**УДК 681.5.037**

## ИССЛЕДОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СТАДИЕЙ СИНТЕЗА ЭТАНОЛАМИНОВ

**[1]Пенкин К.В.**

*[1]Дзержинский политехнический институт (филиал) ФГБОУ ВПО «Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева», Дзержинск, Нижегородская обл., Россия (606023, Нижегородская обл., г. Дзержинск, б-р Мира, д. 21, кафедра «Автоматизация и информационные системы»), e-mail: avtomat@sinn.ru*

**Исследование управляемости системы управления позволяет оценить качество управления. Система называется вполне управляемой по состоянию, если существует управляющее воздействие, которое может за конечный промежуток времени перевести систему из любого начального состояния в любое заданное конечное состояние. Существует также управляемость по выходу. Это качество также рассматривается в статье. При анализе управляемости и устойчивости системы управления использованы линеаризованные модели объекта управления. При этом математическая модель реактора смесителя представлена в виде дифференциальных уравнений, которые в результате замены отдельных компонентов условными буквенными обозначениями приведены в более удобный вид. В таком виде дифференциальных уравнений представлены параметры состояния системы, входные и выходные факторы. Многомерная система, описываемая уравнениями состояния и уравнениями выхода, полностью характеризуется прибором трех матриц. Критерий управляемости по состоянию определяется тем, что система будет вполне управляемой, необходимо, чтобы ранг матрицы был определенной величины. Это доказано в работе. Такой же подход реализован при оценке критерия управляемости по выходу. Доказано, что система, управляемая по состоянию и по выходу, является устойчивой.**

Ключевые слова: этаноламин, математические методы, система управления.

## THE STUDY OF CONTROLLABILITY AND STABILITY STAGE MANAGEMENT SYSTEM SYNTHESIS ETHANOLAMINE

**[1]Penkin K.V.**

*[1] Dzerzhinsky Polytechnic Institute, Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Dzerzhinsk, Nizhniy Novgorod region, Russia (606023, Nizhegorodskaya obl., Dzerzhinsk, b. World, 21, Department of «Automation and information systems»), e-mail: avtomat@sinn.ru*

**Study handling control system allows to assess the quality of governance. The system is called completely controllable as if there is a control action that can be for a finite period of time to transfer the system from any initial state to any desired final state. There is also handling the output. This quality is also addressed in the article. Multidimensional system described by the equations of state and output equations are completely characterized by three matrices device. Controllability criterion as defined by that system would be controlled, it is necessary to rank matrix was a certain value. It is proven to work. The same approach has been implemented in the evaluation criterion of controllability at the output. It is proved that the system is controlled by the state and the output is stable.**

Keywords: ethanolamine, mathematical methods, control system.

При производстве этаноламинов важной является стадия, в процессе которой осуществляется получение фракций этаноламинов в виде моноэтаноламинов, диэтаноламинов и триэтаноламинов.

Все процессы производства автоматизированы с помощью современных систем управления.

В настоящей работе ставится цель математического исследования управляемости системы автоматизации.

Для анализа свойств системы, а именно управляемости и устойчивости, предпочтительно использовать линейные или линеаризованные модели объектов управления. Математическая модель реактора-смесителя существенно не линейная. При этом линеаризацию модели целесообразно провести в окрестности стационарного состояния объекта: $[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}$, $[\text{МЭА}]_{\text{ст}}$, $[\text{ДЭА}]_{\text{ст}}$, $[\text{ТЭА}]_{\text{ст}}$, $[NH_3]_{\text{ст}}$, произведя замену переменных: $[\text{ОЭ}] = [\text{ОЭ}]_{\text{ст}} + [\text{оэ}]$, $[\text{МЭА}] = [\text{МЭА}]_{\text{ст}} + [\text{мэа}]$, $[\text{ДЭА}] = [\text{ДЭА}]_{\text{ст}} + [\text{дэа}]$, $[\text{ТЭА}] = [\text{ТЭА}]_{\text{ст}} + [\text{тэа}]$, где концентрации компонентов представлены как суммы их значений в стационарном состоянии и малых отклонений. Тогда математическая модель реактора-смесителя можно записать в виде

$$\begin{cases} V\dfrac{\mathrm{d}[\text{оэ}]}{\mathrm{d}t} = F_{\text{оэ}}^{\text{вх}} - F_{\text{оэ}}^{\text{вых}} - V(k_1[\text{оэ}] + k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{мэа}] + k_2[\text{оэ}][\text{МЭА}]_{\text{ст}} + k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{дэа}] + \\ + k_3[\text{оэ}][\text{ДЭА}]_{\text{ст}} + k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{МЭА}]_{\text{ст}} + k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{ДЭА}]_{\text{ст}} + k_1[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}), \\ V\dfrac{\mathrm{d}[NH_3]}{\mathrm{d}t} = F_{NH_3}^{\text{вх}} + F_{NH_3}^{\text{воз}} - F_{NH_3}^{\text{вых}} - Vk_1[\text{оэ}] - Vk_1[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}, \\ V\dfrac{\mathrm{d}[\text{мэа}]}{\mathrm{d}t} = F_{\text{мэа}}^{\text{воз}} - F_{\text{мэа}}^{\text{вых}} + V(k_1[\text{оэ}] + k_1[\text{ОЭ}]_{\text{ст}} - k_2[\text{оэ}][\text{МЭА}]_{\text{ст}} - k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{мэа}] - \\ - k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{МЭА}]_{\text{ст}}), \\ V\dfrac{\mathrm{d}[\text{дэа}]}{\mathrm{d}t} = V(k_2[\text{оэ}][\text{МЭА}]_{\text{ст}} + k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{мэа}] - k_3[\text{оэ}][\text{ДЭА}]_{\text{ст}} - k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{дэа}] + \\ + k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{МЭА}]_{\text{ст}} - k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{ДЭА}]_{\text{ст}}) - F_{\text{дэа}}^{\text{вых}}, \\ V\dfrac{\mathrm{d}[\text{тэа}]}{\mathrm{d}t} = V(k_3[\text{оэ}][\text{ДЭА}]_{\text{ст}} + k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{дэа}] + k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{ДЭА}]_{\text{ст}}) - F_{\text{тэа}}^{\text{вых}}. \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} V\dfrac{\mathrm{d}[\text{оэ}]}{\mathrm{d}t} = -V(k_1[\text{оэ}] + k_2[\text{оэ}][\text{МЭА}]_{\text{ст}} + k_3[\text{оэ}][\text{ДЭА}]_{\text{ст}} + k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{мэа}] + k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{дэа}] + \\ + k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{МЭА}]_{\text{ст}} + k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{ДЭА}]_{\text{ст}} + k_1[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}) + F_{\text{оэ}}^{\text{вх}} - F_{\text{оэ}}^{\text{вых}}, \\ V\dfrac{\mathrm{d}[NH_3]}{\mathrm{d}t} = -Vk_1[\text{оэ}] - Vk_1[\text{ОЭ}]_{\text{ст}} + F_{NH_3}^{\text{вх}} + F_{NH_3}^{\text{воз}} - F_{NH_3}^{\text{вых}}, \\ V\dfrac{\mathrm{d}[\text{мэа}]}{\mathrm{d}t} = V(k_1[\text{оэ}] - k_2[\text{оэ}][\text{МЭА}]_{\text{ст}} - k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{мэа}] + k_1[\text{ОЭ}]_{\text{ст}} - k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{МЭА}]_{\text{ст}}) + \\ + F_{\text{мэа}}^{\text{воз}} - F_{\text{мэа}}^{\text{вых}}, \\ V\dfrac{\mathrm{d}[\text{дэа}]}{\mathrm{d}t} = V(k_2[\text{оэ}][\text{МЭА}]_{\text{ст}} - k_3[\text{оэ}][\text{ДЭА}]_{\text{ст}} + k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{мэа}] - k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{дэа}] + \\ + k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{МЭА}]_{\text{ст}} - k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{ДЭА}]_{\text{ст}}) - F_{\text{дэа}}^{\text{вых}}, \\ V\dfrac{\mathrm{d}[\text{тэа}]}{\mathrm{d}t} = V(k_3[\text{оэ}][\text{ДЭА}]_{\text{ст}} + k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{дэа}] + k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{ДЭА}]_{\text{ст}}) - F_{\text{тэа}}^{\text{вых}}. \end{cases}$$

Если ввести следующие обозначения коэффициентов при переменных в системе

$$\alpha_1 = k_1 + k_2[\text{МЭА}]_{\text{ст}} + k_3[\text{ДЭА}]_{\text{ст}}$$
$$\beta_1 = k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}$$
$$\gamma_1 = k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}$$
$$\mu_1 = k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{МЭА}]_{\text{ст}} + k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{ДЭА}]_{\text{ст}} + k_1[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}$$
$$\alpha_2 = k_1 - k_2[\text{МЭА}]_{\text{ст}}$$
$$\beta_2 = k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}$$
$$\mu_2 = k_1[\text{ОЭ}]_{\text{ст}} - k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{МЭА}]_{\text{ст}}$$
$$\alpha_3 = k_2[\text{МЭА}]_{\text{ст}} - k_3[\text{ДЭА}]_{\text{ст}}$$
$$\beta_3 = k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}$$
$$\gamma_3 = k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}$$
$$\mu_3 = k_2[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{МЭА}]_{\text{ст}} - k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{ДЭА}]_{\text{ст}}$$
$$\alpha_4 = k_3[\text{ДЭА}]_{\text{ст}}$$
$$\gamma_4 = k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}$$
$$\mu_4 = k_3[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}[\text{ДЭА}]_{\text{ст}}$$
$$\alpha_5 = k_1$$
$$\mu_5 = k_1[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}$$

то представление модели будет более наглядным, а именно

$$\begin{cases} V\dfrac{\mathrm{d}[\text{оэ}]}{\mathrm{d}t} = -V(\alpha_1[\text{оэ}] + \beta_1[\text{мэа}] + \gamma_1[\text{дэа}] + \mu_1) + F_{\text{оэ}}^{\text{вх}} - F_{\text{оэ}}^{\text{вых}}, \\ V\dfrac{\mathrm{d}[\text{NH}_3]}{\mathrm{d}t} = -V(\alpha_5[\text{оэ}] + \mu_5) + F_{\text{NH}_3}^{\text{вх}} + F_{\text{NH}_3}^{\text{воз}} - F_{\text{NH}_3}^{\text{вых}}, \\ V\dfrac{\mathrm{d}[\text{мэа}]}{\mathrm{d}t} = V(\alpha_2[\text{оэ}] - \beta_2[\text{мэа}] + \mu_2) + F_{\text{мэа}}^{\text{воз}} - F_{\text{мэа}}^{\text{вых}}, \\ V\dfrac{\mathrm{d}[\text{дэа}]}{\mathrm{d}t} = V(\alpha_3[\text{оэ}] + \beta_3[\text{мэа}] - \gamma_3[\text{дэа}] + \mu_3) - F_{\text{дэа}}^{\text{вых}}, \\ V\dfrac{\mathrm{d}[\text{тэа}]}{\mathrm{d}t} = V(\alpha_4[\text{оэ}] + \gamma_4[\text{дэа}] + \mu_4) - F_{\text{тэа}}^{\text{вых}}. \end{cases}$$

В данной модели представлены параметры состояния системы, входные и выходные факторы. Свойства многомерной системы можно исследовать, если представить ее описание уравнениями состояния и уравнениями выхода. Уравнения выхода можно получить из материального баланса объекта управления. Общий материальный баланс смесителя

$$F = F_{\text{оэ}}^{\text{вх}}\frac{1}{\rho_{\text{оэ}}} + F_{\text{мэа}}^{\text{вх}}\frac{1}{\rho_{\text{мэа}}} + (F_{\text{NH}_3}^{\text{вх}} + F_{\text{NH}_3}^{\text{воз}})\frac{1}{\rho_{\text{NH}_3}}$$

входящий поток в РС, м$^3$/ч,

$$F = F_{\text{оэ}}^{\text{вых}}\frac{1}{\rho_{\text{оэ}}} + F_{\text{мэа}}^{\text{вых}}\frac{1}{\rho_{\text{мэа}}} + F_{\text{дэа}}^{\text{вых}}\frac{1}{\rho_{\text{дэа}}} + F_{\text{тэа}}^{\text{вых}}\frac{1}{\rho_{\text{тэа}}} + F_{\text{NH}_3}^{\text{вых}}\frac{1}{\rho_{\text{NH}_3}}$$

выходящий поток из РС, м$^3$/ч.

Отсюда можно получить уравнение выхода

$$
\begin{aligned}
F_{\text{оэ}}^{\text{вых}} &= F\left([\text{оэ}] + [\text{ОЭ}]_{\text{ст}}\right)\\
F_{\text{мэа}}^{\text{вых}} &= F\left([\text{мэа}] + [\text{МЭА}]_{\text{ст}}\right)\\
F_{\text{дэа}}^{\text{вых}} &= F\left([\text{дэа}] + [\text{ДЭА}]_{\text{ст}}\right)\\
F_{\text{тэа}}^{\text{вых}} &= F\left([\text{тэа}] + [\text{ТЭА}]_{\text{ст}}\right)\\
F_{\text{NH}_3}^{\text{вых}} &= F\left([\text{NH}_3] + [\text{NH}_3]_{\text{ст}}\right)
\end{aligned}
$$

а затем уравнения состояния

$$
\begin{cases}
V\dfrac{\mathrm{d}[\text{оэ}]}{\mathrm{d}t} = V(-\alpha_1{}^1[\text{оэ}] - \beta_1[\text{мэа}] - \gamma_1[\text{дэа}] - \mu_1{}^1) + F_{\text{оэ}}^{\text{вх}},\\
V\dfrac{\mathrm{d}[\text{NH}_3]}{\mathrm{d}t} = V(\alpha_5[\text{оэ}] + \mu_5{}^1 - F[\text{NH}_3]) + F_{\text{NH}_3}^{\text{вх}},\\
V\dfrac{\mathrm{d}[\text{мэа}]}{\mathrm{d}t} = V(\alpha_2[\text{оэ}] - \beta_2{}^1[\text{мэа}] + \mu_2{}^1) + F_{\text{мэа}}^{\text{воз}},\\
V\dfrac{\mathrm{d}[\text{дэа}]}{\mathrm{d}t} = V(\alpha_3[\text{оэ}] + \beta_3[\text{мэа}] - \gamma_3{}^1[\text{дэа}] + \mu_3{}^1),\\
V\dfrac{\mathrm{d}[\text{тэа}]}{\mathrm{d}t} = V(\alpha_4[\text{оэ}] + \gamma_4[\text{дэа}] - F[\text{тэа}] + \mu_4{}^1).
\end{cases}
$$

Здесь

$$
\begin{aligned}
\alpha_1{}^1 &= \alpha_1 - F\\
\mu_1{}^1 &= \mu_1 - F[\text{ОЭ}]_{\text{ст}}\\
\beta_2{}^1 &= \beta_2 - F\\
\mu_2{}^1 &= \mu_2 - F[\text{МЭА}]_{\text{ст}}\\
\gamma_3{}^1 &= \gamma_3 - F\\
\mu_3{}^1 &= \mu_3 - F[\text{ДЭА}]_{\text{ст}}\\
\mu_4{}^1 &= \mu_4 - F[\text{ТЭА}]_{\text{ст}}
\end{aligned}
$$

Многомерная система, описываемая уравнениями состояния и уравнениями выхода, полностью характеризуется набором трех матриц – $A$, $B$, $C$

$$
\begin{gathered}
\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{dt}} = AU + BX,\\
X(t=0) = X_0,\\
Y = CU
\end{gathered}
$$

где $U$ – вектор параметров состояния $U$([оэ], [мэа], [дэа], [тэа], [$NH_3$]);

$X$ – вектор входных параметров (управления) $X(F_{\text{оэ}}^{\text{вх}}, F_{\text{мэа}}^{\text{воз}}, F_{\text{NH}_3}^{\text{вх}})$;

$Y$ – вектор выходных параметров $Y(F_{\text{оэ}}^{\text{вых}}, F_{\text{мэа}}^{\text{вых}}, F_{\text{дэа}}^{\text{вых}}, F_{\text{тэа}}^{\text{вых}}, F_{\text{NH}_3}^{\text{вых}})$.

$$A=\begin{pmatrix} -\alpha_1{}^1 & -\beta_1 & -\gamma_1 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & -\beta_2{}^1 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_3 & \beta_3 & -\gamma_3{}^1 & 0 & 0 \\ \alpha_4 & 0 & \gamma_4 & -F[\text{тэа}] & 0 \\ \alpha_5 & 0 & 0 & 0 & -F[\mathrm{NH_3}] \end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix} F_{\text{оэ}}^{\text{вх}} \\ F_{\text{мэа}}^{\text{воз}} \\ 0 \\ 0 \\ F_{\mathrm{NH_3}}^{\text{вх}} \end{pmatrix} \qquad Y=\begin{pmatrix} F_{\text{оэ}}^{\text{вых}} \\ F_{\text{мэа}}^{\text{вых}} \\ F_{\text{дэа}}^{\text{вых}} \\ F_{\text{тэа}}^{\text{вых}} \\ F_{\mathrm{NH_3}}^{\text{вых}} \end{pmatrix} \qquad U=\begin{pmatrix} [\text{оэ}] \\ [\text{мэа}] \\ [\text{дэа}] \\ [\text{тэа}] \\ [\mathrm{NH_3}] \end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix} F & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F \end{pmatrix}$$

Система называется *вполне управляемой по состоянию*, если существует управляющее воздействие, которое может за конечный промежуток времени перевести систему из любого начального состояния $U_0$ в любое заданное конечное состояние $U_к$.

*Критерий управляемости по состоянию*: для того чтобы система была вполне управляемой по состоянию, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы управляемости по состоянию

$$W = [B\ AB\ A^2B\ \ldots]$$

равнялся размерности вектора состояния rangW = $n$.

Для исследуемой системы $n = 5$. Матрица W в данном случае может быть получена следующим образом

$$AB=\begin{pmatrix} -\alpha_1{}^1 & -\beta_1 & -\gamma_1 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & -\beta_2{}^1 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_3 & \beta_3 & -\gamma_3{}^1 & 0 & 0 \\ \alpha_4 & 0 & \gamma_4 & -F[\text{тэа}] & 0 \\ \alpha_5 & 0 & 0 & 0 & -F[\mathrm{NH_3}] \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$=\begin{pmatrix} -\alpha_1{}^1 & -\beta_1 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & -\beta_2{}^1 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_3 & \beta_3 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_5 & 0 & 0 & 0 & -F[\mathrm{NH_3}] \end{pmatrix}$$

$$A^2=\begin{pmatrix} -\alpha_1{}^1 & -\beta_1 & -\gamma_1 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & -\beta_2{}^1 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_3 & \beta_3 & -\gamma_3{}^1 & 0 & 0 \\ \alpha_4 & 0 & \gamma_4 & -F[\text{тэа}] & 0 \\ \alpha_5 & 0 & 0 & 0 & -F[NH_3] \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} -\alpha_1{}^1 & -\beta_1 & -\gamma_1 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & -\beta_2{}^1 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_3 & \beta_3 & -\gamma_3{}^1 & 0 & 0 \\ \alpha_4 & 0 & \gamma_4 & -F[\text{тэа}] & 0 \\ \alpha_5 & 0 & 0 & 0 & -F[NH_3] \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} (-\alpha_1{}^1)^2-\beta_1\alpha_2-\gamma_1\alpha_3 & \alpha_1{}^1\beta_1+\beta_1\beta_2{}^1-\gamma_1\beta_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_2\alpha_1{}^1-\beta_2{}^1\alpha_2 & -\alpha_2\beta_1+(\beta_2{}^1)^2 & -\alpha_2\gamma_1 & 0 & 0 \\ -\alpha_3\alpha_1{}^1+\beta_3\alpha_3+(\gamma_3{}^1)^2 & -\alpha_3\beta_1-\beta_3\beta_2{}^1-\gamma_3{}^1\beta_3 & -\alpha_3\gamma_1+(\gamma_3{}^1)^2 & 0 & 0 \\ -\alpha_4\alpha_1{}^1+\gamma_4\alpha_3-\alpha_4F[\text{тэа}] & -\alpha_4\beta_1+\gamma_4\beta_3 & -\gamma_1\alpha_4-\gamma_3{}^1\gamma_4 & (F[\text{тэа}])^2 & 0 \\ -\alpha_5\alpha_1{}^1-F[NH_3]\alpha_5 & -\alpha_5\beta_1-\alpha_5F[NH_3] & -\alpha_5\gamma_1 & 0 & (F[NH_3])^2 \end{pmatrix}$$

$$A^2B=\begin{pmatrix} (-\alpha_1{}^1)^2-\beta_1\alpha_2-\gamma_1\alpha_3 & \alpha_1{}^1\beta_1+\beta_1\beta_2{}^1-\gamma_1\beta_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_2\alpha_1{}^1-\beta_2{}^1\alpha_2 & -\alpha_2\beta_1+(\beta_2{}^1)^2 & -\alpha_2\gamma_1 & 0 & 0 \\ -\alpha_3\alpha_1{}^1+\beta_3\alpha_3+(\gamma_3{}^1)^2 & -\alpha_3\beta_1-\beta_3\beta_2{}^1-\gamma_3{}^1\beta_3 & -\alpha_3\gamma_1+(\gamma_3{}^1)^2 & 0 & 0 \\ -\alpha_4\alpha_1{}^1+\gamma_4\alpha_3-\alpha_4F[\text{тэа}] & -\alpha_4\beta_1+\gamma_4\beta_3 & -\gamma_1\alpha_4-\gamma_3{}^1\gamma_4 & (F[\text{тэа}])^2 & 0 \\ -\alpha_5\alpha_1{}^1-F[NH_3]\alpha_5 & -\alpha_5\beta_1-\alpha_5F[NH_3] & -\alpha_5\gamma_1 & 0 & (F[NH_3])^2 \end{pmatrix}$$

Присоединенная матрица W тогда может быть записана в виде

$$W=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_1{}^1 & -\beta_1 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & -\beta_2{}^1 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 & \beta_3 & -\gamma_3{}^1 & 0 & 0 & \alpha_{31} & \alpha_{32} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_4 & 0 & \gamma_4 & -F[\text{тэа}] & 0 & \alpha_{41} & \alpha_{42} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \alpha_5 & 0 & 0 & 0 & -F[NH_3] & \alpha_{51} & \alpha_{52} & 0 & 0 & (F[NH_3])^2 \end{pmatrix}$$

Данная матрица содержит не нулевой минор размера 5 × 5

$$\det\begin{vmatrix} -\alpha_1{}^1 & -\beta_1 & 0 & \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_2 & -\beta_2{}^1 & 0 & \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_3 & \beta_3 & -\gamma_3{}^1 & \alpha_{31} & \alpha_{32} \\ \alpha_4 & 0 & \gamma_4 & \alpha_{41} & \alpha_{42} \\ \alpha_5 & 0 & 0 & \alpha_{51} & \alpha_{51} \end{vmatrix}\neq 0$$

следовательно, ранг данной матрицы rangW = 5, и *исследуемый объект является вполне управляемым по состоянию*.

Система называется вполне управляемой по выходу, если выбором управляющего воздействия *X(t)* за конечный промежуток времени можно перевести систему из любого начального состояния в такое конечное состояние, которое обеспечивает заданное значение выхода.

*Критерий управляемости по выходу*: для того чтобы система была управляемой по выходу, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы управляемости по выходу

P = [CB CAB …]

равнялся размерности вектора выхода rangP = $k$.

$$CB=\begin{pmatrix} F & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} F & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F \end{pmatrix}$$

$$CA=\begin{pmatrix} F & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} -\alpha_1^{1} & -\beta_1 & -\gamma_1 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & -\beta_2^{1} & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_3 & \beta_3 & -\gamma_3^{1} & 0 & 0 \\ \alpha_4 & 0 & \gamma_4 & -F[\text{тэа}] & 0 \\ \alpha_5 & 0 & 0 & 0 & -F[\mathrm{NH_3}] \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} -F\alpha_1^{1} & -F\beta_1 & -F\gamma_1 & 0 & 0 \\ F\alpha_2 & -F\beta_2^{1} & 0 & 0 & 0 \\ F\alpha_3 & F\beta_3 & -F\gamma_3^{1} & 0 & 0 \\ F\alpha_4 & 0 & -F\cdot F[\text{тэа}] & 0 & 0 \\ F\alpha_5 & 0 & 0 & 0 & -F\cdot F[\mathrm{NH_3}] \end{pmatrix}$$

Затем получаем следующую матрицу

$$(CA)B=\begin{pmatrix} -F\alpha_1^{1} & -F\beta_1 & 0 & 0 & 0 \\ F\alpha_2 & -F\beta_2^{1} & 0 & 0 & 0 \\ F\alpha_3 & F\beta_3 & 0 & 0 & 0 \\ F\alpha_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F\alpha_5 & 0 & 0 & 0 & -F\cdot F[\mathrm{NH_3}] \end{pmatrix}$$

И наконец матрица управляемости по выходу

$$P=\begin{pmatrix} F & 0 & 0 & 0 & 0 & -F\alpha_1^{1} & -F\beta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F & 0 & 0 & 0 & F\alpha_2 & -F\beta_2^{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F\alpha_3 & F\beta_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F\alpha_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F & F\alpha_5 & 0 & 0 & 0 & -F\cdot F[\mathrm{NH_3}] \end{pmatrix}$$

Имеется нулевой минор данной матрицы

$$\det\begin{vmatrix} F & 0 & 0 & -F\alpha_1^{1} & -F\beta_1 \\ 0 & F & 0 & F\alpha_2 & -F\beta_2^{1} \\ 0 & 0 & 0 & F\alpha_3 & F\beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & F\alpha_4 & 0 \\ 0 & 0 & F & F\alpha_5 & 0 \end{vmatrix}\neq 0$$

Наибольший ненулевой минор этой матрицы имеет размер 5 × 5, rangP = 5 и размерность вектора выхода равна 5. Следовательно, *система является вполне управляемой по выходу*.

Доказано, что системы, вполне управляемые по состоянию и выходу, являются и асимптотически устойчивыми.

Таким образом, исследование свойств объекта управления показывает, что система является вполне управляемой по состоянию и по выходу, а также асимптотически устойчивой.

**Список литературы**

1. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MatLAB. - СПб. : Наука, 2000. - 475 с.

2. Вержбинский В.М. Основы численных методов. - СПб. : Высшая школа, 2002. - 840 с.

3. Егоров Н.Д. Методы современной теории автоматического управления. - М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. - 520 с.

4. Слинько М.Г. Моделирование и оптимизация каталитических процессов. – Новосибирск : Наука, 1980. - 268 с.

5. Соломенцев В.С. Теория автоматического управления. - М. : Высшая школа, 2000. - 268 с.

**Рецензенты:**

Никандров И.С., д.т.н., профессор, профессор кафедры «Автомобильный транспорт и механика» ФГБОУ ВПО «Дзержинский политехнический институт (филиал) Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева», Министерство образования РФ, г. Дзержинск.

Сидягин А.А., д.т.н., профессор, профессор кафедры «Машины и аппараты химического и пищевого производств» ФГБОУ ВПО «Дзержинский политехнический институт (филиал) Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева», Министерство образования РФ, г. Дзержинск.