

## ФРАКТАЛЬНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ ПОЛЕЙ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЗАГРЯЗНЕНИЙ: ВЛИЯНИЕ РАСПОЛОЖЕНИЯ ИСТОЧНИКОВ

<sup>1</sup>Шинкаренко А.А., <sup>1,2</sup>Губарев С.В., <sup>1,2</sup>Берг Д.Б., <sup>1</sup>Манжуров И.Л.

<sup>1</sup>ФБГУН Институт промышленной экологии УрО РАН, Екатеринбург, Россия (620219, Екатеринбург, ГСП-594, ул. Софьи Ковалевской, 20), e-mail: aashink@yandex.ru

<sup>2</sup>ФГАОУ ВПО «УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», Екатеринбург, Россия (620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19)

---

Приведена методика расчета значения фрактальной размерности полей поверхностных загрязнений, базирующаяся на изучении зависимости массы загрязняющего вещества от занимаемой им площади при концентрации выше заданного уровня, построенной в дважды логарифмических координатах. Исследована зависимость значения фрактальной размерности полей поверхностных загрязнений от количества и взаимного расположения источников. Поля загрязнений рассчитаны по имитационной модели клеточных автоматов для 1, 2, 3, 4-х точечных источников одинаковой мощности, находящихся вблизи и на удалении друг от друга при отсутствии ветра. Критерием удаленности источников друг от друга является полная ширина на половине высоты R распределения загрязнения одного источника. Размер модельного поля 2x2 км, высота атмосферы – 1 км. Значение фрактальной размерности (от 1,88±0,01 до 1,591±0,003) уменьшается с увеличением числа источников только при их близком расположении (расстояние между центрами источников порядка 1,2 R).

---

Ключевые слова: поля загрязнений, математическое моделирование, клеточные автоматы, фрактальная размерность

## THE FRACTAL DIMENSION OF SURFACE POLLUTION FIELDS: THE DEPENDENCE ON SOURCES LOCATION

<sup>1</sup>Shinkarenko A.A., <sup>1,2</sup>Gubarev S.V., <sup>1,2</sup>Berg D.B., <sup>1</sup>Manzhurov I.L.

<sup>1</sup>Institute of Industrial Ecology Ural branch of RAS, Ekaterinburg, Russia (620219, Ekaterinburg, street S.Kovalevskoy, 20), e-mail: aashink@yandex.ru

<sup>1</sup>Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Professional Education «Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin», Ekaterinburg, Russia (620002, Ekaterinburg, street Mira, 20)

---

The method of calculating the fractal dimension of dirt surface fields, based on studying the dependence of the pollutant mass and the occupied area formed in double logarithmic coordinates at concentrations above the specified level is introduced. The fractal dimension value of the surface pollution fields dependence on the number and mutual arrangement of sources has been researched. The fields of pollution have been calculated by a cellular automata simulation model for 1,2,2,4-point sources of equal emission power which had been located close to and far away from each other, wind velocity = 0. The criterion for distance between sources is the full width at a half maximum (FWHM) R of single-source pollution spread. The field model size is 2x2 km, the atmosphere height is 1 km. The fractal dimension value (from  $D_f = 1,88 \pm 0,01$  to  $1,591 \pm 0,003$ ) decreases with the source number increase only when they are close to each other (the distance between the sources centers is on the order of 1,2 R).

---

Keywords: fields of pollution, mathematical modeling, cellular automata, fractal dimension

### Введение

Известно, что распределение химических веществ на земной поверхности, в том числе в почве, может носить фрактальный характер [9, 10]. По результатам отбора проб на местности и данным результатов экологического мониторинга в работе [6] показано, что фрактальные модели могут успешно использоваться для изучения полей поверхностных загрязнений. В то же время вопрос чувствительности значения фрактальной размерности  $D_f$  к тем или иным метеорологическим факторам (направление, скорость ветра и др.), физико-

химическим характеристикам загрязняющих веществ (размер и плотность частиц, фазовый состав и др.), особенностям эмиссии (высота и интенсивность источника загрязнения, геометрическое расположение источников и др.) остается открытым. Поскольку отбор и анализ проб являются трудоемкими процедурами, а реальные природные условия не позволяют провести серию однозначно интерпретируемых экспериментов, на начальном этапе исследования целесообразно использовать поля загрязнений, рассчитанные по соответствующим моделям. Наиболее удобными в этом отношении являются имитационные модели клеточных автоматов (КА) [4]. Клеточные автоматы нашли устойчивое применение в качестве концептуальных и практических моделей пространственно-распределенных динамических систем, для которых физические системы являются первыми и наиболее важными прототипами (модели уравнения теплопроводности, волнового уравнения и др.). КА применяются для изучения коллективных явлений – упорядочения, хаоса, нарушения симметрии, фрактальности – в системах, состоящих из большого числа частиц, нелинейно взаимодействующих друг с другом [8].

Целью настоящей работы является определение чувствительности значения фрактальной размерности  $D_f$  модельных полей поверхностных загрязнений к количеству и взаимному расположению источников загрязнения.

### **Имитационная модель формирования полей поверхностных загрязнений**

Модель реализуется в вычислительной среде клеточных автоматов (КА) на трехмерной решетке. Управляющие правила КА модели формализуют явления эмиссии (выброса) загрязняющих веществ, их массопереноса и выпадения на подстилающую поверхность, а также явления вторичного массопереноса [2].

Независимость трудоемкости расчетов моделей клеточных автоматов от количества правил позволяет реализовать в одной численной модели комплекс физических процессов и естественно учитывать суперпозицию источников загрязнений, различающихся как по форме и интенсивности, так и по длительности выбросов [5]. Благодаря правилам локального взаимодействия соседних ячеек решетки, учитывается конечная скорость распространения примеси, задаются дискретные граничные условия любой сложности [8].

Все расчеты полей загрязнений в настоящей работе проведены с использованием автоматизированного комплекса для расчета полей поверхностных загрязнений EcoCALab [1], позволяющего моделировать полный жизненный цикл формирования полей поверхностных загрязнений [3].

В модельных расчетах использовались правила КА, описывающие следующие процессы:

- эмиссия загрязняющего вещества (мощность, количество и расположение источников загрязнения);

- массоперенос (ветровой перенос, турбулентная диффузия);

- выпадение загрязняющего вещества на подстилающую поверхность.

В каждой ячейке решетки КА задано значение концентрации загрязняющего вещества, величина которого на каждом цикле расчета изменяется по заранее заданным управляющим правилам КА с учетом значений концентраций в соседних ячейках. Результатом расчета является поле выпадения – совокупность значений концентраций в каждой ячейке самого нижнего слоя решетки, соответствующего подстилающей поверхности.

Модельное поле загрязнений (рис.1 а, б) от одного точечного источника получено при следующих условиях: площадь ячейки  $S_{я} = 100 \text{ м}^2$ , поле 2000 м на 2000 м и высотой атмосферы 1000 м, с постоянным коэффициентом диффузии  $D_{\text{диф}} = 10 \text{ м}^2/\text{с}$ , постоянной скоростью седиментации  $v_{\text{сед}} = 0,5 \text{ м/с}$ , с постоянной вероятностью эмиссии  $p_{\text{эм}} = 1,0$ , в отсутствие ветра  $v_{\text{ветра}}=0$ .

Значение фрактальной размерности  $D_f$  поля рассчитано согласно фрактальной модели поверхностных загрязнений [7]. Основу расчета  $D_f$  по этой модели составляет исследование зависимости массы загрязняющего вещества от занимаемой им площади при концентрации выше заданного уровня, построенной в дважды логарифмических координатах. Для расчета фрактальной размерности модельного поля загрязнений использовались значения концентрации выпадений в каждой ячейке нижнего слоя решетки.

Ячейки объединялись в группы с одинаковой концентрацией  $C_i$ , подсчитывалось количество ячеек  $N_i$  в каждой группе. Общая площадь всех ячеек  $S_i$ , концентрация загрязняющего вещества в которых равна  $C_i$ , определяется как:

$$S_i = N_{я} S_{я} \quad (1)$$

Общая масса загрязняющего вещества  $M_i$ , находящегося в ячейках  $i$ -й группы:

$$M_i = C_i S_i \quad (2)$$

Для построения в соответствии с фрактальной моделью [7] зависимости  $\text{Ln}(\sum M_i) \sim \text{Ln}(\sum S_i)$  необходимо подсчитать суммарную площадь  $\sum S_i$  и суммарную массу  $\sum M_i$  для групп с концентрациями  $C_i$  и больше.

$$\sum S_i = S_i + S_{i-1} + S_{i-2} + \dots + S_1 \quad (3)$$

$$\sum M_i = M_i + M_{i-1} + M_{i-2} + \dots + M_1 \quad (4)$$

Два вектора значений площади  $\sum S_i$  и массы  $\sum M_i$  позволяет построить требуемую зависимость  $\text{Ln}(\sum M_i) \sim \text{Ln}(\sum S_i)$ , рис.1, в, г. Наличие линейного участка кривой подтверждает справедливость фрактальной модели распределения загрязнений.  $D_f$  равна удвоенному значению угла наклона этой зависимости [6]. Не всегда эта зависимость является линейной

во всем диапазоне концентраций, поэтому появляется необходимость выделения на полученном графике линейного участка.

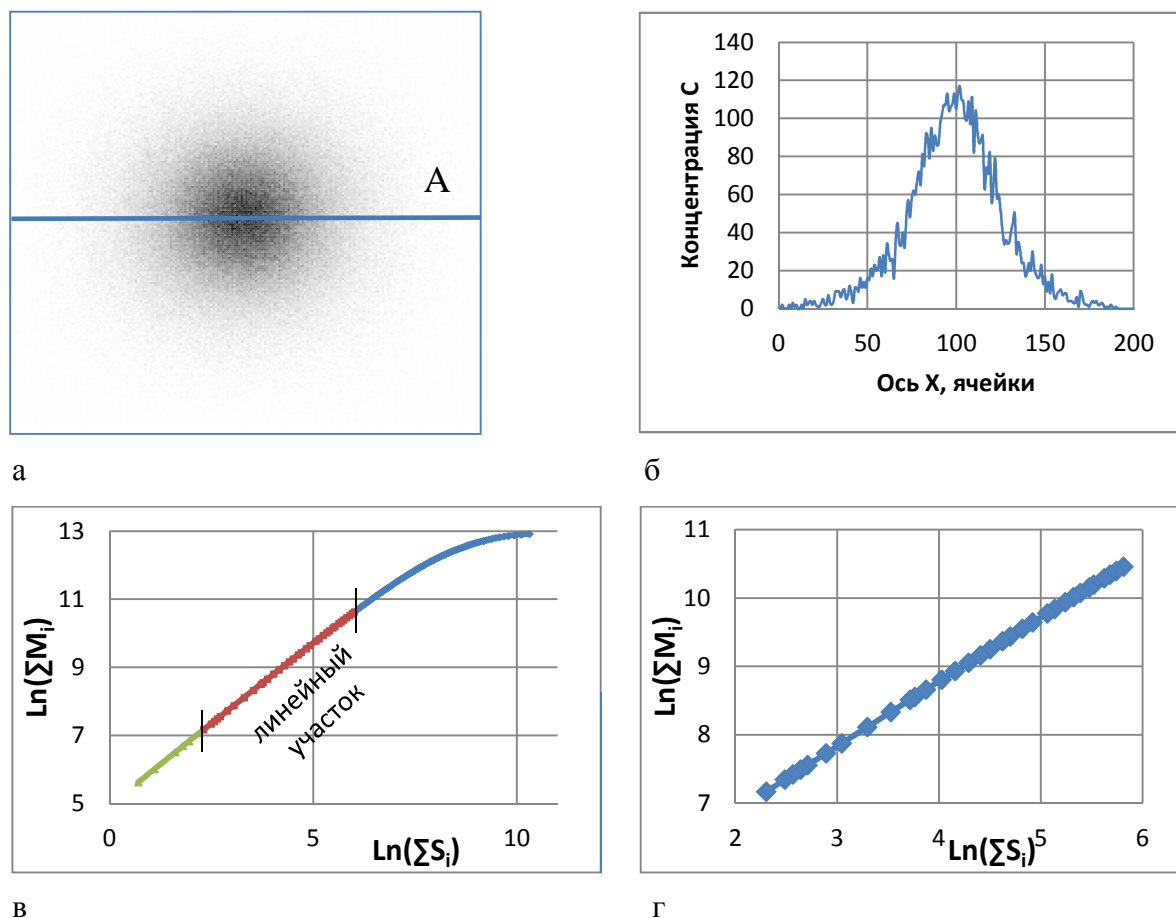


Рис.1 – а) вид сверху, поле загрязнений одного точечного источника; б) распределение концентраций загрязняющего вещества в сечении А; в) зависимость  $\text{Ln}(\sum M_i) \sim \text{Ln}(\sum S_i)$  для полного диапазона значений концентрации; г) расчет фрактальной размерности по зависимости  $\text{Ln}(\sum M_i) \sim \text{Ln}(\sum S_i)$ ,  $D_f = 1,88 \pm 0,01$

### Зависимость значения фрактальной размерности от количества и взаимного расположения источников

Были рассчитаны 2 серии полей загрязнений для 1, 2, 3, 4-х точечных источников, отличающихся расстоянием между источниками. Расстояние между «далеко» расположенными источниками составляло  $2R \approx 1$  км (серия А), «близко» расположенными источниками –  $1,2R \approx 0,6$  км (серия В), табл. Условия для каждого эксперимента серий А и В аналогичны условиям для единственного источника, изображенного на рис.1. На рис. 2 приведена итоговая зависимость значения фрактальной размерности  $D_f$  от количества и взаимного расположения источников.

Таблица – Модельные поля поверхностных загрязнений

$N_{ист}$ Серия	1	2	3	4	Расстояние*
A					
B					

\*Расстояние между источниками

Примечание. R – полная ширина на половине высоты сечения одного источника.

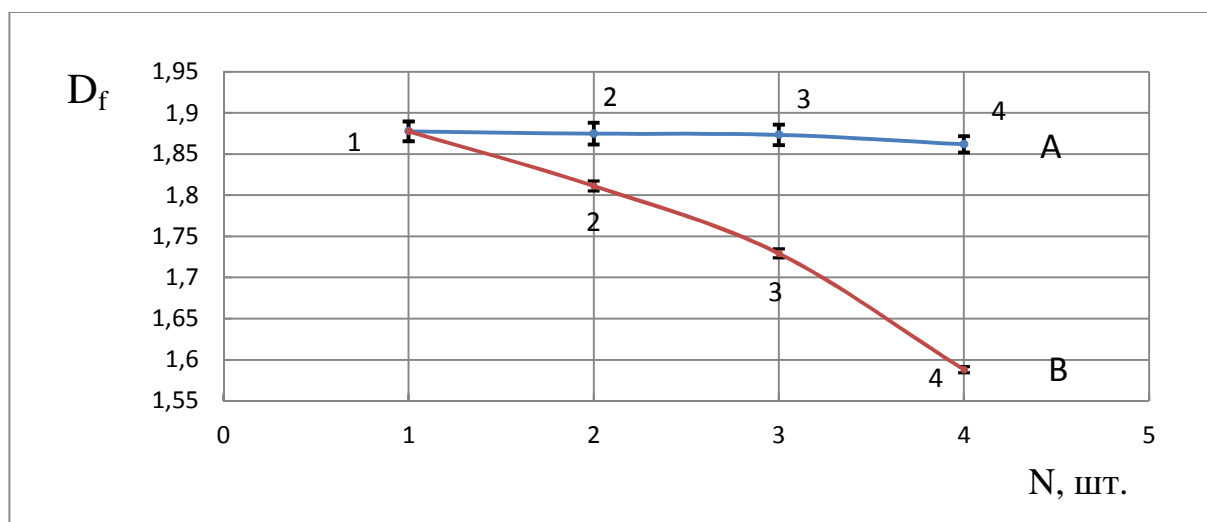


Рис.2 – Зависимость значения фрактальной размерности  $D_f$  от количества источников  $N$  и расстояния между ними. Серия А – «далекое» расположение источников ( $2R \approx 1$  км), серия В – «близкое» ( $1,2R \approx 0,6$  км).

Видно, что значение  $D_f$  значимо зависит от количества источников только при их относительно «близком» (серия В) расположении. Это объясняется тем, что при таком расположении имеет место взаимное наложение друг на друга полей загрязнений от разных источников, вклад каждого источника является нелинейным, что качественно меняет картину загрязнения. Значение  $D_f$  изменяется от  $1,88 \pm 0,01$  (для 1 источника) до  $1,591 \pm 0,003$  (для 4-х источников).

В случае относительно «далекого» расположения источников (серия А) такое наложение отсутствует, их вклад является аддитивным, и качественных изменений поля загрязнения не наблюдается. Значения  $D_f$  для 1, 2, 3, 4-х «далеко» расположенных точечных источников равны 1,86 и находятся в пределах погрешности расчета, составляющей  $\Delta \approx 0,05$ .

## Выводы

Значение фрактальной размерности, рассчитанное для модельных полей загрязнений, оказалось чувствительным к расстоянию между источниками и их количеству в случае, когда имеет место наложение полей загрязнений от различных источников друг на друга.

Таким образом, данный параметр является информативным для исследования полей поверхностных загрязнений. Для корректной интерпретации результатов измерений фрактальной размерности реальных полей загрязнений необходимо изучить чувствительность  $D_f$  к метеорологическим факторам, физико-химическим характеристикам и др.

*Работа была выполнена при частичной поддержке проекта ориентированных фундаментальных исследований УрО РАН "Арктика" - №12-2-3-010- АРКТИКА.*

## Список литературы

1. Губарев С.В., Берг Д.Б. Автоматизированный комплекс для расчета полей поверхностных загрязнений EcoCALab // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2013613131, 26.03.2013.
2. Губарев С.В. Влияние динамики скорости ветра на результирующее поле поверхностного загрязнения от точечного источника // Фундаментальные исследования. – 2012. – Т.11. - №3. – С. 691-695.
3. Губарев С.В. Создание пакета имитационных моделей для исследования жизненного цикла полей поверхностных загрязнений // Экологические проблемы Севера: материалы молод. конфер. – Архангельск, 2008. – 276 с.
4. Гулд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике: В 2-х частях. Часть 2: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 400 с.
5. Малинецкий Г.Г., Степанцов М.Е. Моделирование диффузионных процессов с помощью клеточных автоматов с окрестностью Марголуса // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1998. – С. 1017-1020.
6. Манжуров И.Л. Фрактальная модель распределения плотности поверхностных загрязнений: диссертация, канд. физ.-мат. наук. – Екатеринбург. 2002.
7. Манжуров И.Л., Берг Д.Б., Дедюхин Г.В. Фрактальная модель распределения загрязнений // Первая Всероссийская научная internet-конференция «Компьютерное и математическое моделирование в естественных и технических науках». Вып.2. – Тамбов: ТГУ. – 2001. – С. 36-40.
8. Тоффоли Т., Марголус Н. Машины клеточных автоматов. – М.: Мир, 1991.–280 с.

9. Burrough P.A. Fractals and Geochemistry. In The Fractal Approach to Heterogeneous Chemistry. John Wiley & Sons Ltd., 1989. – 383-406 p.
10. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. N.Y., W. H. Freeman., 1982.

**Рецензенты:**

Максимов В.И., д.ф.-м.н., профессор, заведующий отделом дифференциальных уравнений ФГБУН Института математики и механики им. Н.Н.Красовского УрО РАН, г. Екатеринбург.

Вараксин А.Н., д.ф.-м.н., профессор, заведующий лабораторией математического моделирования в экологии и медицине ФГБУН Института промышленной экологии УрО РАН, г. Екатеринбург.