

УДК 669.046.512:541.1; 669.022:541.1

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ АЛЮМИНИЕВЫХ ЭЛЕКТРОЛИЗЕРОВ С УГЛЕРОДНЫМИ ВСТАВКАМИ В МЕЖЭЛЕКТРОДНОМ ЗАЗОРЕ

Кошур В.Д.¹, Поляков П.В.¹, Попов Ю.Н.², Островский И.В.¹

¹ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет», Красноярск, Россия (660041, г. Красноярск, проспект Свободный, 41), e-mail: VKoshur@sfu-kras.ru; P.V.Polyakov@mail.ru; ivo_ru@mail.ru

²ООО «Легкие металлы», Popov@LMLTD.ru

Решением уравнения Лапласа методом конечных элементов для 2D-модели с соответствующими граничными условиями получены поля электрических потенциалов и векторы плотности тока алюминиевых электролизёров с обожженными анодами. Произведена оценка изменений потенциалов и токов при размещении в межэлектродном пространстве высокопроводящих вставок, выступающих из алюминия в электролит и уменьшающих межэлектродное расстояние. При решении электропроводность принималась не зависящей от температуры, а плотность тока задавалась близкой к промышленной. Из расчётов следует что углеродные вставки, выступающие над металлом на высоту 25 мм, обеспечивают снижение напряжения на ванне около 0,8 В, давая расчётную экономию энергии, равную 2,56 кВт ч/т Al при выходе по току 0,93.

Ключевые слова: алюминиевый электролизёр, компьютерное моделирование, электрические поля, углеродные вставки.

COMPUTER MODELLING OF ELECTRICAL FIELDS OF ALUMINIUM REDACTION CELL WITH CARBON INSERTS IN INTERELECTRODES SPACE

Koshur V.D.¹, Polyakov P.V.¹, Popov Y.N.², Ostrovskiy I.V.¹

¹Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia (79 Svobodny, Krasnoyarsk, 660041 Russia) e-mail: VKoshur@sfu-kras.ru; P.V.Polyakov@mail.ru; ivo_ru@mail.ru

²Light Metals Ltd., Popov@LMLTD.ru

By solving Laplace equation using 2D finite difference elements method with proper boundary conditions finite difference elements field of electrical potentials and vectors of current densities for aluminium cells with prebaked anodes are received. Estimations of potential and current changes due to the replacement of high conductivity inserts into interelectrodes space which position from aluminium into the bath and decrease the interpolar distance are given. Electrical conductivities were considered independent on temperature and current density was close to industrial ones. From calculations is evident that carbon inserts with the hight 25 mms provide the voltage drop 0,8 Vs , giving the energy consumption saving 2,56 kW h/kg Al. Admitted current efficiency is 0,93.

Keywords: aluminium cell, computer modeling, electrical fields, carbon inserts.

Введение

Высокий расход энергии на электролизерах с обожженными анодами (ОА) (13.0–14.5 кВт*ч/т Al) заставляет искать пути его снижения. Как известно [7; 8], удельный расход электроэнергии W определяется соотношением

$$W = \frac{U}{k \cdot \eta}, \quad (1)$$

где U – напряжение на электролизере (В);

k – электрохимический эквивалент алюминия (г/А*ч);

η – выход по току (доли единицы).

Ясно, что следует снижать напряжение и/или увеличивать выход по току.

Написано множество книг и статей [7-9], в которых анализируется вклад той или иной составляющей в величину напряжения U , представляемого в виде:

$$U = E_p + \sum \eta_a + \sum \eta_k + \Delta U_{\text{э}} + \Delta U_a + \Delta U_n + \Delta U_k + \Delta U_{\text{аз}} + \Delta U_{\text{ош}}, \quad (2)$$

где E_p - равновесная ЭДС цепи



$\sum \eta_a$ - сумма анодных перенапряжений;

$\sum \eta_k$ - сумма катодных перенапряжений;

$\Delta U_{\text{э}}$ - падение напряжения в электролите;

ΔU_a - падение напряжения в аноде;

ΔU_n - падение напряжения в пузырьковом слое под анодом;

ΔU_k - падение напряжения в теле катода;

$\Delta U_{\text{аз}}$ - средняя добавка к U за счет анодных эффектов;

$\Delta U_{\text{ош}}$ - падение напряжения в ошиновке;

U – величина напряжения изменяется в пределах 3.7–4.8 В.

Что касается выхода по току, то количество книг и статей [9], в которых анализируется зависимость выхода по току от параметров электролиза, ничуть не меньше, а число параметров даже больше, поскольку потери металла (1-η) зависят от сложных условий электротепломассопереноса в общем процессе электролиза.

Несложные вычисления и простые инженерные соображения, основанные на анализе соотношения (1), показывают, что одним из путей снижения W , которому следуют многие компании мира, является уменьшение напряжения, и в частности величин ΔU_a , ΔU_k , $\Delta U_{\text{э}}$. Среди указанных составляющих самой значимой является $\Delta U_{\text{э}}$, которую в первом приближении можно оценить по уравнению

$$\Delta U_{\text{э}} \approx i \rho l, \quad (4)$$

где i – средняя плотность тока ($\text{А}/\text{м}^2$);

l – межэлектродное расстояние (м);

ρ – удельное электрическое сопротивление ($\text{Ом} \cdot \text{м}$).

Следует отметить, что в принципе естественно использовать способы уменьшения $\Delta U_{\text{э}}$ за счет снижения каждого из сомножителей в формуле (4).

Путь снижения межэлектродного расстояния очень привлекателен и может быть использован. Одной из его реализаций является размещение в межэлектродном пространстве дополнительных проводников (электродов) с величиной электрического сопротивления много меньшей, чем у электролита [5]. Форма, размер и материалы этих проводников могут быть различны, и для того чтобы определить их влияние на снижение величины $\Delta U_э$, необходимо проведение экспериментов для анализа изменения распределений электрических полей в электролизере при различных геометрических размерах, форме и способах размещения дополнительных электродов. Ввиду сложности и высокой стоимости натуральных и модельных физических экспериментов на первом этапе исследований целесообразно проводить вычислительные эксперименты на основе компьютерного моделирования электрических полей.

Компьютерное моделирование

Моделирование работы электролизера основывается на численном решении задач изменения, распределения и взаимодействия электромагнитных, тепловых, магнитогидродинамических полей и электрохимических процессов. Математическое моделирование и расчет взаимодействующих физических и химических процессов, с учетом конструктивных особенностей электролизера, представляет сложную проблему [1-3; 6]. При численном моделировании таких процессов в вычислительных технологиях для решения общей задачи эффективно применяются методы расщепления [4] по физическим процессам, которые рассчитываются последовательно по этапам для малых интервалов времени с учетом характерных скоростей изменения и последующими итерациями, учитывающими эффекты взаимодействия. Непосредственные оценки по энергетическому вкладу и скоростям изменения параметров приводят к необходимости в первую очередь проводить расчет распределения электрических полей при изменении геометрических параметров электролизера. Полученные решения могут быть использованы как *первое приближение* с последующим уточнением *базового решения* с учетом других факторов.

Для проведения компьютерного моделирования установившегося поля в вертикальном сечении электролизера рассматривается двухмерная краевая задача электростатики для кусочно-неоднородной среды Ω в координатах (y, z) , где y – горизонтальная и z – вертикальная координаты.

На рис. 1 и 2, показан вид фрагментов вертикальных сечений электролизера без вставок и с двумя углеродными вставками соответственно. Геометрические размеры в миллиметрах приведены на рисунках.

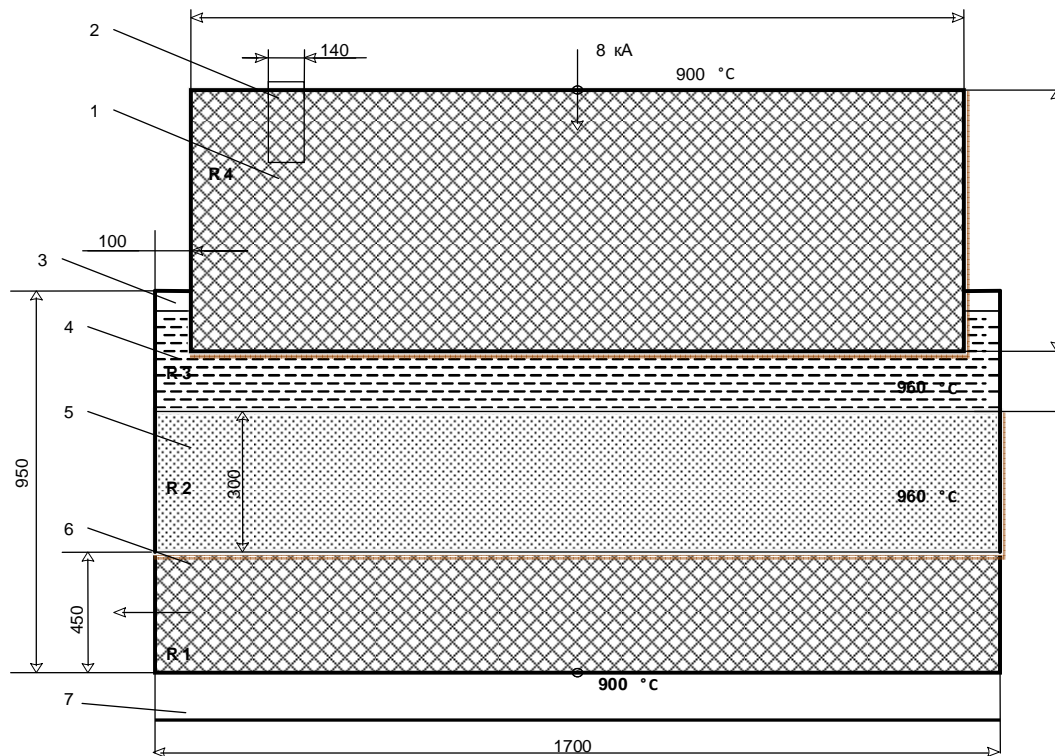


Рис. 1. Вертикальное сечение фрагмента электролизера без вставок: 1 – анод, 2 - стальные ниппели, 3 – глиноземная корка, 4 – электролит, 5 – жидкий алюминий, 6 – катод, 7 – блюмс.

Приведенные ниже результаты расчета основаны на сопоставлении численных решений о распределении электрических потенциалов $\varphi(y, z)$ для разных вариантов положения вставок.

Для однородных сред потенциал φ удовлетворяет уравнению Лапласа, для неоднородных сред с гладко изменяющейся по координатам электропроводностью $\sigma(y, z)$, которая в первом приближении полагается не зависящей от температуры среды, распределение потенциала φ описывается эллиптическим дифференциальным уравнением вида

$$\operatorname{div}(\sigma(y, z) \operatorname{grad} \varphi) = -f(y, z), \quad (5)$$

где $f(y, z)$ – удельная мощность источников (стоков) распределенных электрических зарядов. В рассматриваемой далее постановке задачи плотность распределенных электрических зарядов пренебрежимо мала и полагается нулевой.

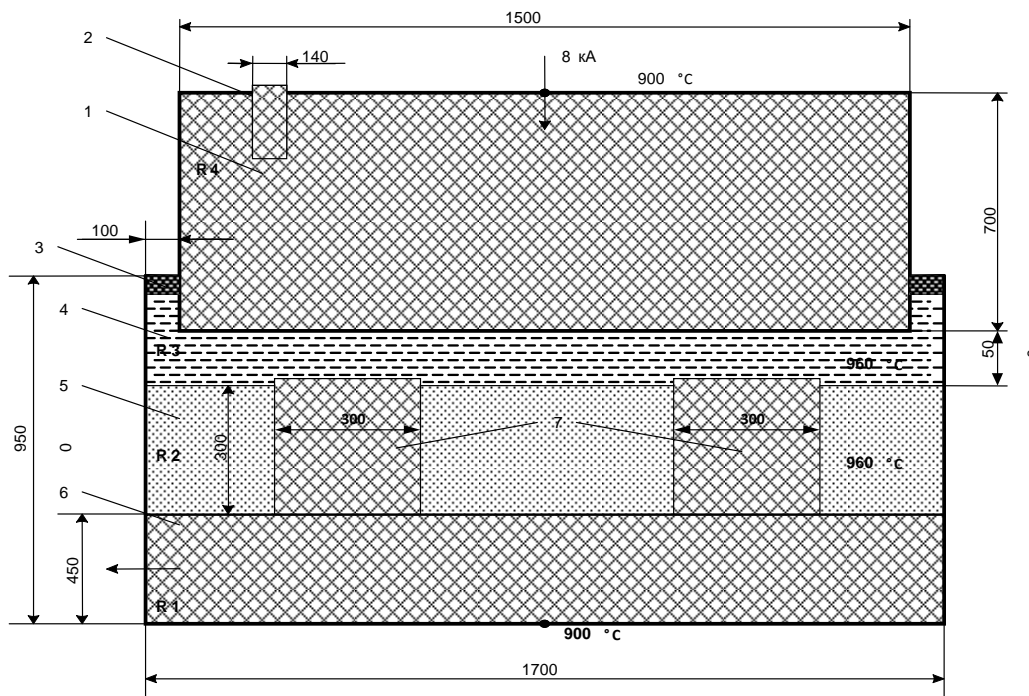


Рис. 2. Вертикальное сечение фрагмента электролизера с углеродными вставками: 1 – анод, 2 - стальные ниппели, 3 – глиноземная корка, 4 – электролит, 5 – жидкий алюминий, 6 – катод, 7 - углеродные вставки, 8 – блюмс.

Особенность рассматриваемой в данной работе постановки задачи состоит в том, что электропроводность $\sigma(y, z)$ является разрывной функцией координат (y, z) по границам кусочно-неоднородного сечения электролизера (рис. 1, 2). Поэтому, чтобы не решать задачу для каждого однородного слоя или подобластей, с необходимостью в дальнейшем удовлетворения сложным смешанным граничным условиям Неймана – Дирихле на границах сопряжения областей, целесообразно использовать вместо дифференциальной постановки (5) интегральную формулировку задачи для *всей области* Ω или, как говорят, формулировку задачи в слабой форме [4; 10]. Интегральная формулировка задачи является удобным математическим приемом для возможности проведения расчетов в области Ω с разрывной функцией электропроводности $\sigma(y, z)$ и какой-либо специальной физической интерпретации не имеет. Умножая правую и левую часть уравнения (5) на произвольную кусочно-гладкую пробную функцию $v(y, z)$ и интегрируя по области Ω , получим

$$\iint_{\Omega} -\operatorname{div}(\sigma(y, z)\operatorname{grad}\varphi) v(y, z) dydz = \iint_{\Omega} f(y, z)v(y, z) dydz. \quad (6)$$

После применения интегральной формулы Грина соотношение (6) преобразуется к виду

$$\iint_{\Omega} (\sigma \text{grad} \varphi) \text{grad} v \, dydz - \int_{\partial\Omega} \vec{n} (\sigma \text{grad} \varphi) v \, ds = \iint_{\Omega} f v \, dydz \quad (7)$$

Интеграл по границе области Ω преобразуется в соответствии с заданными граничными условиями общего вида $\vec{n}(\sigma \text{grad} \varphi) = q\varphi + g$, которые в предельном случае могут быть представлены как условия Неймана или Дирихле. Тогда соотношение (7) принимает вид

$$\iint_{\Omega} (\sigma \text{grad} \varphi) (\text{grad} v) \, dydz - \int_{\partial\Omega} (q\varphi + g) v \, ds = \iint_{\Omega} f v \, dydz. \quad (8)$$

Требуемое интегральное соотношение далее представляется в форме

$$(\iint_{\Omega} (\sigma \text{grad} \varphi) (\text{grad} v) \, dydz - \int_{\partial\Omega} (q\varphi + g) v \, ds - \iint_{\Omega} f v \, dydz) = 0. \quad (9)$$

Соотношение (9) должно выполняться для любой пробной функции $v(y, z)$ и представляет собой интегральную формулировку исходной задачи (5).

За счет проведенных интегральных преобразований в математической формулировке задачи в слабой форме (9) снижается требование на гладкость функции электропроводности $\sigma(y, z)$, которая может являться разрывной функцией координат (y, z) на границах кусочно-неоднородной расчетной области Ω .

Далее в расчетной методике проводится дискретизация расчетной области Ω на конечные элементы. Совокупность приведенных процедур и лежит в основе построения метода конечных элементов (МКЭ) [10], который является более универсальным и продуктивным для численного решения подобных задач по сравнению с традиционно применяемыми конечно-разностными методами [1-3; 6].

Представленные ниже результаты компьютерного моделирования получены на базе использования среды MATLAB и математического пакета расширений Partial Differential Equation (PDE) Toolbox [10], в котором программно реализован МКЭ для аналогичных задач с автоматическим разбиением расчетной области на треугольные конечные элементы.

При проведении расчетов были использованы следующие параметры электропроводности $1/[\text{Ом} \cdot \text{м}]$: для анодного углерода $0.0384615 \cdot 10^6$, для стальных ниппелей и блюмсов $1.0 \cdot 10^6$, для электролита $0.02134 \cdot 10^4$, для жидкого алюминия $3.6036036 \cdot 10^6$, для катодного углерода и углеродных вставок $0.04 \cdot 10^6$.

На вертикальных внешних границах расчетной области Ω задавалось условие $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0$ (отсутствие тока в направлении, нормальном к границе). В нижней части катода, с учетом

блюдом, задавалось граничное условие $\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0$, в правом выходном вертикальном сечении блюмса полагалось $\varphi=0$. На свободной поверхности горизонтальных участков (рис. 1, 2) задавалось условие $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0$. Для трех стальных ниппелей шириной по 150 мм и входной плотностью тока 26,666 кА/м² задавалось эквивалентное равномерное распределение плотности тока на поверхности анода величиной 8 кА/м².

На рис. 3 и 4 представлены результаты расчета распределения электрического потенциала φ и векторного поля плотности электрического тока $\vec{i} = -\sigma \text{grad} \varphi$ в области Ω , что соответствует геометрии рис. 1 с учетом стального блюмса в нижней части катода.

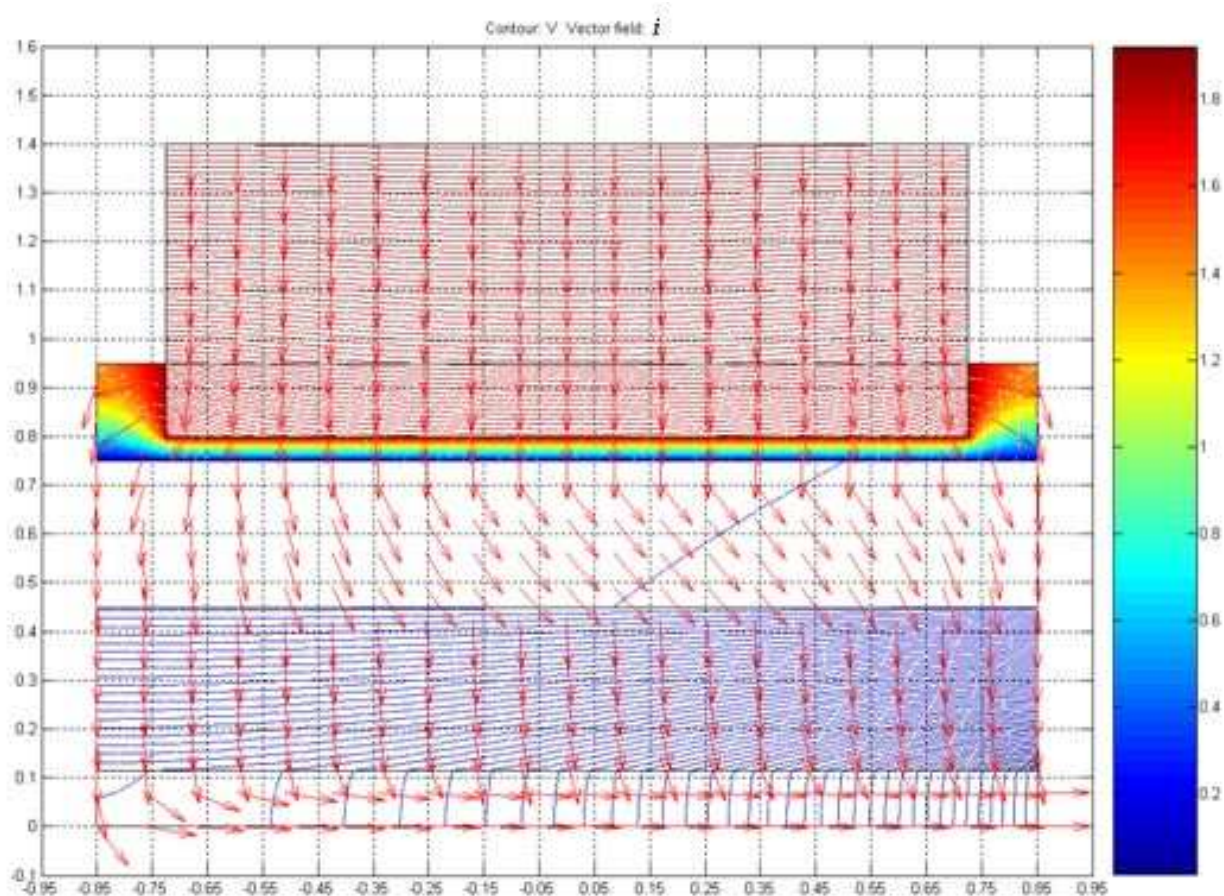


Рис. 3. Распределение *нормированного* векторного поля плотности электрического тока $\vec{i}/\|\vec{i}\|$ в вертикальном сечении электролизера и изолинии электрического потенциала ($\|\vec{i}\|$ - обозначает норму вектора, которая соответствует величине плотности электрического тока).

На рис. 4 представлены результаты расчета распределения электрического потенциала φ и векторного поля плотности электрического тока $\vec{i} = -\sigma \text{grad} \varphi$ в области Ω с четырьмя углеродными вставками под анодом. При этом высота вставок над поверхностью жидкого алюминия составляет 25 мм с расстоянием между вставками 50 мм.

Приведенные расчеты сделаны для конечно-элементных сеток, дробление которых уже не приводит к каким-либо качественным и количественным изменениям численных результатов. Таким образом, установлена стабилизация численных решений.

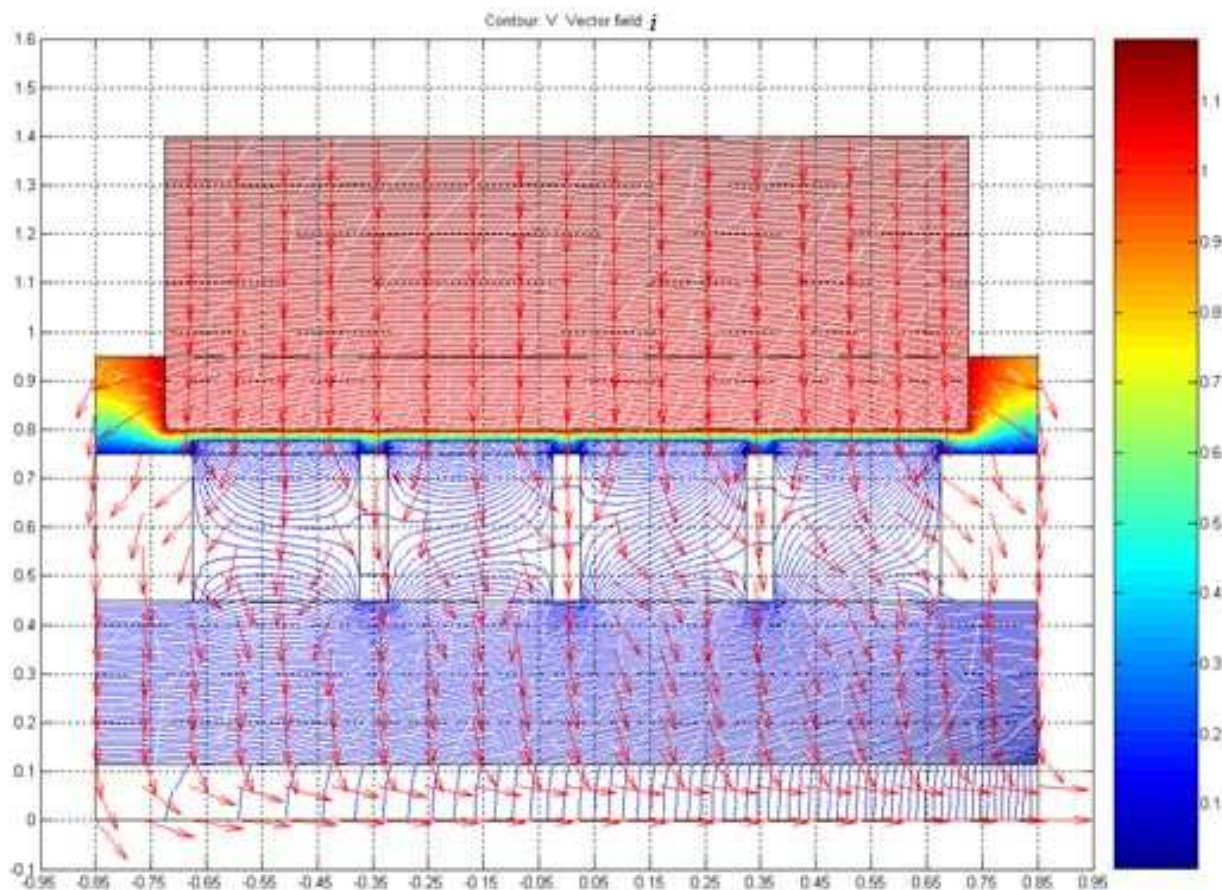


Рис. 4. Распределение *нормированного* векторного поля плотности электрического тока $\vec{i}/||i||$ и изолинии распределения электрического потенциала в вертикальном сечении электролизера с углеродными вставками. Длина стрелок характеризует его интенсивность, при использовании четырех углеродных вставок с высотой 25 мм над поверхностью жидкого алюминия; шкала изменения электрического потенциала от 0 до 1.2 В. Блюмс находится в нижней части катода.

Заключение

Результаты проведенных расчетов для предложенных новых инженерных решений показывают, что при использовании углеродных вставок может быть достигнута значительная экономия электроэнергии за счет снижения рабочего напряжения на 0.8 В и вставки по патенту [5] следует рекомендовать к испытаниям. При среднем напряжении на алюминиевом электролизере 4.5 В снижение рабочего напряжения может составлять $(0.8/4.5)*100\% = 18\%$. Так как доля электроэнергии в структуре себестоимости производства

1 т алюминия составляет от 25 до 50%, то, например, при 30%-ной доле электроэнергии, при цене алюминия 2000 USD/тAl на заводе производительностью 1 млн тAl/год экономия может составить $0.18 \cdot (0.30 \cdot 2000 [\text{USD/тAl}] \cdot 1 [\text{млн тAl/год}]) = 108 \text{ млн USD/год}$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках государственного контракта от 01 июля 2013 г. № 14.516.11.0080

Список литературы

1. Иванов В.Т., Щербинин С.А., Галимов А.А. Математическое моделирование электротепломассопереноса в сложных системах / БНЦ УрО АН СССР. - Уфа, 1991. – 199 с.
2. Кузьмин Р.Н., Кулешов А.А., Проворова О.Г., Поляков П.В., Пингин В.В., Савенкова Н.П. Нестационарная модель движения расплава в электролизной ванне // Труды IV Сибирского конгресса по прикладной и индустриальной математике (ИНПРИМ-2000). – Новосибирск, 2001. - С. 96-102.
3. Кузьмин Р.Н., Савенкова Н.П., Мокин А.Ю. Математическое моделирование промышленного электролиза алюминия // Фундаментальная и прикладная математика. – 2009. – Т. 15, № 6. – С. 51-61.
4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М. : Наука, 1989. – 608 с.
5. Патент РФ № 111540, 20.12.2011.
6. Савенкова Н.П., Шобухов А.В., Анпилов С.В., Кузьмин Р.Н., Проворова О.Г. Математическое моделирование физико-технологического процесса электролиза // Прикладная физика. – 2009. - № 6. – С. 43-51.
7. Kai Grjotheim. Aluminium electrolysis: fundamentals of the Hall-Heroult process // Aluminium-Verlag. – Dusseldorf. – 1982.
8. Kai Grjotheim. Aluminium electrolysis: fundamentals of the Hall-Heroult process. - 2nd Revised edition // Aluminium-Verlag. – Dusseldorf. – 1999.
9. Thonstad J., Fellner P., Haarberg G. M., Hives J., Kvande H., Sterten A. Aluminium Electrolysis: Fundamentals of the Hall-Heroult process. 3rd edition // Aluminium-Verlag Marketing and Kommunikation GmbH. – Dusseldorf. – 2001.
10. Partial Differential Equation Toolbox Documentation. - URL: <http://www.mathworks.com/help/pde/index.html>.

Рецензенты:

Пашков Г.Л., д.т.н., профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт химии и химической технологии» Сибирского отделения РАН (ИХХТ СО РАН), г. Красноярск.

Шепелев И.И., д.т.н., директор, Научно-исследовательская организация общество с ограниченной ответственностью «ЭКО-Инжиниринг» (НИО ООО «ЭКО-Инжиниринг»), г.Ачинск.