

ОЦЕНИВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ КОМПЛЕКСНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Баранов В.А.¹, Данилов А.А.², Шумарова С.А.¹

¹ФГБОУ ВПО «Пензенский государственный университет Минобрнауки России», Пенза, Россия (440026, г. Пенза, ул. Красная, 40), e-mail: baranov_va2202@mail.ru, svetlanashumarova@mail.ru

²ФБУ «Пензенский ЦСМ», Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии, Пенза, Россия (440028, г. Пенза, ул. Комсомольская, 20), e-mail: aa-dan@mail.ru

Метод Монте-Карло является эффективным инструментом оценивания характеристик случайных погрешностей косвенных, совокупных и совместных измерений при любых законах распределения плотности вероятностей погрешности результатов прямых измерений, в частности среднего квадратического отклонения результатов измерений параметров комплексного сопротивления, определяющих качество высоковольтных электроизоляторов: электрическая емкость или обратная ей величина, активное электрическое сопротивление или проводимость, тангенс угла диэлектрических потерь или тангенс угла фазового сдвига. Распределение вероятностей погрешности результатов измерений этих параметров по значениям составляющих комплексного сопротивления, полученным прямым измерением с относительной погрешностью менее $\pm 1\%$ с равномерным распределением вероятностей погрешности, является треугольным (тангенс угла диэлектрических потерь, тангенс угла фазового сдвига), равномерным (активное электрическое сопротивление или проводимость) или нормальным (электрическая емкость и обратная ей величина). При относительной погрешности результатов измерений составляющих комплексного сопротивления, превышающей $\pm 1\%$, распределения вероятностей погрешности результатов измерений параметров комплексного сопротивления становятся заметно асимметричными. В таких случаях при оформлении результатов измерений необходимо дополнительно указывать коэффициент асимметрии или вид закона распределения вероятностей погрешности.

Ключевые слова: измерения, комплексное сопротивление, метод Монте-Карло, случайная погрешность.

EVALUATION OF ERRORS BY MONTE CARLO METHOD IN MEASURING THE COMPONENTS OF IMPEDANCE

¹Baranov V.A., ²Danilova A.A., ¹Shumarova S.A.

¹Penza state university, Penza, Russia (440026, Penza, street Krasnaya, 40), e-mail: baranov_va2202@mail.ru, svetlanashumarova@mail.ru

²Penza Center for Standardization, Metrology and Certification, Penza, Russia (440039, Penza, street Komsomolskaya, 40), e-mail: aa-dan@mail.ru

The Monte Carlo method is an effective tool for evaluating the characteristics of the random errors of indirect, cumulative and simultaneous measurements in all the laws of probability distribution error in the results of direct measurements, in particular, the standard deviation of the results of the impedance measurements that determine the quality of high-voltage insulators: electrical capacity or its inverse, active electrical resistance or conductance, dielectric loss tangent, or tangent of the phase shift. The probability distribution of error in the results of measurements of these parameters from the values of the components of the complex impedance obtained by direct measurement with a relative error of less than $\pm 1\%$ with a uniform probability distribution of the error of measurement results is triangular (angle tangent of the loss, the tangent of the phase shift), the uniform (active electrical resistance or conductance) or normal (electric capacity and its inverse). When the relative error of the measurements of the impedance components of greater than $\pm 1\%$, the probability distribution of error in the results of the impedance measurements are markedly asymmetric. In such cases, when you make the measurements necessary to further decrease Vat - stress ratio or the type of the distribution of probability of error.

Keywords: casual error, complex resistance, measurements, Monte Carlo method.

Введение

Метод Монте-Карло – численный метод решения математических задач при помощи моделирования случайных величин, предложенный в 1949 году американскими математиками Дж. Нейманом и С. Уламом. Хотя метод был известен и ранее, но широкое применение он

получил после появления ЭВМ [6]. В настоящее время метод Монте-Карло широко применяется при решении разнообразных задач многих отраслей науки и техники. Область его использования постоянно расширяется в условиях информатизации научной и производственной деятельности в связи с простым алгоритмом решения многих задач по сравнению с аналитическим решением, простотой оценок методической погрешности, слабой зависимостью точности от размерности пространства (числа независимых переменных).

В простейшем случае метод Монте-Карло состоит в синтезе математической модели объекта исследования в виде случайной величины, генерации ряда независимых испытаний (реализаций) этой случайной величины и определении статистических характеристик полученной выборки. Поскольку метод Монте-Карло требует проведения большого числа испытаний, его часто называют методом статистических испытаний. При этом метод Монте-Карло может быть использован не только для симметричных, но и для асимметричных распределений [2].

Ограничением применимости метода Монте-Карло в ходе научных исследований является то, что он не может заменить аналитические методы при исследовании малоизученных явлений и процессов, где на первом этапе необходимо выявление качественных закономерностей, описывающих объект исследования.

При проектировании измерительных устройств невозможность синтеза аналитической модели измерения не имеет значения, поскольку объект проектирования качественно определен на этапе составления уравнения измерения (функции преобразования). Последующий метрологический анализ позволяет получить оценку характеристик погрешности измерений, количественную характеристику точности, по известным характеристикам погрешности элементарных измерительных операций. Типичная методическая ошибка метода Монте-Карло 5-10% [6] полностью удовлетворяет требованиям к точности оценивания погрешности измерения.

Применение метода Монте-Карло дает наибольший эффект по сравнению с аналитическими методами при оценивании характеристик погрешности результатов косвенных, совместных и совокупных измерений, когда обрабатываются результаты прямых измерений двух и более величин.

Так, в работе [2] методом Монте-Карло получена оценка случайной погрешности произведения результатов измерений, полученных с помощью каналов измерительных систем с номинальной линейной функцией преобразования.

Аналогичные задачи возникают при разработке измерителей параметров электроизоляционных конструкций под рабочим напряжением для технического обслуживания систем электроснабжения по состоянию [5].

Материал и методы исследования

В ГОСТ 30421-96 установлены пары нормируемых электрических параметров электроизолятора, представленные в таблице 1 [3]. Пары составляют электрическая емкость C или обратная ей величина $1/C$, активное электрическое сопротивление R или проводимость G , тангенс угла диэлектрических потерь $tg\delta$ или тангенс угла фазового сдвига $tg\varphi$.

Значения всех нормируемых параметров электроизоляторов могут быть определены по результатам измерений активной R_X и реактивной X_X составляющих комплексного сопротивления (СКС) объекта измерений и частоты ω гармонического напряжения питания измерительной схемы при использовании схемы замещения объекта в виде параллельно соединенных резистора сопротивлением R и конденсатора емкостью C , если оценены соответствующие характеристики погрешности. Это позволяет разработать универсальный измеритель электрических параметров электроизоляторов [1].

Таблица 1 – Предпочтительные пары измеряемых величин

Предпочтительные пары	
Главная величина	Дополнительный параметр
C или $1/C$	$tg\delta$
C или $1/C$	R
C или $1/C$	G
R или G	C или $1/C$
R или G	$tg\varphi$
$tg\delta$	C или $1/C$

Взаимосвязь нормируемых параметров электроизоляторов с СКС отражается с помощью формул:

$$tg\delta = R_X / X_X, \quad tg\varphi = X_X / R_X, \quad R = \frac{R_X^2 + X_X^2}{R_X}, \quad G = \frac{R}{R_X^2 + X_X^2},$$
$$C = \frac{X_X}{\omega \cdot (R_X^2 + X_X^2)}, \quad \frac{1}{C} = \frac{\omega \cdot (R_X^2 + X_X^2)}{X_X}.$$

В соответствии с ПМГ 96-2009 в случаях, когда результаты измерений используются совместно с другими результатами измерений, за характеристики качества измерений при-

нимают точечные характеристики - среднеквадратичное отклонение погрешности или стандартную неопределенность [4]. Точечная характеристика должна сопровождаться указанием принятой аппроксимации закона распределения плотности вероятностей погрешности. ПМГ 96-2009 распространяются на случайные погрешности прямых измерений, функции плотности распределения вероятностей которых относятся к классу симметричных, одномодальных, усеченных функций. Оценки основаны на предположениях о распределении погрешностей прямых измерений по закону равномерной плотности как наихудшему (дающему для СКО оценку сверху) из законов распределения, относящихся к указанному классу, и отсутствует корреляция между величинами, измеряемыми прямым методом и, соответственно, погрешностями их измерений.

Для оценки характеристик случайной погрешности результатов измерений параметров электроизоляторов проведено моделирование в среде MathCAD методом Монте-Карло с построением по результатам статистических испытаний гистограммы распределения плотности вероятностей случайной погрешности. Входные переменные программы: число реализаций N ; число интервалов ряда наблюдений (число столбцов гистограммы) m ; номинальные значения СКС R_x и X_x , пределы допускаемой относительной случайной погрешности СКС; математическая модель, описывающая зависимость искомой величины от СКС. Выходные переменные программы: СКО СКС, СКО искомой величины. Число реализаций определяется в зависимости от требований к точности и заранее неизвестно, оно не должно быть менее 10^6 .

Для построения гистограммы использовалась встроенная функция: «hist(intvis,x)», которая определяет вектор частоты попадания данных в интервалы гистограммы; где «intvis» – вектор, элементы которого задают сегменты построения гистограммы в порядке возрастания, «a<intvisi<b;x» – вектор случайных данных. Равномерный закон распределения плотности вероятности составляющих комплексного сопротивления задавался посредством встроенной функции «gunif(x₁,x₂,x₃)». Для вычисления среднеквадратического отклонения использовалась встроенная функция «stdev(x)».

В ходе исследований было принято: $N = 10^6$, $R_x = 1$ МОм, $X_x = 1$ МОм, $m = 100$, $\omega = 100\pi$ Гц, пределы допускаемой относительной случайной погрешности результатов измерений СКС εR_x и εX_x , тангенса угла диэлектрических потерь $\varepsilon \tan \delta$, тангенса угла фазового сдвига $\varepsilon \tan \varphi$, частоты напряжения питания измерительной схемы $\varepsilon \omega$ составляют $\pm 1\%$ номинальных значений и имеют равномерное распределение.

Результаты исследования и их обсуждение

Гистограмма распределения погрешности $\varepsilon tg\delta = \frac{R_x + \varepsilon R_x}{X_x + \varepsilon X_x} - \frac{R_x}{X_x}$ результата измерения

тангенса угла потерь $tg\delta$ и погрешности результата измерения тангенса угла фазового сдвига

$\varepsilon tg\phi = \frac{R_x + \varepsilon R_x}{X_x + \varepsilon X_x} - \frac{R_x}{X_x}$ имеет форму равнобедренного треугольника. При принятых номи-

нальных значениях величин СКО = 0,008.

Гистограмма распределения погрешности $\varepsilon R = \frac{(R_x + \varepsilon R_x)^2 + (X_x + \varepsilon X_x)^2}{X_x + \varepsilon X_x} - \frac{R_x^2 + X_x^2}{X_x}$ ре-

зультата измерения сопротивления R резистора эквивалентной схемы имеет форму прямоугольника, т.е. распределение равномерно, СКО = 0,012 МОм.

Распределение погрешности результата измерения проводимости G

$\varepsilon G = \frac{(R_x + \varepsilon R_x)^2}{(R_x + \varepsilon R_x)^2 + (X_x + \varepsilon X_x)^2} - \frac{R_x^2}{R_x^2 + X_x^2}$, так же как и распределение εR , близко к рав-

номерному, СКО = 2,9 мСм.

Распределение погрешности результата измерения емкости C эквивалентной схемы за-

мещения $\varepsilon C = \frac{X_x + \varepsilon X_x}{(\omega + \varepsilon\omega) \cdot ((R_x + \varepsilon R_x)^2 + (X_x + \varepsilon X_x)^2)} - \frac{X_x}{\omega \cdot (R_x^2 + X_x^2)}$ является нормаль-

ным, СКО = 6,1 пФ.

Плотность распределения вероятностей погрешности

$\varepsilon \frac{1}{C} = \frac{(\omega + \varepsilon\omega) \cdot ((X_x + \varepsilon X_x)^2 + (R_x + \varepsilon R_x)^2)}{(X_x + \varepsilon X_x)^2} - \frac{\omega \cdot (R_x^2 + X_x^2)}{X_x}$ распределена нормально, СКО $1/C$

= 3,6 1/мкФ.

При погрешностях результатов измерений СКС более $\pm 1\%$ гистограммы распределения погрешностей результатов измерений величин, представленных в таблице, становятся заметно асимметричными. В этом случае при оформлении результатов измерений необходимо дополнительно указывать коэффициент асимметрии или вид закона распределения.

На рис. 1 представлена гистограмма распределения вероятности погрешности результатов измерений $tg\delta$ при $\varepsilon R_x = 5\%$, $\varepsilon X_x = \pm 10\%$, СКО $tg\delta = 0,065$, коэффициент асимметрии = 0,163.

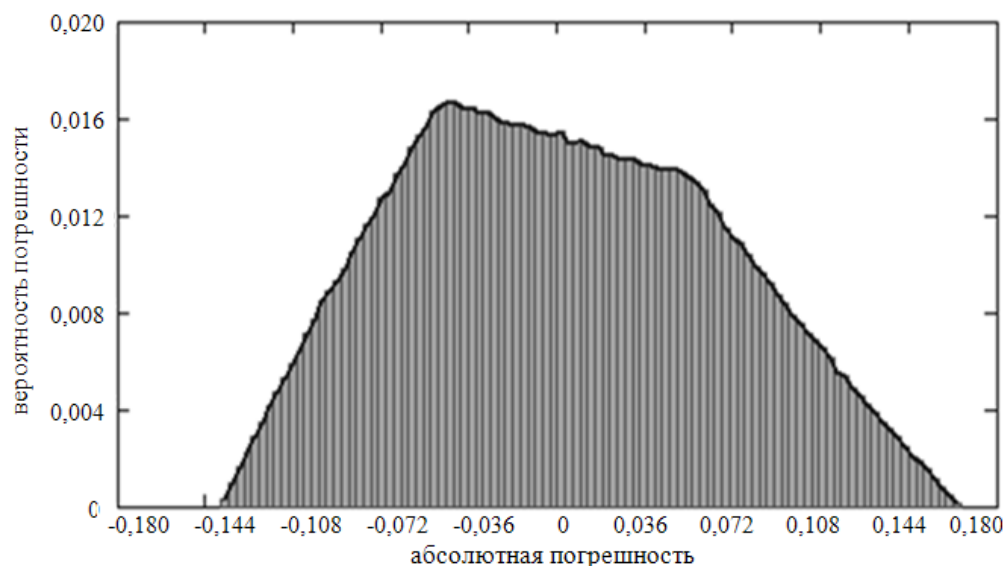


Рисунок 1. Гистограмма плотности распределения вероятностей результатов измерений $tg\varepsilon$ при $\varepsilon R_x = 5\%$, $\varepsilon X_x = \pm 10\%$.

На рис. 2 представлена гистограмма плотности распределения вероятностей результатов измерений емкости C при $\varepsilon R_x = \varepsilon X_x = \pm 7\%$, СКО $C = 3,7 \cdot 10^{-5}$ мкФ, коэффициент асимметрии = 0,152.

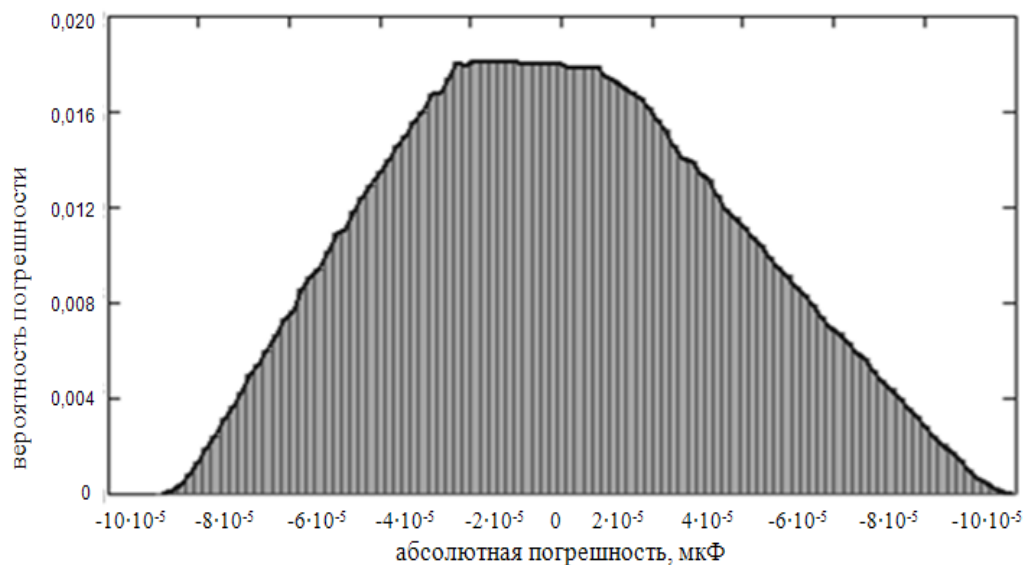


Рисунок 2. Гистограмма плотности распределения вероятностей результатов измерений емкости эквивалентной схемы замещения при $\varepsilon R_x = \varepsilon X_x = \pm 7\%$.

На рис. 3 представлена гистограмма плотности распределения вероятностей результатов измерений активного сопротивления эквивалентной схемы замещения при $\varepsilon R_x = \varepsilon X_x = \pm 7\%$, СКО $R_x = 0,081$, коэффициент асимметрии = 0,048.

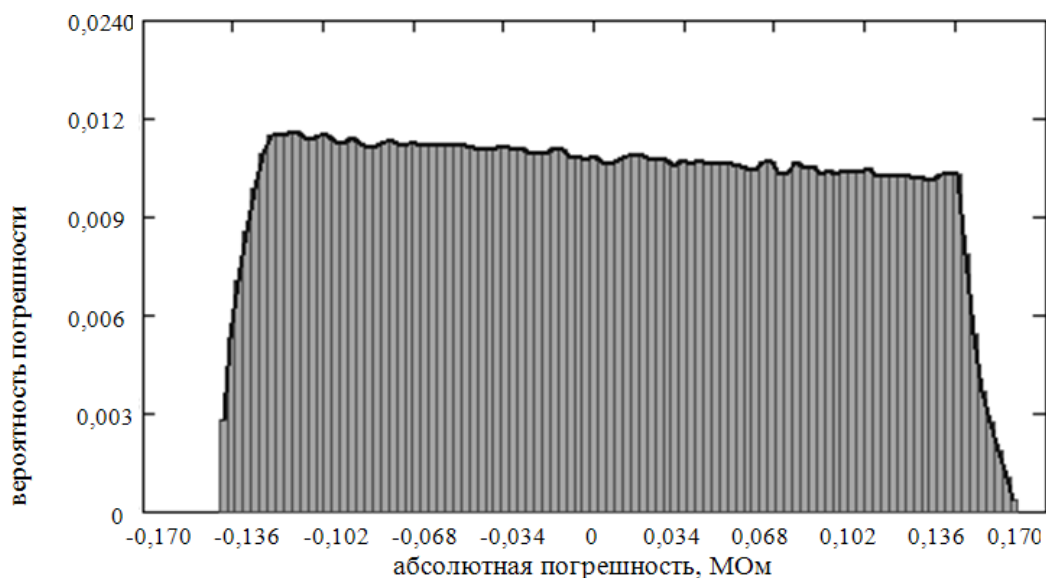


Рисунок 3. Гистограмма плотности распределения вероятностей результатов измерений активного сопротивления эквивалентной схемы замещения при $\varepsilon R_x = \varepsilon X_x = \pm 7\%$.

Выводы

Метод Монте-Карло является эффективным инструментом оценивания характеристик случайных погрешностей косвенных, совокупных и совместных измерений при любых законах распределения вероятностей погрешности результатов прямых измерений, в частности среднего квадратического отклонения результатов измерений параметров комплексного сопротивления, определяющих качество высоковольтных электроизоляторов по ГОСТ 30421 - 96: электрическая емкость или обратная ей величина, активное электрическое сопротивление или проводимость, тангенс угла диэлектрических потерь или тангенс угла фазового сдвига.

Распределение плотности вероятностей погрешности результатов измерений этих параметров по значениям составляющих комплексного сопротивления, полученным прямым измерением с относительной погрешностью менее $\pm 1\%$ с равномерным распределением плотности вероятностей погрешности результатов измерений, является треугольным (тангенс угла диэлектрических потерь, тангенс угла фазового сдвига), равномерным (активное электрическое сопротивление или проводимость) или нормальным (электрическая емкость и обратная ей величина).

При относительной погрешности результатов измерений составляющих комплексного сопротивления, превышающей $\pm 1\%$, распределения плотности вероятностей погрешности результатов измерений параметров комплексного сопротивления становятся заметно асимметричными. В таких случаях при оформлении результатов измерений необходимо дополнительно указывать коэффициент асимметрии или вид закона распределения вероятностей погрешности.

Список литературы

1. Баранов В.А. Измерения параметров композиционных диэлектрических материалов. – Пенза : ИИЦ ПГУ, 2008. – 124 с.
2. Данилов А.А., Шумарова С.А. Об асимметрии функции плотности распределения вероятностей погрешности результатов измерений, полученных с помощью сложных измерительных каналов измерительных систем // Измерительная техника. - 2012. - № 11. - С. 60-61.
3. ГОСТ 30421 - 96 Измерители электрической емкости, активного сопротивления и тангенса угла потерь высоковольтные. Общие технические условия.
4. ПМГ 96 - 2009 Результаты и характеристики качества измерений. Формы представления.
5. Сви П.М. Методы и средства диагностики оборудования высокого напряжения. - М. : Энергоатомиздат, 1992. - 240 с.
6. Соболев И.М. Метод Монте-Карло. – Москва. : Наука, 1968. – 64 с.

Рецензенты:

Цыпин Б.В., д.т.н., профессор, Пензенский государственный университет, кафедра «Информационно-измерительная техника», г. Пенза.

Громков Н.В., д.т.н., профессор, Пензенский государственный университет, кафедра «Информационно-измерительная техника», г. Пенза.