

## ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА LOCAIRHEAT ДЛЯ РАСЧЕТОВ СИСТЕМ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА ПОМЕЩЕНИЙ ВОЗДУШНО-ОТОПИТЕЛЬНЫМИ АГРЕГАТАМИ

Воронков Д.С.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Псковский государственный университет, Псков, Россия (180000, г. Псков, пл. Ленина, 2), e-mail: [voronkovdaniil@yandex.ru](mailto:voronkovdaniil@yandex.ru)

Приводятся перечень основных уравнений, включенных в математическую модель, тип алгебраической модели турбулентности. Описываются проведенные для определения коэффициента турбулентности  $\chi$  лабораторные и вычислительные эксперименты. Результаты экспериментов представлены в виде графика (рис. 2). Выбирается коэффициент  $\chi$ , соответствующий результатам лабораторных экспериментов. Описываются натурный и вычислительный эксперименты, выполненные для оценки адекватности предложенной математической модели в программном комплексе Locairheat. В натурном эксперименте исследуются параметры приточной нагретой воздушной струи от газового воздушно-отопительного агрегата марки Monzun фирмы Mandik с возможностью полной, частичной рециркуляции и прямотока. Вычислительный эксперимент моделируется по исходным параметрам натурального эксперимента. Приводятся их результаты, проводится оценка полученных результатов на основе статистического критерия Фишера. Делается вывод об адекватности принятой математической модели.

Ключевые слова: математическая модель, алгебраическая модель турбулентности Прандтля, коэффициент турбулентности  $\chi$ , статистический критерий Фишера, проверка адекватности.

## THE VALIDATION OF THE MATHEMATICAL MODEL SOFTWARE PACKAGE ‘LOCAIRHEAT’ FOR THE CALCULATION OF THE THERMAL CONTROL SYSTEM OF AIR-HEATING UNITS

Voronkov D.S.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>“Pskov State University”, Pskov, Russia (180000, Pskov, pl. Lenin, 2), e-mail: [voronkovdaniil@yandex.ru](mailto:voronkovdaniil@yandex.ru)

Provides a list of the basic equations that are included in the mathematical model, the type of algebraic turbulence model. Describes conducted to determine the coefficient of turbulence  $\chi$  laboratory and numerical experiments. The experimental results are plotted (Figure 2). Coefficient  $\chi$  is selected corresponding to the results of laboratory experiments. Describes the full-scale and computational experiments performed to assess the adequacy of the proposed mathematical model in the software package «Locairheat». In the field experiment investigated parameters plenum heated air stream from the gas air-heating unit of the brand «Monzun» company «Mandik» with the possibility of full or partial recycling and forward flow. Computational experiment is modeled on the original parameters of natural experiment. Present the results, an evaluation of the results of the statistical Fisher's exact test. The conclusion about the adequacy of the mathematical model.

Keywords: mathematical model, the algebraic model of turbulence Prandtl, turbulence coefficient  $\chi$ , a statistical Fisher test, the validation of the.

Программный комплекс Locairheat [3] предназначен, в первую очередь, для проведения расчетов и подбора оборудования для обеспечения теплового режима помещений воздушно-отопительными агрегатами с учетом вязкости, турбулентности. Математическая модель, используемая в программе, включает в себя следующие уравнения: уравнение Навье-Стокса для несжимаемой жидкости в проекциях на оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$  [5], уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости [5], уравнение энергии для несжимаемой жидкости [7], уравнение Пуассона для давления, выведенное из уравнений движения и неразрывности [6].

Для учета турбулентности используется уравнение Рейнольдса [5; 7], которое внешне совпадает с уравнением Навье-Стокса [5], но записано для осредненных скоростей потока ( $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ ,  $\bar{w}$ ), а также к кинематической вязкости добавляется турбулентная вязкость. В качестве модели турбулентности используется алгебраическая модель турбулентности Прандтля [7]

$$v_t = \chi \cdot b \cdot (\bar{u}_{max} - \bar{u}_{min}), \quad (1)$$

где  $v_t$  – турбулентная вязкость;  $\chi$  – эмпирический коэффициент, определяемый из эксперимента;  $b$  – ширина струи в рассматриваемом сечении;  $\bar{u}_{max}$ ,  $\bar{u}_{min}$  – максимальная и минимальная осредненные скорости струи в рассматриваемом сечении.

Для использования названной алгебраической модели турбулентности необходимо определить эмпирический коэффициент  $\chi$ . С данной целью был проведен лабораторный эксперимент по определению полей скоростей и температур местного воздушно-отопительного агрегата General мощностью 1,5 кВт. Расчетная сетка принята с шагами  $\Delta x = 0,25$  м,  $\Delta y = \Delta z = 0,15$  м. Измеряемые параметры – скорость воздушного потока, м/с, температура воздушного потока, °С.

Измерительный прибор – термоанемометр Testo 425 (Германия). Диапазон измерений скорости 0...+20 м/с, температуры – -20...+70 °С. Данная модель измерительного прибора внесена в Государственный реестр средств измерений РФ.

На рис. 1 приведена схема установки для лабораторного эксперимента.

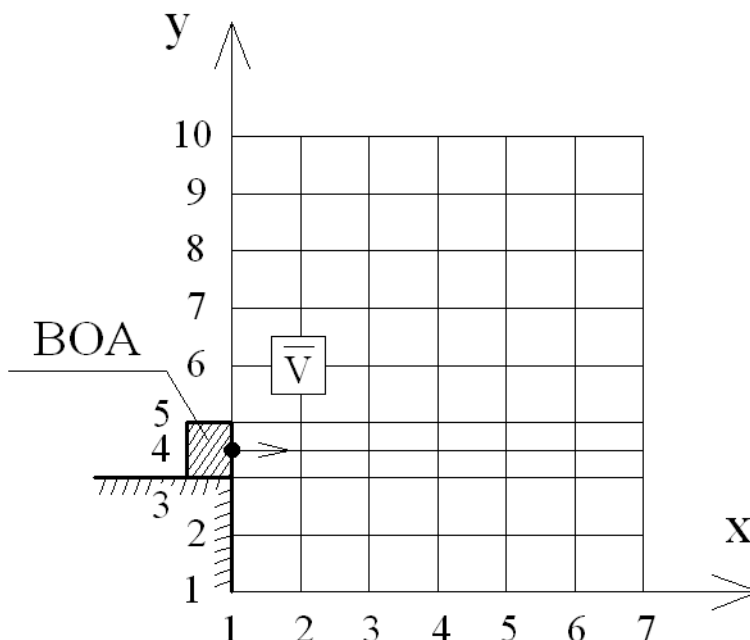


Рис. 1. Схема установки для лабораторного эксперимента

Измерялись параметры горизонтальной изотермической воздушной струи. На рис. 2 приведены результаты вычислительного эксперимента при различных значениях

коэффициента  $\chi$ , результаты лабораторного эксперимента (представлены значения скоростей изотермической воздушной струи в проекции на ось  $x$  при  $j=6$ ).

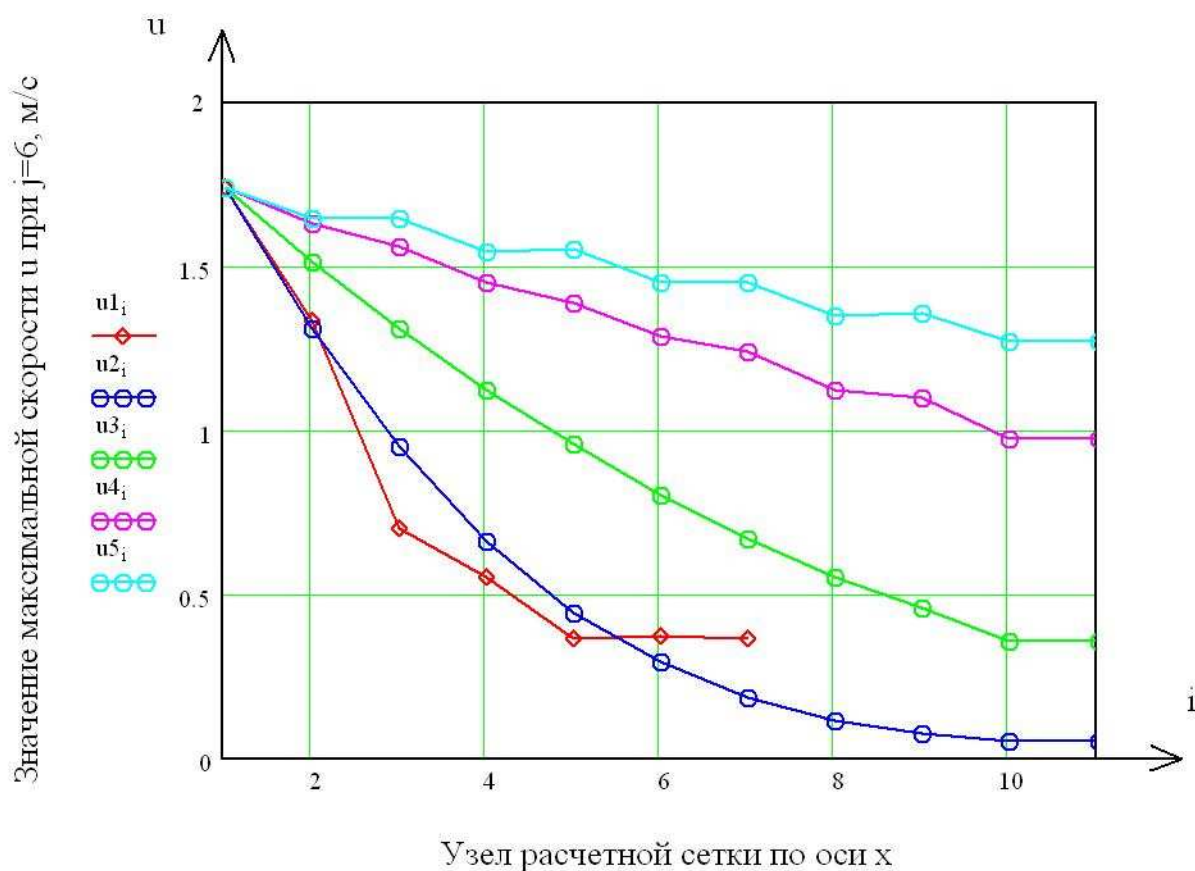


Рис. 2.  $u_1$  – данные, полученные при лабораторном исследовании;  
 $u_2$  – расчет при  $\chi = 0,153$ ;  $u_3$  – расчет при  $\chi = 0,0765$ ;  $u_4$  – расчет при  $\chi = 0,0306$ ;  
 $u_5$  – расчет при  $\chi = 0,0153$

Для сравнения ниже приведены значения коэффициента  $\chi$  в алгебраической модели турбулентности Прандтля для свободной турбулентной осесимметричной струи, принимаемые различными авторами:

- $\chi = 0,0153$  – Шубаэр, Чен [4];
- $\chi = 0,0256$  – Шлихтинг [7];
- $\chi = 1,0$  – Белов [1].

Сопоставление результатов вычислительных экспериментов и лабораторного эксперимента изменения скоростей изотермической воздушной струи в проекции на ось  $x$  при  $j=6$  показало, что результаты вычислительного эксперимента в большей мере соответствуют результатам лабораторного эксперимента при значении эмпирического коэффициента  $\chi = 0,153$ .

Для проверки соответствия результатов вычислительных экспериментов, получаемых при применении разработанной расчетной программы Locairheat, реальным условиям применения воздушно-отопительных агрегатов был проведен натурный эксперимент. Эксперимент проводился на предприятии ОАО «Псковский хлебокомбинат». Исследовались параметры приточной нагретой воздушной струи от газового воздушно-отопительного агрегата марки Monzun фирмы Mandik с возможностью полной, частичной рециркуляции и прямотока.

Характеристики помещения и параметры приточной струи воздушно-отопительного агрегата (рис. 3):

- 1) размеры зоны помещения, обслуживаемой одним агрегатом, – 15х6х6 м (LxVxH);
- 2)  $A_0 = 1,0 \text{ м}^2$  – площадь воздухораспределительного устройства воздушно-отопительного агрегата;
- 3)  $t_n = +16 \text{ °С}$  – температура помещения;
- 4)  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,5 \text{ м}$  – шаг по пространственной сетке;
- 5)  $t_z = +40 \text{ °С}$  – температура приточной струи;
- 6)  $v_0 = 2,7 \text{ м/с}$  – начальная скорость приточной струи;
- 7) потери тепла  $Q = 80 \text{ кВт}$  ;
- 8) способ подачи приточной струи – под углом  $45^\circ$  к горизонтальной оси агрегата.

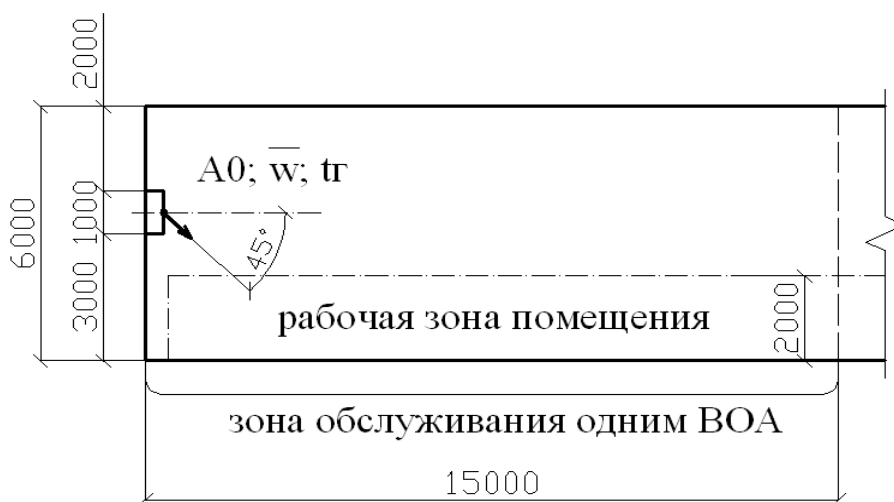


Рис. 3. Схема установки для натурного эксперимента

Скорости и температуры приточной струи измерялись термоанемометром Testo 425.

Результаты натурного и вычислительного экспериментов представлены на рис. 4.

Получены данные в натурном и вычислительном экспериментах по параметрам  $u$  (проекция вектора скорости на ось  $x$ ) и  $T$ . Адекватность предложенной модели реальному процессу может быть подтверждена сопоставлением параметров процесса, полученных при вычислениях и в эксперименте. Проверка модели велась по значениям температур  $T$ .

Оценка адекватности предложенной теоретической модели экспериментальным данным выполнена с использованием F-критерия Фишера [2]. Для проверки адекватности сравниваются две дисперсии – общая дисперсия  $S^2$  и остаточная дисперсия  $S_{ост}^2$  (табл. 1):

$$S^2 = \frac{\sum T_{эксп}^2 - \frac{1}{n} \cdot (\sum T_{эксп})^2}{n-1} = \frac{3401,8 - \frac{1}{4} \cdot 112,92^2}{4-1} = 71,36; \quad (2)$$

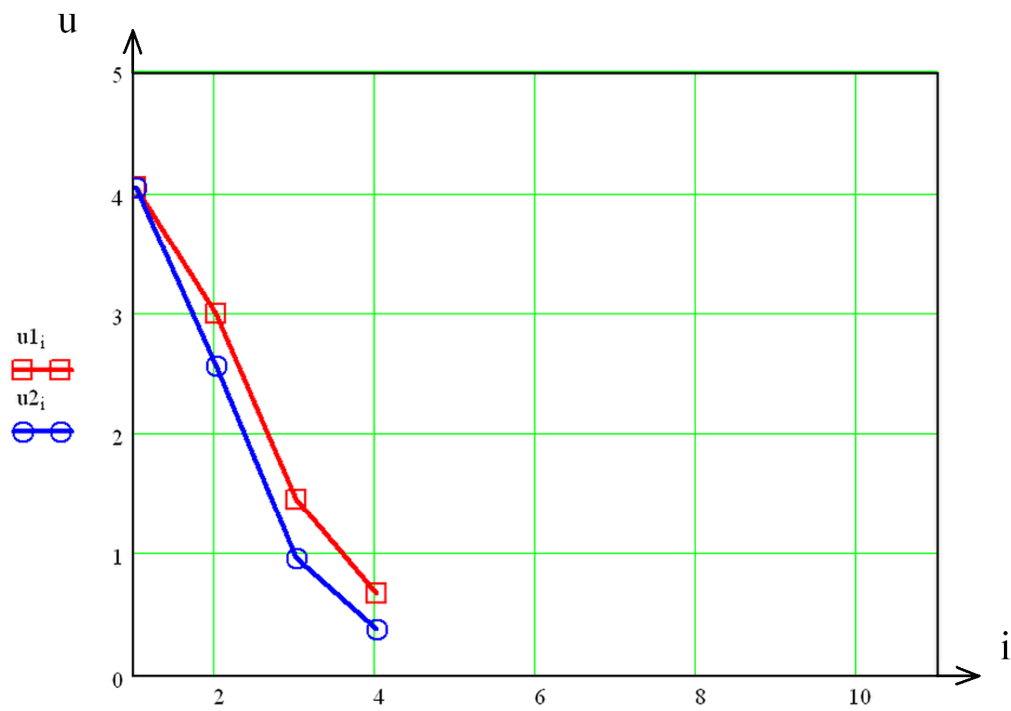
$$S_{ост}^2 = \frac{\sum (T_{эксп} - T_{расч})^2}{n-2} = \frac{6,8685}{4-2} = 3,43. \quad (3)$$

Таблица 1

Вспомогательные данные для вычисления остаточной дисперсии

$x$	$T_{эксп}$	$T_{эксп}^2$	$T_{расч}$	$T_{расч}^2$	$T_{эксп} - T_{расч}$	$(T_{эксп} - T_{расч})^2$
1	40,04	1603,2	40,04	1603,2	0	0
2	28,13	791,3	28,29	800,3	-0,16	0,0256
3	24,11	581,3	24,88	619,0	-0,77	0,5929
4	20,64	426,0	23,14	535,5	-2,5	6,25
$\Sigma$	112,92	3401,8	116,35	3558	-3,43	6,8685

а)



б)

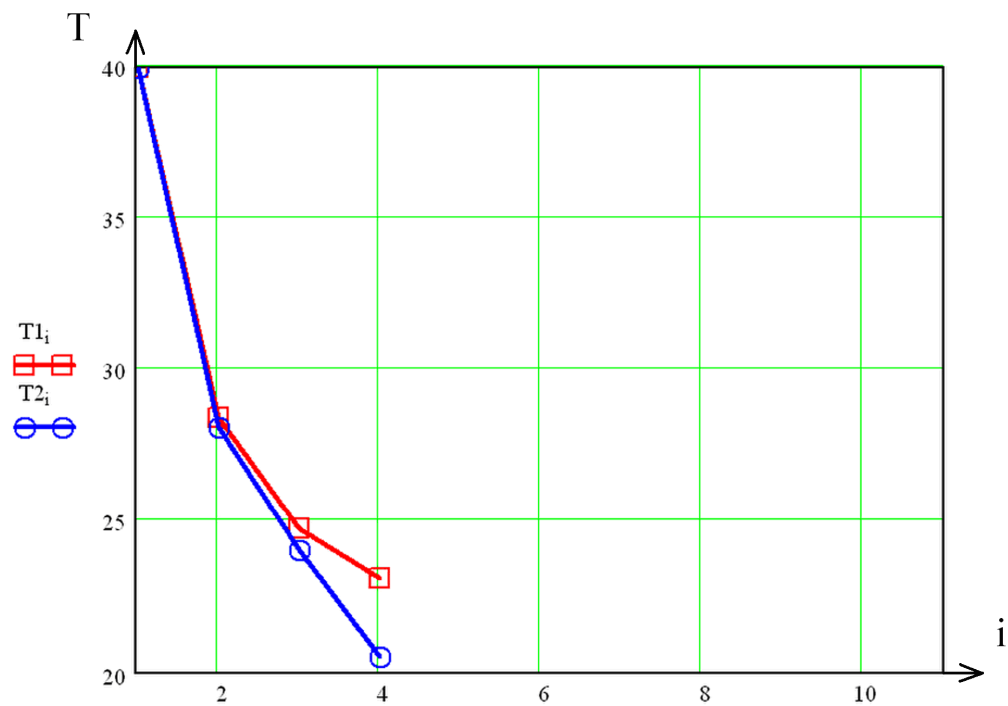


Рис. 4. Результаты натурного и вычислительного экспериментов изменения максимальной скорости,  $u$ , м/с, (а) и температуры,  $T$ , °С, (б) на оси неизотермической воздушной струи:  
 $u_1$ ,  $T_1$  – результаты натурного эксперимента;  $u_2$ ,  $T_2$  – результаты вычислительного эксперимента

$$F = \frac{S^2}{S_{ост}^2} = \frac{71,36}{3,43} = 20,8 > F_{(3;2;5\%)}^T = 19,164. \quad (4)$$

Для того чтобы численное решение адекватно описывало результаты экспериментов, необходимо, чтобы уравнения при 5%-ном уровне значимости описывали результаты опытов в 19,164 раза лучше среднего значения параметра ( $F_{(3; 2; 5 \%)}^T = 19,164$ ). Полученное фактическое значение ( $F = 20,8$ ) превышает табличное значение, следовательно, численное решение статистически значимо описывает результаты экспериментов.

### **Выводы**

1. Установлено, что результаты вычислительного эксперимента в большей мере соответствуют результатам лабораторного эксперимента при значении эмпирического коэффициента алгебраической модели турбулентности Прандтля  $\chi = 0,153$ .
2. Поскольку, согласно полученным результатам, численное решение статистически значимо описывает результаты экспериментов, разработанный программный комплекс Locairheat может применяться для выполнения вычислительных экспериментов, расчетов систем обеспечения температурного режима помещений воздушно-отопительными агрегатами.

### **Список литературы**

1. Белов И.А. Модели турбулентности : учебное пособие. – Л. : Изд-во ЛМИ, 1982. – 88 с.
2. Венчиков А.И., Венчиков В.А. Основные приемы статистической обработки результатов наблюдений в области физиологии. - Изд. 2-е, перераб. и доп. – М., 1974. – 150 с.
3. Воронков Д.С. Моделирование отопления помещений большого объема воздушно-отопительными агрегатами. СПбГАСУ, г. Санкт-Петербург // Пути совершенствования работы теплоэнергетических устройств : материалы Всероссийской молодежной конференции / под ред. А.С. Штым, зав. каф. ИСЗиС; Дальневост. федер. ун-т. – Владивосток : Издат. дом Дальневост. федерал. ун-та, 2012. – С. 258-264.
4. Линь Цзя-цзяо. Турбулентные течения и теплопередача. - М. : Изд-во иностранной литературы, 1963. – 563 с.
5. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - 5-е изд. - М. : Наука, 1978. – 736 с.
6. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. - М. : Мир, 1980. – 616 с.
7. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. - М. : Наука, 1974. – 712 с.

### **Рецензенты:**

Журавлев Ю.Н., д.т.н., профессор, Псковский государственный университет, г. Псков.

Плохов И.В., д.т.н., профессор, Псковский государственный университет, г. Псков.