

## ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОЩНОСТИ МЕЖДУ КОМПЕНСИРОВАННЫМИ ИНВЕРТОРАМИ ТОКА

Астапович Ю.М., Миргородская Е.Е., Митяшин Н.П., Максимова Н.Н.

ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.», Саратов, Россия (410012, Саратов, ГСП, ул. Политехническая, 77), e-mail: [mityashinnp@mail.ru](mailto:mityashinnp@mail.ru)

Построение систем электропитания на основе группового включения модулей силовой электроники представляет интерес на предприятиях, имеющих нагрузки широкой гаммы мощностей и требующих питания на частотах, отличных от общепромышленной. Преимущества этого метода состоят в возможности получить необходимые значения мощности источника, используя ограниченный набор силовых модулей, удешевлении резервирования, возможности оперативной адаптации преобразователя к величине и характеру нагрузки. Среди задач теории и практики групповых преобразователей одной из основных является обеспечение высокого качества переходных процессов в источнике при изменении нагрузки и напряжения питающей сети. В статье представлена математическая модель двухмостового группового преобразователя частоты на основе однофазных инверторов тока для питания изменяющейся в широких пределах активно-индуктивной нагрузки. Модель предназначена для исследования динамики автоматической системы распределения нагрузки между составляющими инверторными мостами.

Ключевые слова: инвертор, параллельная работа, мощность, распределение, динамика, дискретные динамические модели.

## DYNAMIC MODEL OF POWER DISTRIBUTION BETWEEN COMPENSATED CURRENT INVERTER

Astapovich Y.M., Mirgorodskaya E.E., Mityashin N.P., Maksimova N.N.

Saratov State Technical University named after Gagarin Yu. A., Saratov, Russia (410012, Saratov, GSP, Street Polytecheskaya, 77), e-mail: [mityashinnp@mail.ru](mailto:mityashinnp@mail.ru)

Construction of power systems based on a group of power electronics modules is of interest to enterprises with a wide range of load capacities that require power at frequencies different from the general industrial. The advantages of this method are possible to get the required power source, using a limited set of power modules, reducing the cost of redundancy, quickly adaptation of inverter to the magnitude and nature of the load. Among the problems of the theory and practice of group one of the main transformers is to provide high-quality source of transients with load and supply voltage. The paper presents a mathematical model of a double-bridge inverter group on the basis of single-phase inverter power supply for varying over a wide range of active-inductive load. The model is designed to study the dynamics of the automatic load sharing between the components of the inverter modules.

Keywords: inverter, parallel operation, power distribution, dynamics, discrete dynamical models.

### Введение

Увеличение мощности в единице оборудования может быть достигнуто за счет параллельной работы нескольких силовых модулей. В частности, этот прием часто применяется в системах электроснабжения на основе устройств силовой электроники. В настоящей работе решается задача построения линеаризованной модели системы распределения мощности между компенсированными инверторами тока, объединенными по выходу. Такая модель необходима при исследовании динамических процессов в системе при изменении нагрузки или напряжения питающей сети.

### Цель исследования

Разработка методики моделирования динамических режимов систем распределения мощности между объединёнными по выходу силовыми преобразователями.

### Выбор и обоснование метода

Известно, что практическое использование параллельного инвертора тока без использования компенсаторов избыточной реактивной мощности конденсаторной батареи ограничено. Мягкая внешняя характеристика не позволяет использовать его для питания сильно меняющейся нагрузки. Для стабилизации внешней характеристики параллельного инвертора применяют его совместную работу с тиристорно-реакторными или диодно-реакторными компенсаторами [2].

На рис. 1 и 2 показаны схемы однофазных инверторов тока с тиристорно-реакторными (ТРК) и диодно-реакторными компенсаторами (ДРК).

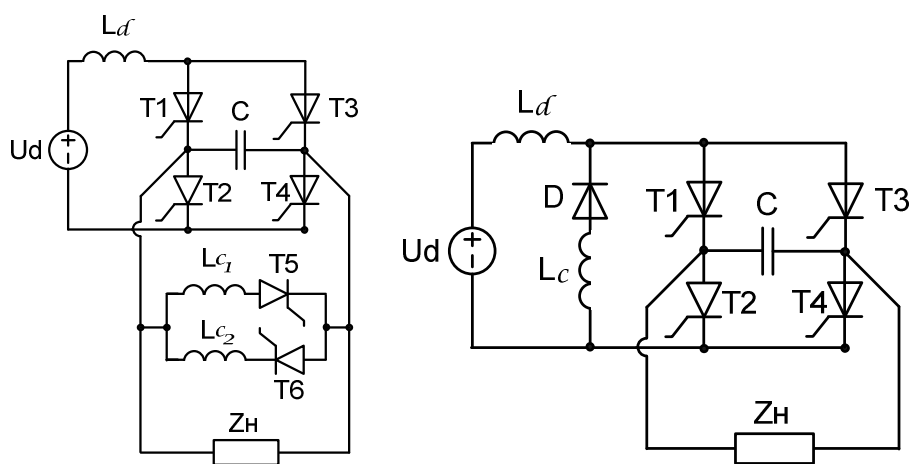


Рисунок 1. Однофазный инвертор тока с тиристорно-реакторным (слева) и с диодно-реакторным (справа) компенсаторами

Отличие работы ТРК и ДРК состоит в характере управления током в реакторе компенсатора. В ТРК длительность токопротекания через реактор задается внешней системой автоматического управления, тогда как в ДРК длительность компенсирующего импульса тока реактора определяется углом запираания  $\beta$  [2].

Строго говоря, оба инвертора являются нелинейными объектами, т.е. непосредственное применение методики построения линейной дискретной динамической модели к ним неправомерно. Однако для каждой из них можно предложить прием аппроксимации процесса компенсации, который приводит к линейной модели. Покажем это для инвертора тока с ТРК.

На интервале симметрии инвертор с ТРК последовательно принимает три состояния, показанные на рис. 2. Соответствующие эпюры токов реакторов компенсатора и напряжения на коммутирующем конденсаторе приведены на рис. 3.

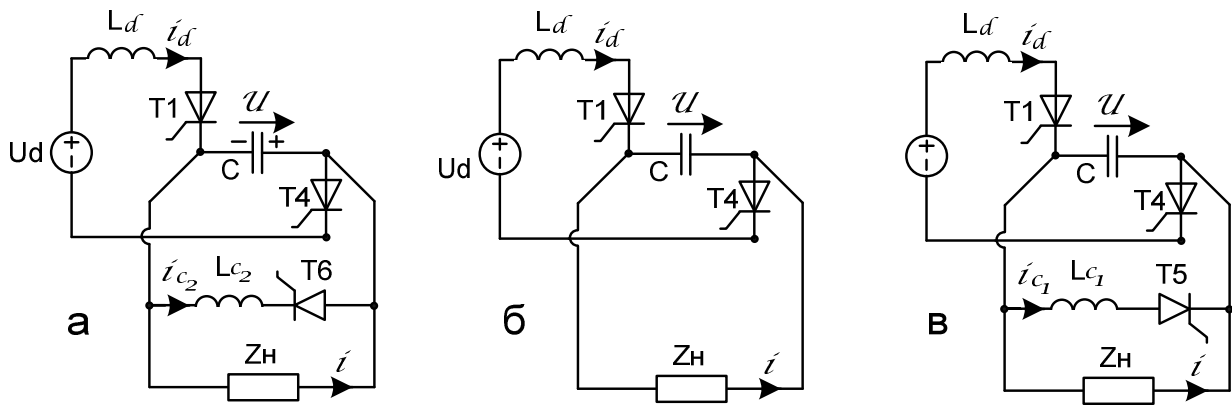


Рисунок 2. Состояния инвертора с ТРК на интервале симметрии

На первом подынтервале  $[0, \theta_1]$  (рис. 3 слева) реализуется состояние инвертора, показанное на рис. 2а. В начале этого подынтервала включились тиристоры  $T_1$  и  $T_4$ , что благодаря показанной на рисунке полярности напряжения  $u$  привело к выключению ранее проводивших ток тиристоров  $T_2$  и  $T_4$ . Тиристор  $T_6$ , включенный на предыдущем интервале, проводит ток  $i_{c2}$  индуктивности  $L_{c2}$ , который имеет отрицательное значение.

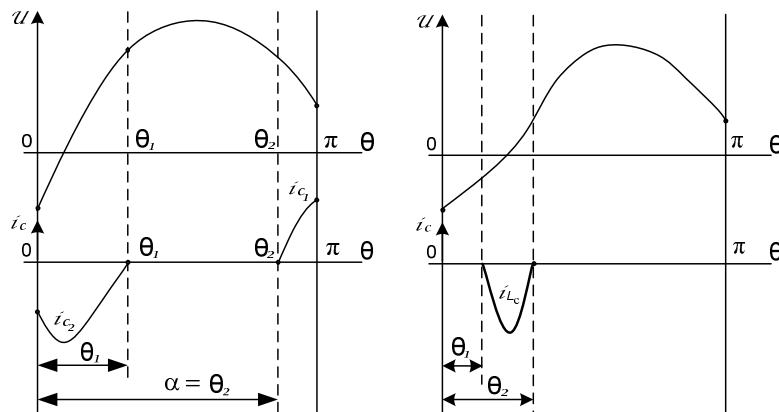


Рисунок 3. Эпюры выходного напряжения и тока реактора  $L_c$  инвертора с ТРК на интервале симметрии при  $\alpha < \pi$  (слева) и  $\alpha > \pi$  (справа)

Поскольку напряжение  $u$ , перезаряжая ток  $i_d$ , меняет знак, то ток  $i_{Lc2}$ , увеличивающийся по абсолютной величине, пока сохраняется отрицательное значение напряжения, начинает уменьшаться по модулю и в момент времени, соответствующий электрическому углу  $\theta_1$ , становится равным нулю.

С этого момента наступает второе состояние (второй подынтервал, рис. 2 б). Оно заканчивается, когда на тиристор  $T_5$  подается управляющий импульс и, поскольку

напряжение  $u$  в этот момент  $\theta_2$  положительное, он открывается. Под действием напряжения  $u$  в индуктивности  $L_{c1}$  развивается импульс тока  $i_{Lc1}$  (рис. 3, подынтервал  $[\theta_2, \pi]$ ).

Если импульсы токов индуктивности  $L_{c1}$  и  $L_{c2}$  не перекрываются во времени, то вместо двух индуктивностей используют одну индуктивность  $L_c$ . При этом ток этой индуктивности состоит из двух разнополярных колоколообразных импульсов, длительность каждого из которых регулируется моментом подачи импульса на соответствующий тиристор ТРК (на рассматриваемом интервале это  $T_5$ , момент времени  $\theta_2$ ).

Для регулирования напряжения на выходе инвертора необходимо изменить коэффициент передачи по напряжению. При этом, чем меньше длительность и амплитуда импульсов тока  $i_{Lc}$ , тем большее значение имеет этот коэффициент  $k$ , наоборот, при их увеличении коэффициент передачи инвертора по напряжению уменьшается. По определению коэффициент передачи инвертора по напряжению равен

$$k_{инв} = U/U_d,$$

где  $U$  – действующее напряжение на выходе инвертора,  $U_d$  – постоянное значение напряжения на его выходе.

В предположении о синусоидальности кривой выходного напряжения длительность каждого из разнополярных импульсов тока  $i_{Lc}$  равна  $2\delta$ , где

$$\delta = \pi - \alpha + \beta.$$

Здесь  $\alpha$  – электрический угол управления, равный углу задержки относительно начала соответствующего интервала импульса, открывающего очередной тиристор ТРК (в нашем случае  $\alpha = \theta_2$ , рис. 3);  $\beta$  – угол запирающего рабочего тиристора, соответствующий моменту смены знака выходного напряжения на интервале.

Если угол  $\alpha$  задается системой управления ТРК и может считаться известным, то угол  $\beta$  является функцией параметров схемы инвертора и нагрузки.

В [4] показано, что при регулировании по цепи питания инвертора и постоянной нагрузке угол  $\beta$  изменится незначительно (2–3 %). Это значение угла может быть найдено из следующего нелинейного уравнения

$$\omega \cdot z \cdot C - \frac{\lambda}{2\pi} \cdot (2(\pi - \alpha + \beta) + \sin 2(\alpha - \beta)) = \sin \varphi + \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \beta,$$

где

$$\lambda = \frac{z}{\omega L_c}.$$

Определив из этого уравнения угол  $\beta$  при данных значениях параметров нагрузки  $Z \cos \varphi$ , параметров схемы  $C$  и  $L_c$ , частоты  $\omega$  и угла  $\alpha$ , мы можем найти значения угла  $\delta$ , а, следовательно, длительность каждого из подынтервалов  $a$ ,  $b$ ,  $v$  (рис. 2).

Из второго из этих рисунков имеем длительность первого подынтервала

$$\tau_1 = \theta_1 / \omega = (2\delta + \alpha - \pi) / \omega;$$

длительность второго подынтервала

$$\tau_2 = (\theta_2 - \theta_1) / \omega = (\pi - 2\delta) / \omega;$$

длительность третьего подынтервала

$$\tau_3 = (\pi - \theta_2) / \omega = (\pi - \alpha) / \omega.$$

При  $\alpha > \pi$  последовательность состояний меняется. В начале интервала имеет место состояние  $b$  рис. 2, поскольку импульс управления, последовательный на тиристоре  $T_6$  при  $\alpha > \pi$ , задерживается с предыдущего интервала. Если  $\alpha < \pi + \beta$ , то при  $\theta = \alpha - \pi$  возникает состояние  $a$  рис. 2.

Если  $\alpha > \pi + \beta$ , то этого не происходит, поскольку напряжение на конденсаторе в момент подачи импульса на  $T_6$  имеет запирающую полярность. Поэтому в этом случае инвертор функционирует как параллельный инвертор без компенсатора.

Состояние  $a$  имеет место, пока ток через реактор  $L_{c2}$  сохраняет направление, проводящее для тиристора  $T_6$ . В момент прохождения этого тока через нуль инвертор снова переходит в состояние  $b$  и находится в нем до конца интервала.

Из рис. 2 длительность первого подынтервала в случае  $\alpha > \pi + \beta$  равна

$$\tau_1 = \theta_1 / \omega = (\alpha - \pi) / \omega;$$

длительность второго подынтервала

$$\tau_2 = (\theta_2 - \theta_1) / \omega = (2\beta) / \omega;$$

длительность третьего подынтервала

$$\tau_3 = (\pi - \theta_2) / \omega = (2\pi - \alpha - 2\beta) / \omega.$$

Случай  $\alpha = \pi$  фактически сводит работу инвертора с ТРК к работе инвертора с ДРК, так как ток в индуктивности  $L_c$  начинается в начале интервала (см. рис. 2).

Таким образом, при сделанных предположениях, используя знание моментов перехода инвертора из одного состояния в другое, мы можем построить дискретную динамическую модель инвертора с ТРК при его управлении по цепи питания со стороны звена постоянного тока. Именно такой способ управления потоками энергии через инверторы используется в системе распределения мощности между инверторами тока с ТРК, блок-схема которой приведена на рис. 4.

Динамическая модель системы распределения для инверторов с ТРК строится по методике, описанной в работе [5].

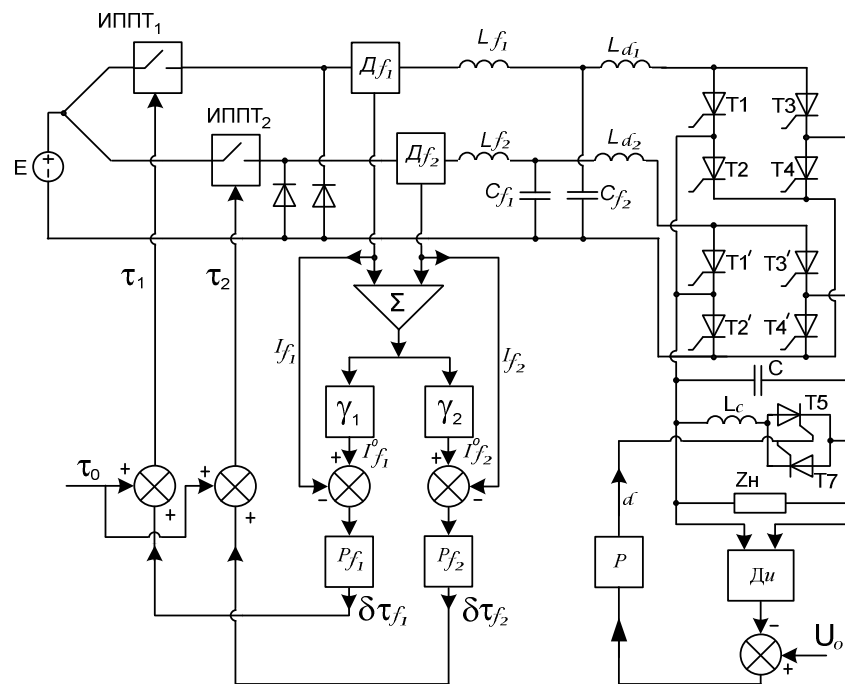


Рисунок 4. Блок-схема системы распределения мощности для двух инверторов с ТРК

Отличие рассматриваемой системы (рис. 4) от системы распределения мощности между некомпенсированными инверторами [3] состоит в отсутствии «смешивания» сигналов обратной связи системы стабилизации выходного напряжения и системы распределения мощности. В результате обе автоматические системы функционируют автономно, что обеспечивает развязку переходных процессов в этих системах. Сказанное позволяет строить динамическую модель системы распределения независимо от системы стабилизации, ограничившись параметрическим влиянием угла  $\alpha$  управления цепью ТРК через силовое воздействие импульсов тока индуктивности  $L_c$  на исследуемые процессы.

Сначала рассмотрим случай  $\alpha < \pi$ . Поскольку на интервале симметрии инвертора в данном случае последовательно возникают три состояния силовой схемы, то мы получаем три соответствующие системы дифференциальных уравнений (ДУ).

$$L\dot{\bar{x}} + R_1\bar{x} = \bar{v};$$

$$L\dot{\bar{x}} + R_2\bar{x} = \bar{v};$$

$$L\dot{\bar{x}} + R_3\bar{x} = \bar{v}.$$

Вектор переменных состояния имеет вид

$$\bar{x} = \text{column} \left\| i_{f1} \quad i_{f2} \quad u_1 \quad u_2 \quad i_{d1} \quad i_{d2} \quad u \quad i \quad i_{Lc} \right\|.$$

Матрица  $L$  имеет вид

$$L = \text{diag}(L_{f1}, L_{f2}, C_1, C_2, L_{d1}, L_{d2}, C, L, L_c).$$

Сами системы ДУ отличаются только матрицами при векторе состояния  $\bar{x}$ , которые имеют следующий вид:

$$R_1 = R_3 = \begin{bmatrix} R_{f1} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{f2} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & R_{d1} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & R_{d2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & R_c \end{bmatrix}; R_2 = \begin{bmatrix} R_{f1} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{f2} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & R_{d1} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & R_{d2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_c \end{bmatrix};$$

Очевидно, что эти отличия определяются наличием или отсутствием на соответствующем подынтервале тока индуктивности  $L_c$ .

Длительности временных подынтервалов, в течение которых справедливы системы уравнений, определены выше. Поэтому эти значения  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  мы считаем заданными.

После записи системы ДУ в форме Коши

$$\dot{\bar{x}} = A_i \bar{x} + L^{-1} \bar{v}; \quad i = 1, 2, 3,$$

где

$$A_i = -L^{-1} R_i,$$

находим значения расчетного вектора  $\bar{x}(t)$  в граничные моменты указанных подынтервалов:

$$\bar{x}(\tau_1) = e^{A_1 \tau_1} \bar{x}_n + (E - e^{A_1 \tau_1}) R_1^{-1} \bar{v};$$

$$\bar{x}(\tau_1 + \tau_2) = e^{A_2 \tau_2} \bar{x}(\tau_1) + (E - e^{A_2 \tau_2}) R_2^{-1} \bar{v};$$

$$\bar{x}(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) = e^{A_3 \tau_3} \bar{x}(\tau_1 + \tau_2) + (E - e^{A_3 \tau_3}) R_3^{-1} \bar{v}.$$

Здесь мы, как и ранее, используем матричные экспоненты  $e^{A_1 \tau_1}, e^{A_2 \tau_2}, e^{A_3 \tau_3}$ , позволяющие компактно записать результат решения ДУ аналитическим методом [1]. Вектор  $\bar{v}$  представляет собой вектор входных напряжений разомкнутой системы.

Объединяя записанные решения для подынтервалов и используя метод одного интервала, для значения вектора расчетных переменных в начале следующего интервала получаем равенство

$$\bar{x}_{n+1} = K \cdot \bar{x}(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3),$$

где в данном случае

$$K = \text{diag}(1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1),$$

получаем искомую связь между двумя последовательными значениями  $\vec{x}$  и, т.е. дискретную динамическую модель разомкнутой системы

$$\vec{x}_{n+1} = D\vec{x}_n + F\vec{v},$$

где

$$D = Ke^{A_3\tau_3}e^{A_2\tau_2}e^{A_1\tau_1};$$

$$F = K(e^{A_3\tau_3}e^{A_2\tau_2}(E - e^{A_1\tau_1})R_1^{-1} + e^{A_3\tau_3}(E - e^{A_2\tau_2})R_2^{-1} + (E - e^{A_3\tau_3})R_3^{-1}).$$

Для получения модели замкнутой системы распределения дополним последние соотношения уравнениями обратных связей и регуляторов

$$v_1 = U_{d0} + K_f(-\gamma_2x_1 + \gamma_1x_2) + K_d(-\gamma_2x_5 + \gamma_1x_6);$$

$$v_2 = U_{d0} + K_f(\gamma_2x_1 - \gamma_1x_2) + K_d(\gamma_2x_5 - \gamma_1x_6).$$

В матрично-векторной форме уравнение для вектора  $\vec{v}$  теперь может быть записано так:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + G\vec{x},$$

где

$$\vec{v}_0 = \begin{bmatrix} U_{d0} \\ U_{d0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; G = \begin{bmatrix} -K_f\gamma_2 & K_f\gamma_1 & 0 & 0 & -K_d\gamma_2 & K_d\gamma_1 & 0 & 0 & 0 \\ K_f\gamma_2 & -K_f\gamma_1 & 0 & 0 & K_d\gamma_2 & -K_d\gamma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Здесь  $U_{d0}$  – текущее значение выпрямленного напряжения, подаваемого на вход ИППТ.

Подставив последнее выражение для вектора  $\vec{v}$  в уравнение разомкнутой системы, получим окончательную дискретную динамическую модель замкнутой системы распределения мощности

$$\vec{x}_{n+1} = \hat{D}\vec{x}_n + F\vec{v}_0,$$

где

$$\hat{D} = D + FG.$$

В случае  $\alpha > \pi$  порядок сомножителей в формулах для матриц  $D$  и  $F$  модели системы меняется. Эти матрицы в этом случае имеют вид

$$D = Ke^{A_2\tau_3}e^{A_1\tau_2}e^{A_2\tau_1};$$

$$F = K(e^{A_2\tau_3}e^{A_1\tau_2}(E - e^{A_2\tau_1})R_1^{-1} + e^{A_2\tau_3}(E - e^{A_1\tau_2})R_2^{-1} + (E - e^{A_2\tau_3})R_3^{-1}).$$

Построенная модель системы распределения была использована при исследовании ее динамики и выборе коэффициентов усиления регуляторов.



## Заключение

Разработанная модель служит основой для исследования систем заданного автоматического распределения нагрузки между объединенными по выходу силовыми агрегатами. Информация о динамических свойствах системы и о влиянии отдельных параметров на устойчивость и качество регулирования содержится в матрице  $D$  модели и прежде всего в ее спектре.

## Список литературы

1. Абгарян К.А. Матричное исчисление с приложениями в теории динамических систем. – М.: Физматлит, 1994. – 544 с.
2. Артюхов И.И. Автономные инверторы тока в системах электропитания / И.И. Артюхов, Н.П. Митяшин, В.А. Серветник // Саратов. политехн. ин-т. – Саратов, 1992. – 152 с.
3. Астапович Ю.М. Автоматическое распределение нагрузки между параллельно работающими агрегатами / Ю.М. Астапович, Н.П. Митяшин, Р.А. Билоков, Н.А. Калистратов // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 1; URL: <http://www.science-education.ru/107-8571> (дата обращения: 12.03.2013).
4. Митяшин Н.П. Многоуровневое моделирование электромеханических комплексов / Н.П. Митяшин, О.Н. Рябов, А.А. Смирнова // Электротехнические комплексы и силовая электроника. Анализ, синтез и управление. Межвуз. науч. сб. СГТУ. – 2002. – С.74-83.
5. Нугаев Э.К. Дискретные динамические модели структурно симметричных инверторов / Э.К. Нугаев, Н.П. Митяшин, Е.Е. Миргородская, А.А. Щербаков // Управление сложными системами: сб. науч. ст. – Саратов: СГТУ, 2009. – С.3-9.

## Рецензенты:

Игнатъев А.А., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой «Автоматизация, управление, мехатроника» Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю. А., г. Саратов.

Коломейцев В.А., д.т.н., профессор кафедры «Радиоэлектроника и телекоммуникации» Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю. А., г.Саратов.