$30 \cdot 10^6$
Железо	10, 100	$10 \cdot 10^6$	0,0060	131	$6 \cdot 10^6$

Таблица 2

Расчетные параметры медных шин

Размеры шины и частота			Mathcad			Elcut	
$b$	$c$	$f$	$R_0$	$L_0$	$\beta$	$R_0$	$L_0$
мм	мм	Гц	мкОм/м	мкГн/м	Вт/м <sup>2</sup> ·°C	мкОм/м	мкГн/м
100	100	50	5,967	0,01510	40,098	5,681	0,01496
		100	8,025	0,01082	53,929	7,800	0,01089
		200	10,934	0,00773	73,484	10,910	0,00756
		400	15,050	0,00550	101,138	15,540	0,00546
50	200	50	4,582	0,01200	24,633	4,490	0,01232
		100	6,271	0,00870	33,715	6,354	0,00829
		200	8,587	0,00620	46,165	9,081	0,00653
		400	11,880	0,00442	63,868	13,020	0,00421
20	500	50	2,225	0,00400	5,751	2,170	0,00385
		100	2,659	0,00370	6,874	2,616	0,00366
		200	3,776	0,00303	9,760	3,842	0,00294
		400	5,558	0,00216	14,366	5,933	0,00197

## Расчетные параметры алюминиевых шин

Размеры шины и частота			Mathcad			Elcut	
$b$	$c$	$f$	$R_0$	$L_0$	$\beta$	$R_0$	$L_0$
мм	мм	Гц	мкОм/м	мкГн/м	Вт/м <sup>2</sup> ·°С	мкОм/м	мкГн/м
100	100	50	8,086	0,01919	40,430	7,594	0,01991
		100	10,740	0,01384	53,676	10,270	0,01412
		200	14,490	0,00991	72,461	14,170	0,00991
		400	19,805	0,00707	99,023	19,920	0,00685
50	200	50	5,954	0,01571	23,817	5,689	0,01575
		100	8,318	0,01130	33,270	8,223	0,01104
		200	11,340	0,00797	45,342	11,600	0,00734
		400	15,580	0,00568	62,306	16,680	0,00587
20	500	50	3,518	0,00406	6,766	3,438	0,00391
		100	3,827	0,00391	7,360	3,735	0,00381
		200	4,788	0,00355	9,208	4,738	0,00347
		400	7,000	0,00280	13,462	7,214	0,00269

**Заключение**

1. Предложенная методика расчета позволяет определять такие параметры прямоугольных шин в установившемся режиме при синусоидальном токе как сопротивление, внутреннюю индуктивность и коэффициент теплообмена, которые рассчитываются с учетом поверхностного эффекта, частоты синусоидального тока, материала шин, их температуры и температуры окружающей среды.

2. Разработанная методика получена на основе уравнений электромагнитного поля, которые могут быть запрограммированы, например, в среде Mathcad для автоматизированного инженерного расчета параметров прямоугольных шин.

3. С увеличением частоты тока возрастают сопротивление и коэффициент теплообмена при уменьшении внутренней индуктивности шины. При увеличении удельной проводимости материала шины уменьшаются сопротивление и внутренняя индуктивность. С увеличением магнитной проницаемости возрастают: сопротивление, внутренняя индуктивность и коэффициент теплообмена. Для более плоских шин сопротивление, внутренняя индуктивность и коэффициент теплообмена меньше, чем для шин с квадратным сечением.

Таблица 4

Расчетные параметры железных шин при  $\mu/\mu_0=10$ 

Размеры шины и частота			Mathcad			Elcut	
$b$	$c$	$f$	$R_0$	$L_0$	$\beta$	$R_0$	$L_0$
мм	мм	Гц	мкОм/м	мкГн/м	Вт/м <sup>2</sup> ·°С	мкОм/м	мкГн/м
100	100	50	53,664	0,138	120,865	51,4	0,141
		100	72,445	0,099	163,164	70,9	0,099
		200	99,002	0,071	222,977	99,6	0,068
		400	136,559	0,050	307,566	142,6	0,046
50	200	50	41,579	0,113	74,917	41,1	0,110
		100	56,666	0,080	102,100	58,0	0,086
		200	77,866	0,057	140,300	83,4	0,059
		400	107,915	0,040	194,441	118,4	0,037
20	500	50	19,131	0,039	16,572	18,7	0,038
		100	23,934	0,035	20,733	23,7	0,035
		200	34,995	0,028	30,315	36,1	0,027
		400	50,726	0,020	43,941	54,7	0,020

4. Достоверность методики подтверждается удовлетворительным совпадением результатов расчета сопротивления и индуктивности с результатами, полученными при помощи программы компьютерного моделирования Elcut.

Таблица 5

Расчетные параметры железных шин при  $\mu/\mu_0=100$ 

Размеры шины и частота			Mathcad			Elcut	
$b$	$c$	$f$	$R_0$	$L_0$	$\beta$	$R_0$	$L_0$
мм	мм	Гц	мкОм/м	мкГн/м	Вт/м <sup>2</sup> ·°С	мкОм/м	мкГн/м
100	100	50	151,695	0,450	341,655	160,5	0,442
		100	211,078	0,320	475,402	231,8	0,329
		200	295,059	0,227	664,548	321,6	0,196
		400	413,827	0,161	932,042	400,1	0,160
50	200	50	120,023	0,361	216,258	130,8	0,416
		100	167,530	0,256	301,856	164,1	0,248
		200	234,715	0,182	422,910	231,2	0,177

		400	329,729	0,129	594,106	323,7	0,127
20	500	50	56,524	0,175	48,964	61,5	0,175
		100	79,201	0,124	68,608	87,9	0,115
		200	111,513	0,088	96,598	119,9	0,092
		400	157,193	0,062	136,168	145,2	0,053

*Работа выполнена в рамках государственного задания «Наука» 7.2826.2011 «Разработка и создание гибридной модели энергоблоков электростанций».*

### Список литературы

1. Дьяконов В. П. Mathcad 8/2000: специальный справочник. – СПб.: Издательство Питер, 2000. – 592 с.
2. Методы и средства автоматизации профессиональной деятельности: учебн. пособие / А. С. Глазырин, Д. Ю. Ляпунов, И. В. Слащев, С. В. Ляпушкин. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007. – Ч. 1. – 199 с.
3. Татур Т. А. Основы теории электромагнитного поля: справочное пособие. – М.: Высшая школа, 1989. – 271 с.
4. Теоретические основы электротехники: учебник для вузов / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2003. – Т. 3. – 377 с.
5. Теория электрических аппаратов / под ред. Г. Н. Александрова. – М.: Высшая школа, 1985. – 312 с.
6. Электротехнический справочник / под общ. ред. проф. МЭИ В. Г. Герасимова и др. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – Т. 1. – 488 с.

### Рецензенты:

Усов Ю.П., д.т.н., профессор кафедры ЭСиЭ ЭНИН ФГБОУ ВПО НИ ТПУ, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г.Томск.

Канев Ф.Ю., д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник института оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН, г. Томск.