

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ В МОДЕЛИ МЕХАНИЗМА ПОДЪЕМА ПОРУБОЧНЫХ ОСТАТКОВ ДИСКОВОЙ РУБИТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ

Фетяев А.Н., Фокин С.В.

¹ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный аграрный университет им. Н.И.Вавилова» Саратов, Россия (410012, Саратов, Театральная площадь д. 1), e-mail: feht@mail.ru

Проводится анализ создания математической модели для обоснования конструктивно-технологических параметров дисковой рубительной машины. В общей модели (устройства для измельчения порубочных остатков, оснащенного механизмом загрузки) двумерная модель механизма загрузки добавляется к трехмерной модели устройства для измельчения порубочных остатков. В настоящее время общепринятым методом моделирования сложных механизмов является матричный метод формирования общих уравнений из уравнений, описывающих отдельные элементы механизма подъема. В статье для динамического анализа работы механизма подъема, полученную систему дифференциальных уравнений интегрируют по времени с соответствующими начальными условиями и требуемым характером возмущений на ковше для загрузки порубочных остатков.

Ключевые слова: механизм подъема, устройство для измельчения порубочных остатков, порубочные остатки, щепа, дисковые рубительные машины.

REPORTING IN MODEL LIFT MECHANISM FOREST RESIDUES DISK CHIPPERS

Fetyaev A.N., Fokin S.V.

¹FGBOU VPO «Saratov State Agrarian University named after N.I Vavilov» Saratov, Russia (410012, Saratov, Theatre Square on 1), e-mail: feht@mail.ru

The analysis of creating a mathematical model to study structural and technological parameters of the disc chipper. In the general model (devices for crushing forest residues, equipped with loading mechanism) two-dimensional model of the loading mechanism is added to the three-dimensional model of the device for the grinding of forest residues. Currently, the conventional method of modeling complex mechanisms is the matrix method of forming the general equations of the equations describing the individual elements of the lifting mechanism. In an article for the dynamic analysis of the lifting mechanism, the resulting system of differential equations is integrated in time with the corresponding initial conditions and the desired character of the perturbation of the bucket to load forest residues.

Keywords: lifting mechanism, a device for grinding forest residues, forest residues, wood chips, disc chippers.

При работе механизма загрузки порубочных остатков, перемещения его элементов происходят только в плоскости X-Z, поэтому разработана двумерная модель механизма. В общей модели (устройства для измельчения порубочных остатков, оснащенного механизмом загрузки) двумерная модель механизма загрузки добавляется к трехмерной модели устройства для измельчения порубочных остатков.

В настоящее время общепринятым методом моделирования сложных механизмов является матричный метод формирования общих уравнений из уравнений, описывающих отдельные элементы механизма [1,2,3,7]. Преимуществом данного метода является упрощенное и формализованное составление общей системы уравнений, недостатком метода – некоторая громоздкость системы дифференциальных уравнений и соответственно больший объем компьютерных вычислений [4,5].

В рамках данного метода механизм разбивается на несколько абсолютно твердых тел, взаимодействующих между собой несколькими связями определенных типов (шарнирное

соединение, невесомая нерастяжимая тяга, связь с помощью гидроцилиндра и т.п.). При этом, в двумерном случае, положение каждого тела i в пространстве задается координатами центра тяжести (x_i, z_i) и углом наклона к горизонтальному направлению φ_i . Инерционные свойства тел задаются их массой m_i и центральным моментом инерции J_i . Для каждого тела определяется набор точек (контактных точек), в которых это тело контактирует с любыми другими телами тем или иным способом [6].

Для каждого тела (рисунок 1) вводим систему отсчета x_i, y_i , начало которой совмещаем с центром тяжести. Тогда положение связанных осей относительно неподвижной системы координат x_0, z_0 будет задаваться набором $x_{i0}, z_{i0}, \varphi_{i0}$. В связанной системе координат контактные точки удобно задавать полярными координатами r_{ij}, φ_{ij} , где индекс i соответствует номеру тела ($i = 1, 2, \dots, n$), j - номеру контактной точки ($j = 1, 2, \dots, m$).

Условимся также, что неподвижная система координат есть некоторая система, связанная с условным телом номер ноль ($i = 0$). Поэтому точки, принадлежащие неподвижной системе координат (некоторые жесткие заделки), будем задавать также полярными координатами вида r_{0i}, φ_{0i} . Центр тяжести любого тела будем считать нулевой точкой ($j = 0$).

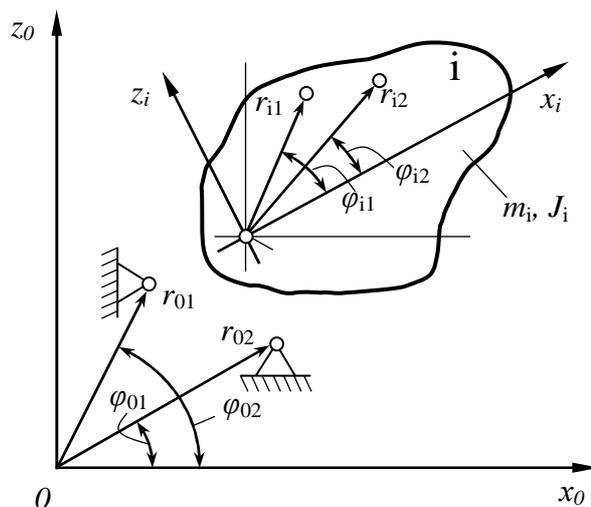


Рисунок 1 – Схема индексации контактных точек тела механизма в полярной системе координат

В соответствии с предложенными правилами индексации механизм загрузки был разбит на отдельные твердые тела и связи следующим образом (рисунок 2).

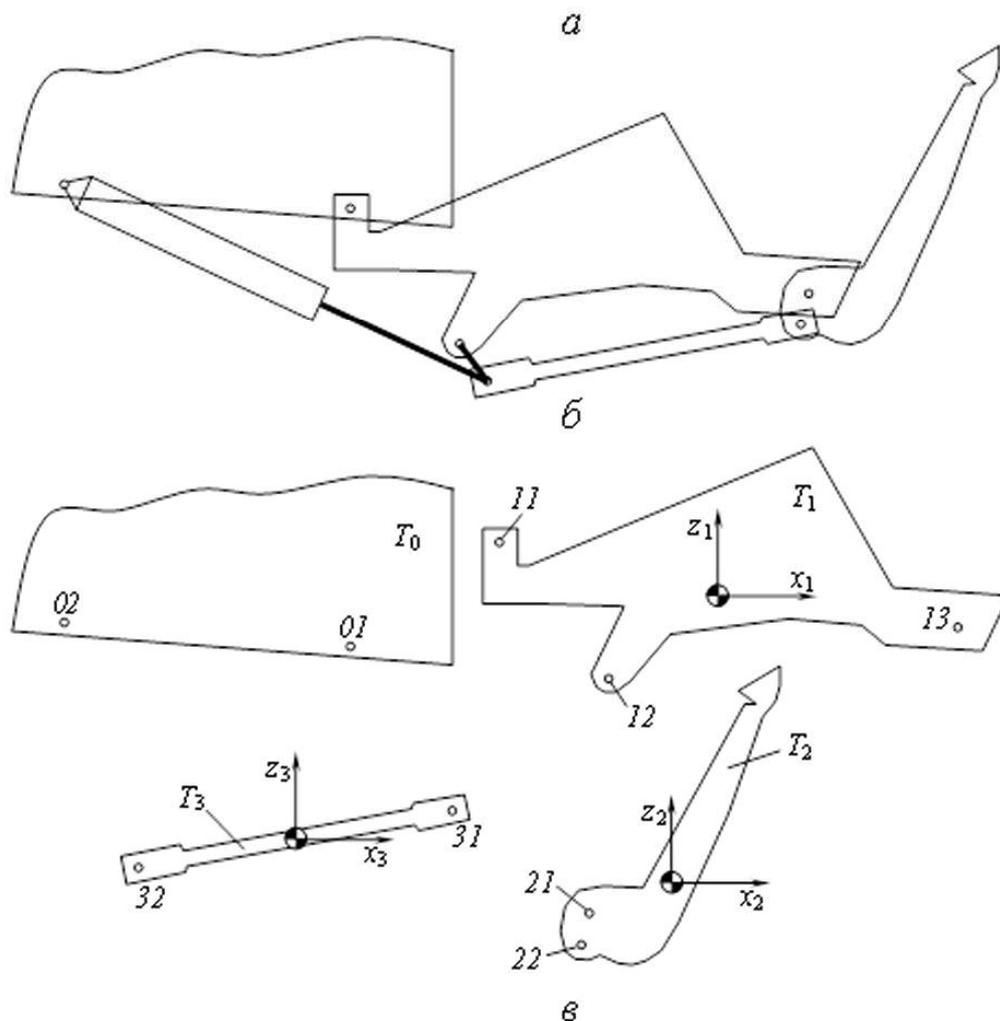


Рисунок 2 – Представление механизма загрузки в модели, как совокупности отдельных твердых тел и связей между ними: а – фотография механизма; б – взаимосвязь тел механизма; в – индексация тел и контактных точек механизма

Механизм разбит на три абсолютно твердых тела: T_1 – стрела; T_2 – захват; T_3 – нижняя тяга. Кроме того, в качестве неподвижного "нулевого" тела T_0 рассматривается корпус устройства для измельчения порубочных остатков.

Тела механизма взаимодействуют тремя типами связей:

- цилиндрическими шарнирами ($01-11$, $13-21$, $22-31$);

- невесомой нерастяжимой тягой (12–31);
- гидроцилиндром (02–32).

Для записи уравнений движения механизма в целом используются уравнения Лагранжа I рода с неопределенными множителями в виде

$$\begin{cases} m_i \ddot{x}_{i0} + \sum_{s=1}^p \lambda_s \frac{\partial \Phi_s}{\partial x_{i0}} = Q_{xi}; \\ m_i \ddot{z}_{i0} + \sum_{s=1}^p \lambda_s \frac{\partial \Phi_s}{\partial z_{i0}} = Q_{zi}; \\ J_i \ddot{\varphi}_{i0} + \sum_{s=1}^p \lambda_s \frac{\partial \Phi_s}{\partial \varphi_{i0}} = Q_{\varphi i}, \end{cases} \quad (1)$$

где Q_{xi} , Q_{zi} – декартовы составляющие равнодействующих сил, приложенных к i -му телу; $Q_{\varphi i}$ – соответствующий момент; λ_s – неопределенные множители Лагранжа ($s = 1, 2, \dots, p$); Φ_s – функции связей.

При составлении общей системы уравнений вначале последовательно рассмотрим три типа связей, присутствующие в данном механизме (рисунок 3), после чего "смонтируем" общую систему уравнений механизма, руководствуясь при этом определенными правилами последовательного индексирования уравнений.

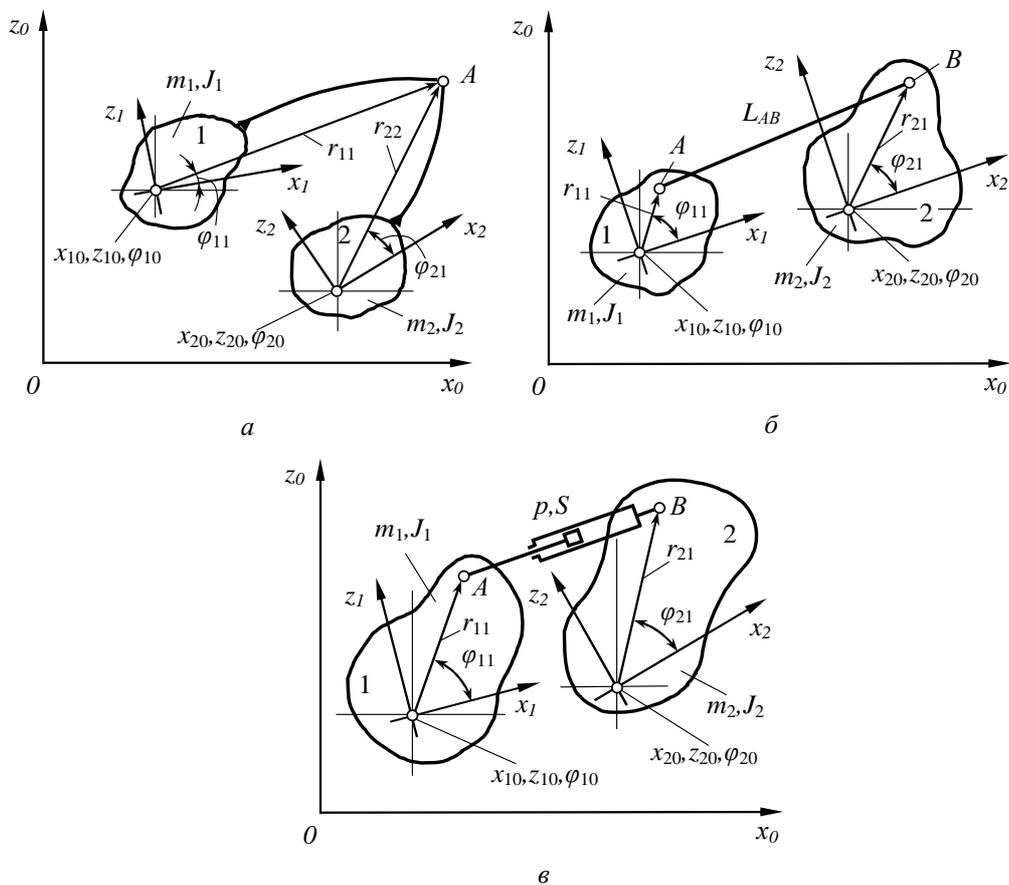


Рисунок 3 – Расчетные схемы для трех видов связей в моделируемом механизме: а – цилиндрический шарнир; б – нерастяжимая тяга; в – гидроцилиндр

При составлении уравнений движения для шарнирной связи и нерастяжимой тяги (рисунок 3, *a* и *б*) учитываем заложенные в данный вид связи ограничения (неразрывность, равенство углов поворота, неизменность заданного расстояния), записываем функции связей, затем определяем коэффициенты при множителях Лагранжа путем дифференцирования функций связи, после чего подставляем эти коэффициенты в уравнения (1), с учетом вторых производных функций связи по времени. Тогда, опуская промежуточные преобразования, получим для шарнирной связи искомую систему уравнений в матричной форме.

$$\left(\begin{array}{c|c} \boxed{\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ m_1 & & & \\ & m_1 & & \\ & & J_1 & \\ & & & m_2 \\ & & & & m_2 \\ & & & & & J_2 \end{array}} & \boxed{\begin{array}{cc} (T) \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ T_{31} & T_{32} \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ T_{61} & T_{62} \end{array}} \\ \hline \boxed{\begin{array}{cccccc} & & & & & \\ & & & & & \\ 1 & 0 & T'_{13} & -1 & 0 & T'_{16} \\ 0 & 1 & T'_{23} & 0 & -1 & T'_{26} \end{array}} & \boxed{\begin{array}{cc} (0) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}} \end{array} \right) \cdot \left\{ \begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} (\ddot{X}) \\ \ddot{x}_{10} \\ \ddot{z}_{10} \\ \ddot{\phi}_{10} \\ \ddot{x}_{20} \\ \ddot{z}_{20} \\ \ddot{\phi}_{20} \end{array}} \\ \boxed{\begin{array}{c} (\lambda) \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{array}} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} (Q_x) \\ F_{10}^x \\ F_{10}^z \\ M_{10} \\ F_{20}^x \\ F_{20}^z \\ M_{20} \end{array}} \\ \boxed{\begin{array}{c} (U) \\ U_1 \\ U_2 \end{array}} \end{array} \right\}, \quad (2)$$

где $T'_{13} = T_{31} = -r_{11}\sin(\varphi_{10}+\varphi_{11})$; $T'_{16} = T_{61} = r_{21}\sin(\varphi_{20}+\varphi_{21})$;

$T'_{23} = T_{32} = -r_{11}\cos(\varphi_{10}+\varphi_{11})$; $T'_{26} = T_{62} = -r_{21}\cos(\varphi_{20}+\varphi_{21})$;

$U_1 = r_{11}\cos(\varphi_{10}+\varphi_{11})\dot{\phi}_{10}^2 - r_{21}\cos(\varphi_{20}+\varphi_{21})\dot{\phi}_{20}^2$;

$U_2 = r_{11}\sin(\varphi_{10}+\varphi_{11})\dot{\phi}_{10}^2 - r_{21}\sin(\varphi_{20}+\varphi_{21})\dot{\phi}_{20}^2$;

F_{10}^x , F_{10}^z и M_{10} – проекции равнодействующей внешних сил, действующих на первое тело и суммарный момент этих сил относительно центра тяжести этого тела;

F_{20}^x , F_{20}^z и M_{20} – то же самое – для второго тела.

Последнюю систему, как и системы для остальных рассматриваемых видов связей (рисунок 3), можно представить в виде обобщенного выражения

$$\begin{bmatrix} M & T \\ T' & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{X} \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_x \\ U \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

В выражениях (2) и (3) буквами обозначены следующие матрицы: M – диагональная подматрица масс, коэффициенты которой есть последовательные значения масс и моментов инерции; T – прямоугольная подматрица коэффициентов при множителях Лагранжа размерности $6 \times n_\lambda$, где n_λ – число уравнений связи (коэффициенты матрицы вычисляются по специальным формулам); T' – подматрица, транспонированная по отношению к матрице T ; 0 – нулевая подматрица; \ddot{X} – подматрица линейных и угловых ускорений системы; λ –

подматрица неопределенных множителей Лагранжа; Q_x – подматрица внутренних и внешних возмущений, приведенных относительно центров тяжести тел; U – подматрица размерности n .

Формулы для частных случаев связи тела с неподвижной системой координат могут быть получены из системы вида (2) путем исключения всех координат, относящихся ко второму телу. В частности, для шарнирной связи тела 1 (стрелы) с телом 0 (корпусом устройства для измельчения порубочных остатков) получим следующую систему

$$\left(\begin{array}{|c|c|} \hline \begin{array}{|c|c|} \hline & (M) \\ \hline m_1 & \\ & m_1 \\ & J_1 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline & (T) \\ \hline 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ T_{31} & T_{32} \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|c|c|} \hline & (T') & \\ \hline 1 & 0 & T'_{13} \\ 0 & 1 & T'_{23} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline & (O) \\ \hline 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \hline \end{array} \end{array} \right) \cdot \left\{ \begin{array}{|c|} \hline (\ddot{X}) \\ \hline \ddot{x}_{10} \\ \ddot{z}_{10} \\ \dot{\varphi}_{10} \\ \hline (\lambda) \\ \hline \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \hline \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{|c|} \hline (Q_x) \\ \hline F_{10}^x \\ F_{10}^z \\ M_{10} \\ \hline (U) \\ \hline U_1 \\ U_2 \\ \hline \end{array} \right\}, \quad (4)$$

где $T'_{13} = T_{31} = -r_{11}\sin(\varphi_{10}+\varphi_{11})$; $T'_{23} = T_{32} = -r_{11}\cos(\varphi_{10}+\varphi_{11})$; $U_1 = r_{11}\cos(\varphi_{10}+\varphi_{11})\dot{\varphi}_{10}^2$;
 $U_2 = r_{11}\sin(\varphi_{10}+\varphi_{11})\dot{\varphi}_{10}^2$.

Системы уравнений, описывающие остальные виды связей, имеют такую же структуру, как и система (2). Отличие заключается в другом виде выражений для определения элементов подматриц, а также в размерностях самих подматриц, зависящих от числа n_λ .

Для случая связи двух тел 1 и 2 (рисунок 3, б) с помощью невесомой нерастяжимой тяги (в точках A и B – цилиндрические шарниры) длиной L_{AB} $n_\lambda = 1$, поэтому матрица T имеет размерность 6×1 , а вектор U состоит из одного элемента. Тогда, опуская промежуточные операции расчетов, запишем окончательно выражения для искомых элементов подматриц:

$$T_{11} = -T_{41} = 2[(x_{20} - x_{10}) + (r_{21}\cos\varphi_{20} - r_{11}\cos\varphi_{10})], \quad (5)$$

$$T_{21} = -T_{51} = 2[(z_{20} - z_{10}) + (r_{21}\sin\varphi_{20} - r_{11}\sin\varphi_{10})], \quad (6)$$

$$T_{31} = 2[r_{11}\sin\varphi_{10}(x_{20} - x_{10}) + r_{11}r_{21}\sin(\varphi_{10} - \varphi_{20}) - r_{11}\cos\varphi_{10}(z_{20} - z_{10})], \quad (7)$$

$$T_{61} = 2[-r_{21}\sin\varphi_{20}(x_{20} - x_{10}) - r_{11}r_{21}\sin(\varphi_{10} - \varphi_{20}) + r_{21}\cos\varphi_{20}(z_{20} - z_{10})], \quad (8)$$

$$U_1 = -2[(\dot{x}_{20} - \dot{x}_{10})^2 + (\dot{z}_{20} - \dot{z}_{10})^2 + r_{21}r_{11}\cos(\varphi_{10} - \varphi_{20})(\dot{\varphi}_{10} - \dot{\varphi}_{20})^2 + \\ + (x_{20} - x_{10})(r_{11}\dot{\varphi}_{10}^2\cos\varphi_{10} - r_{21}\dot{\varphi}_{20}^2\cos\varphi_{20}) + (z_{20} - z_{10})(r_{11}\dot{\varphi}_{10}^2\sin\varphi_{10} - r_{21}\dot{\varphi}_{20}^2\sin\varphi_{20}) + \\ + 2(\dot{x}_{20} - \dot{x}_{10})(r_{11}\sin\varphi_{10}\dot{\varphi}_{10} - r_{21}\sin\varphi_{20}\dot{\varphi}_{20}) + 2(\dot{z}_{20} - \dot{z}_{10})(r_{21}\cos\varphi_{20}\dot{\varphi}_{20} - r_{11}\cos\varphi_{10}\dot{\varphi}_{10})]. \quad (9)$$

В выражениях (5) ... (9) и в выражениях, составляемых ниже, с целью сокращения длины выражений условно приняты подстановки $\varphi_{20} + \varphi_{21} = \varphi_{20}^*$ и $\varphi_{10} + \varphi_{11} = \varphi_{10}^*$, причем звездочки не проставлены.

Соединение двух тел с помощью гидроцилиндра (рисунок 3, в), для которого известны рабочая S_p , штоковая S_u , поршневая S_n площади, давление p_z и коэффициент μ_T сухого трения гидравлической пары, описывается следующими уравнениями:

$$Q_{x1} = F_{10}^x - F_1^x (1 + \mu_T \text{sign } \dot{L}_{AB}); \quad (10)$$

$$Q_{x2} = F_{10}^z - F_1^z (1 + \mu_T \text{sign } \dot{L}_{AB}); \quad (11)$$

$$Q_{x3} = M_{10} + r_{11} [F_1^x (1 + \mu_T \text{sign } \dot{L}_{AB}) \sin \varphi_{10} - F_1^z (1 + \mu_T \text{sign } \dot{L}_{AB}) \cos \varphi_{10}]; \quad (12)$$

$$Q_{x4} = F_{20}^x + F_2^x (1 + \mu_T \text{sign } \dot{L}_{AB}); \quad (13)$$

$$Q_{x5} = F_{20}^y + F_2^z (1 + \mu_T \text{sign } \dot{L}_{AB}); \quad (14)$$

$$Q_{x6} = M_{20} + r_{21} [-F_1^x (1 + \mu_T \text{sign } \dot{L}_{AB}) \sin \varphi_{20} + F_2^z (1 + \mu_T \text{sign } \dot{L}_{AB}) \cos \varphi_{20}], \quad (15)$$

где $F_1^x = -F_2^x = p_z S_p [(x_{10} - x_{20}) + (r_{11} \cos \varphi_{10} - r_{21} \cos \varphi_{20})] / L_{AB};$

$$F_1^z = -F_2^z = p_z S_p [(z_{10} - z_{20}) + (r_{11} \sin \varphi_{10} - r_{21} \sin \varphi_{20})] / L_{AB};$$

$$S_p = (1 - \text{sign } \dot{L}_{AB}) S_u / 2 + (1 + \text{sign } \dot{L}_{AB}) S_n / 2.$$

На основе приведенных выше систем уравнений для трех типов связей, составляется общая система уравнений, описывающая весь механизм. Для формирования общей системы необходимо иметь три вида исходных данных:

- о массах, моментах инерции и геометрии расположения контактных точек;
- о связях, объединяющих тела в механизм;
- о начальных условиях и прочие вспомогательные сведения, необходимые для осуществления процесса интегрирования.

Формирование общей системы уравнений на основании рассмотренных частных случаев осуществляется с помощью принципа суперпозиции: введение в систему каждой новой связи означает только введение соответствующих членов-столбцов в систему уравнений и никак не изменяет члены уравнений, отвечающие описанию всех других связей, реакций, сил. Это означает, что если выписать диагональную матрицу масс системы, то запись массива коэффициентов при множителях Лагранжа и массивов коэффициентов в правой части уравнения можно выполнить с помощью уравнений-шаблонов, выведенных ранее. При этом вид связи будет определять, каким именно шаблоном следует воспользоваться, а значения индексов контактных точек связи определяют, какие значения r_{ij} и φ_{ij} следует подставлять в формулы.

Список литературы

1. Устройство для измельчения порубочных остатков : Пат. 2354545 Рос. Федерация : А 01 G 23/06 / Цыплаков В. В., Шпортько О. Н., Фокин С.В. ; заявитель и патентообладатель ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ». – № 2007147160 ; заявл. 18.12.2007 ; опубл. 10.05.2009, Бюл. № 13.
2. Устройство для измельчения порубочных остатков : Пат. 2424896 Рос. Федерация : В 27 L 11/00 / Цыплаков В. В., Фокин С.В., Фетяев А.Н. ; заявитель и патентообладатель ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ». – № 2010110972/21 ; заявл. 22.03.2010 ; опубл. 27.07.2011.
3. Фокин С.В. Об имитационной модели процесса измельчения порубочных остатков/ С.В. Фокин, А.Н.Фетяев // Научно-технический вестник Поволжья.-2012.-№2- С.291-295.
4. Фокин С.В. О влиянии конструктивных и технологических параметров машины для измельчения порубочных остатков на эффективность ее работы / С. В. Фокин, Е.В. Саввин // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 3; URL: <http://www.science-education.ru/103-6453> (дата обращения: 19.06.2012).
5. Фокин С.В. Моделирование машины для измельчения порубочных остатков/ С.В. Фокин // Научное обозрение.-2011.-№5- С.258-265.
6. Фокин С.В. К обоснованию параметров и режимов работы устройства для измельчения порубочных остатков/ С.В. Фокин // Вестник Марийского государственного технического университета.-2011.-№3- С.36-45.
7. Фокин С. В. О создании комплекса машин для расчистки нераскорчеванных вырубков / В. В. Цыплаков, С. В. Фокин // Вестник Саратовского госагроуниверситета им. Н. И. Вавилова. – 2008. – № 1. – С. 60–63.

Рецензенты:

Маштаков Д.А., д.с.-х.н., доцент, заведующий кафедрой «Лесное хозяйство и лесомелиорация», ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный аграрный университет им. Н.И. Вавилова», г. Саратов.

Панкратов В.М., д.т.н., профессор, заместитель директора, «Институт проблем точной механики и управления РАН», г. Саратов.