

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ И АЛГОРИТМ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТОВ СИСТЕМ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА ПОМЕЩЕНИЙ ВОЗДУШНО-ОТОПИТЕЛЬНЫМИ АГРЕГАТАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА “LOCAIRHEAT”

Воронков Д.С.

“Псковский государственный университет”, Псков, Россия (180000, Псков, пл. Ленина, 2), e-mail: voronkovdaniil@yandex.ru

Приводятся математическая модель, включающая уравнение Навье – Стокса в проекциях на оси x, y, z , уравнение неразрывности, уравнение энергии, уравнение Пуассона для давления, выведенное из уравнения движения и неразрывности, в приближении несжимаемости, и численный метод по явной двухшаговой схеме Браиловской, используемые в программном комплексе “Locairheat”. В качестве модели турбулентности используется алгебраическая модель турбулентности Прандтля. Дается алгоритм и пример расчета систем обеспечения теплового режима помещений воздушно-отопительными агрегатами с использованием программного комплекса. В качестве примера расчета рассматривается расчет системы отопления с использованием одноструйных воздушно-отопительных агрегатов при наклонной подаче приточных струй в цех длиной 50 м, шириной 10 м и высотой 9 м.

Ключевые слова: математическая модель, численный метод, воздушно-отопительный агрегат, дестратификатор, алгоритм.

THE MATHEMATICAL APPARATUS AND ALGORITHM TO PERFORM CALCULATIONS OF THE THERMAL CONTROL ROOM AIR-HEATING UNITS USING THE SOFTWARE PACKAGE “LOCAIRHEAT”

Voronkov D.S.

“Pskov State University”, Pskov, Russia (180000, Pskov, pl. Lenin, 2), e-mail: voronkovdaniil@yandex.ru

Present a mathematical model that includes the Navier -Stokes equations in projections on the axes x, y, z , the continuity equation, energy equation, Poisson equation for the pressure derived from the equations of motion and continuity in the approximation of incompressibility, and a numerical method for the explicit two-step scheme Brailovsky, used in the software package "Locairheat". As the turbulence model used algebraic model of turbulence Prandtl. An algorithm and an example of the calculation of the thermal control system of air-heating units using the software package. As an example, the calculation is considered calculation of the heating system using a single jet of air-heating units at an inclined feed supply air jets in the shop length 50 m, width of 10 m and a height of 9m.

Keywords: mathematical model, numerical method, air-heating unit, destratifikator, algorithm.

Существующие методики расчета систем отопления с использованием воздушно-отопительных агрегатов (ВОА) [6] не охватывают всего многообразия современных способов обеспечения микроклимата (всего диапазона углов подачи приточной струи, совместного использования одноструйных ВОА и дестратификаторов, применения двухструйных ВОА) [2].

Такие коммерческие компьютерные программы, как Flotherm, IcePak, Star CCM+, Coolit, др. [1], являются мощными инструментами для решения задач вычислительной гидродинамики. Но данные программы являются достаточно технически сложными для освоения широкого круга пользователей (инженеров-проектировщиков, инженеров-монтажников), кроме того, зачастую стоимость данных программных пакетов очень высока.

Для проведения исследований подачи приточной струи воздуха в пространство помещения при любых значениях угла к горизонту, эффективности, целесообразности использования альтернативных способов подачи воздуха в пространство помещения, в том числе для определения параметров систем обеспечения микроклимата при работе в режимах нагрев/охлаждение, решения других задач был разработан программный комплекс “Locairheat” с использованием численного метода.

Приточные струи, поступающие в помещение от воздушно-отопительных агрегатов, а также струи, создаваемые дестратификаторами, рассматриваются как свободные осесимметричные струи с учетом турбулентных режимов в приближении несжимаемости.

Для описания процессов распределения скоростей, температур, других параметров в потоке несжимаемого вязкого газа в трехмерной постановке составлена математическая модель, включающая:

1. Уравнение Навье – Стокса для несжимаемой жидкости в проекциях на оси x, y, z соответственно [5]

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = \mathbf{G} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu \nabla^2 \mathbf{V}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right), \quad (4)$$

где \mathbf{V} – вектор скорости движения воздуха с проекциями u, v, w на оси декартовой системы координат x, y, z соответственно; \mathbf{G} – вектор гравитационных сил; ρ – плотность воздуха; p – давление воздуха; ν – коэффициент кинематической вязкости; t – время; g – ускорение свободного падения; $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$ – оператор Набла; $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор

Лапласа.

2. Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости [5]

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

3. Уравнение энергии для несжимаемой жидкости [9]

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right) = \lambda \nabla^2 T + \mu \left[2 \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right], \quad (6)$$

где C_p – изобарная теплоемкость воздуха; T – температура воздуха; λ – коэффициент теплопроводности; μ – коэффициент динамической вязкости.

4. Уравнение Пуассона для давления, выведенное из уравнений движения и неразрывности [7]

$$\frac{1}{\rho} \nabla^2 p = - \left(\frac{\partial d}{\partial t} + u \frac{\partial d}{\partial x} + v \frac{\partial d}{\partial y} + w \frac{\partial d}{\partial z} \right) - d^2 + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 d + 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial T}{\partial y} \cdot \frac{g}{T_0}, \quad (7)$$

где $d = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ – дивергенция вектора скорости \mathbf{V} , учитываемая в уравнении для давления по рекомендации [7]; T_0 – начальная температура воздуха в помещении.

Поскольку воздух рассматривается в приближении несжимаемости ($\rho = \text{const}$), возникает вопрос, каким образом учесть действие гравитационных сил G в уравнении (1). Для этой цели используется приближение Бусинеска [3]. Зависимость плотности воздуха от температуры учитывается по уравнению состояния для идеального газа

$$\rho = \frac{p}{RT}, \quad (8)$$

где R – газовая постоянная воздуха.

Тогда

$$\frac{1}{\rho} (\rho_0 - \rho) g = \frac{\frac{p}{RT_0} - \frac{p}{RT}}{\frac{p}{RT}} g = \frac{T - T_0}{T_0} g, \quad (9)$$

где здесь T – температура воздуха приточной струи; ρ_0 – плотность воздуха при температуре T_0 ; ρ – плотность воздуха при температуре T .

Для описания турбулентных режимов движения воздуха используется уравнение Рейнольдса [5,9], которое внешне совпадает с уравнением Навье – Стокса (1), но записано для осредненных скоростей потока $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$, и к кинематической вязкости добавляется

турбулентная вязкость. В качестве модели турбулентности используется алгебраическая модель турбулентности Прандтля [9]

$$v_t = \chi b (\bar{u}_{\max} - \bar{u}_{\min}), \quad (10)$$

где v_t – кинематическая турбулентная вязкость; χ – эмпирический коэффициент, определяемый из эксперимента; b – ширина струи в рассматриваемом сечении; $\bar{u}_{\max}, \bar{u}_{\min}$ – максимальная и минимальная осредненные скорости струи в рассматриваемом сечении соответственно.

Для нахождения коэффициента турбулентной теплопроводности λ_t в осредненном уравнении энергии значение турбулентного числа Прандтля Pr_t принимается равным ламинарному значению 0,7 [4].

Тогда

$$\lambda_t = \frac{\mu_t C_p}{Pr_t}, \quad (11)$$

где μ_t – динамическая турбулентная вязкость.

Численное решение системы дифференциальных уравнений в частных производных (3 уравнения движения – переменные u, v, w – и 1 уравнение энергии – переменная T) осуществляется по явной двухшаговой схеме Браиловской [7].

Дифференциальные уравнения приводятся к виду

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = S, \quad (12)$$

где U – вектор искомым переменных (u, v, w, T); F, Q, H – векторы, состоящие из комбинаций искомым переменных; S – источниковый член, включающий вязкие члены, а также члены, определяющие теплопроводность и гравитационные силы.

Уравнения движения записываются в консервативной форме [7]. Решение ищется в виде:

- первый шаг

$$U^{n+1} = U^n - \left[\frac{\delta F^n}{\delta x} + \frac{\delta Q^n}{\delta y} + \frac{\delta H^n}{\delta z} - S^n \right] \Delta t, \quad (13)$$

- второй шаг

$$U^{n+1} = U^n - \left[\frac{\delta \overline{F^{n+1}}}{\delta x} + \frac{\delta \overline{Q^{n+1}}}{\delta y} + \frac{\delta \overline{H^{n+1}}}{\delta z} - S^n \right] \Delta t, \quad (14)$$

где n – шаг по времени; пространственные производные представляются центральными разностями, а $\overline{F^{n+1}} = F(U^{n+1})$ и т.д.

Конечно-разностное уравнение для давления решается итерационным методом Рундсона [7] на каждом временном слое

$$P_{i,j,k}^{n+1} = P_{i,j,k}^n + \frac{1}{6} \left(P_{i+1,j,k}^n + P_{i-1,j,k}^n + P_{i,j+1,k}^n + P_{i,j-1,k}^n + P_{i,j,k+1}^n + P_{i,j,k-1}^n - 6 \cdot P_{i,j,k}^n - \Delta^2 \cdot S_{pi,j,k} \right), \quad (15)$$

где $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$ – шаг по пространственной сетке; здесь n – номер итерации.

На стенках в качестве граничных условий для скоростей используется условие прилипания (значения скоростей принимаются нулевыми), задаются значения температуры и давления. В местах притока воздуха задаются значения скоростей струи и температур, для давления задается граничное условие градиентного типа.

В качестве начальных условий во всем объеме помещения задаются нулевые условия по скоростям и начальные значения температуры и давления.

Расчет ведется методом установления. Процесс считается установившимся, если безразмерный параметр τ достигнет значения [5]

$$\tau = \frac{4 \cdot \mu_t \cdot \Delta t \cdot Nt}{\rho \cdot [\Delta y \cdot (J-1)]^2} \geq 1, \quad (16)$$

где Δt – шаг по времени; Nt – количество шагов по времени; Δy – шаг по оси y ; J – количество шагов по оси y .

Шаг по времени выбирается из условия устойчивости [7]

$$\Delta t \leq \frac{\Delta}{|u| + |v| + |w|}. \quad (17)$$

Решение ищется на прямоугольной сетке x, y, z (рис. 1).

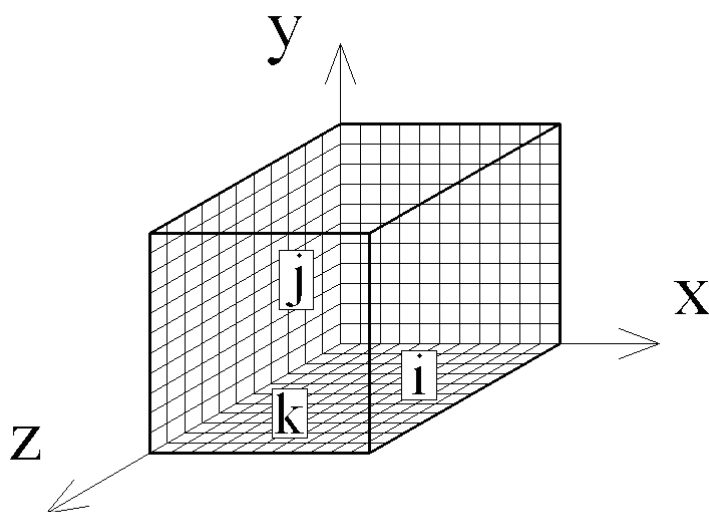


Рис. 1. Расчетная область в декартовой системе координат x, y, z .
 i, j, k – узлы расчетной сетки по осям x, y, z , соответственно

Расчетный программный комплекс “Locairheat” реализован в средах MathCAD и Fortran.

Алгоритм расчета систем обеспечения теплового режима помещений воздушно-отопительными агрегатами с использованием программного комплекса “Locairheat” (в среде MathCAD):

1. Выполняется теплотехнический расчет ограждающих конструкций здания.
2. Выполняется расчет теплопотерь (теплоизбытков).
3. Производится предварительная разбивка отапливаемого (охлаждаемого) помещения на обслуживаемые зоны, предварительный выбор марок воздушно-отопительных агрегатов, их параметров – расхода, скорости, температуры приточной струи [8].

Выбор параметров агрегатов производится, исходя из известных величин теплопотерь (теплоизбытков) обслуживаемой зоны и площади воздухораспределительной решетки, по формуле:

$$Q_{0.з.} = C_p \cdot uM \cdot F \cdot \rho_r \cdot (TNS - TN), \quad (18)$$

где uM – скорость приточной струи на истечении из ВОА, м/с; F – площадь воздухораспределительного устройства, m^2 ; ρ_r – плотность воздуха приточной струи на истечении из ВОА, kg/m^3 ; TNS – температура приточной струи на истечении из ВОА, $^{\circ}C$; TN – температура помещения, $^{\circ}C$.

4. Выполняется расчет системы обеспечения теплового режима помещений по разработанной программе:

1) Вводятся исходные данные:

- количество расчетных участков $I \times J \times K$ по значениям габаритов обслуживаемой одним ВОА части помещения $V \times L \times H$ в зависимости от выбранного шага сетки. Ввод данных по количеству расчетных участков производится с учетом того, что точка 1 является точкой на грани расчетной сетки;
 - минимальное количество временных слоев Nt , таким образом, чтобы безразмерный коэффициент установления τ имел значение большее или равное 1);
 - температура помещения, TN , К;
 - температура приточной струи на истечении из ВОА, TNS , К;
 - скорость приточной струи на истечении из ВОА, uM , м/с;
 - скорость струи на истечении из дестратификатора, uMd , м/с;
 - площадь воздухораспределительных решеток учитывается при задании граничных условий в точках установки оборудования (воздушно-отопительных агрегатов, дестратификаторов).
- Параметры струи задаются в определенном количестве узлов расчетной сетки. Например,

при значениях шагов расчетной сетки $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,5$ м и площади воздухораспределительного устройства $F = 1 \text{ м}^2$ ($1 \times 1 \text{ м}^2$) приток задается в 2-х расчетных узлах.

2) Задаются граничные условия для тех узлов расчетной сетки, где предполагается установка оборудования p , V , T .

Значение давления задается градиентным методом.

Значения скоростей задаются в проекциях на оси декартовой системы координат. Влияние угла отклонения лопастей воздухораспределительной решетки от горизонтали на значения вектора скорости \bar{V} в проекциях на оси декартовой системы координат учитывается умножением значения скорости струи на истечении из воздухораспределительной решетки uM (uMd) на \cos (\sin) угла.

3) Выполняется расчет (Закладка “Математика → Вычислить”).

Результаты расчета выводятся в виде значений температурных и скоростных полей по узлам расчетной сетки ($T_{i,k}$ и $V_{i,k}$) в трех характерных сечениях рабочей зоны помещения на высотах – 300 мм, 1000 мм и 2000 мм от уровня чистого пола помещения. Также выводятся графики температурных полей и линий тока в помещении в вертикальном сечении по оси оборудования. При необходимости проектировщик может выводить и другие необходимые расчетные данные;

4) Полученные значения температур и скоростей сопоставляются с нормативными значениями для данной категории зданий (помещений). Также желательно, с целью снижения потерь тепла через покрытие, обеспечить условие ненастипания приточной струи на потолок помещения (для этой цели, как один из вариантов, показано использование дестратификаторов).

Если рассчитанные значения превышают требуемые, необходимо выполнить одно или несколько из следующих предложений и повторить расчет:

- изменить угол наклона приточной струи к горизонту;
- использовать двухструйные воздушно-отопительные агрегаты, для системы отопления также использовать дестратификаторы;
- изменить параметры оборудования (расход, температуру приточной струи, скорость струи дестратификатора).

Расчет системы проводится до того момента, пока не будут выполняться нормативные требования

$$\Delta t_{\text{расч.}} \leq \Delta t_{\text{норм.}} ; V_{\text{расч.}} \leq V_{\text{норм.}} \quad (19)$$

Пример расчета

Необходимо запроектировать систему отопления с использованием одноструйных воздушно-отопительных агрегатов при наклонной подаче приточных струй в цех длиной 50 м, шириной 10 м и высотой 9 м.

Температура внутреннего воздуха в помещении составляет $T_N = +15^\circ\text{C}$.

Площадь воздухораспределительной решетки агрегата – $F = 1,0\text{м}^2$.

Максимальные нормативные значения скорости и температурного перепада составляют $v_{\text{норм}} = 0,5\text{м/с}$ и $\Delta t_{\text{норм}} = 3^\circ\text{C}$ соответственно.

По результатам теплотехнического расчета и расчета теплопотерь определено, что потери тепла в помещении составляют $Q_{\text{помещения}} = 388\text{кВт}$.

Разбиваем отапливаемое помещение на обслуживаемые зоны. Принимаем, что подача воздуха осуществляется двумя одноструйными воздушно-отопительными агрегатами, расположенными по длине цеха, т.е. ширина обслуживаемой зоны составляет $b = 25\text{м}$. Длина обслуживаемой зоны – $l = 10\text{м}$. Таким образом, величина теплопотерь одной обслуживаемой зоны будет составлять $Q_{\text{помещения}} = 194\text{кВт}$.

Подбираем параметры агрегатов по расчетной формуле (18).

Скорость и температура приточной струи на истечении из ВОА составят $u_M = 4,4\text{м/с}$ и $T_{NS} = +50,8^\circ\text{C}$ соответственно.

Объемный расход приточной струи одного ВОА, таким образом, получится равным $L = 15840\text{м}^3/\text{ч}$.

Шаг расчетной сетки – $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 1\text{м}$. Следовательно, расчетная сетка – $11 \times 10 \times 26$ (IхJхK).

Высоту установки воздушно-отопительных агрегатов принимаем 6400 мм от уровня чистого пола (ось агрегата), способ подачи приточной струи – наклонный, под углом 35° ниже горизонта.

После внесения исходных данных, граничных условий, были выполнены расчеты. Некоторые результаты вычислений приведены ниже.

На рис. 2 приведены графики горизонтальных (по оси приточной струи) проекций скорости $\bar{u}_{i,2}$ и $\bar{u}_{i,3}$, на высотах 1,0 и 2,0 м от уровня чистого пола соответственно. На рис. 3 приведены графики вертикальных проекций скорости $\bar{v}_{i,2}$ и $\bar{v}_{i,3}$, на высотах 1,0 и 2,0 м от пола соответственно.

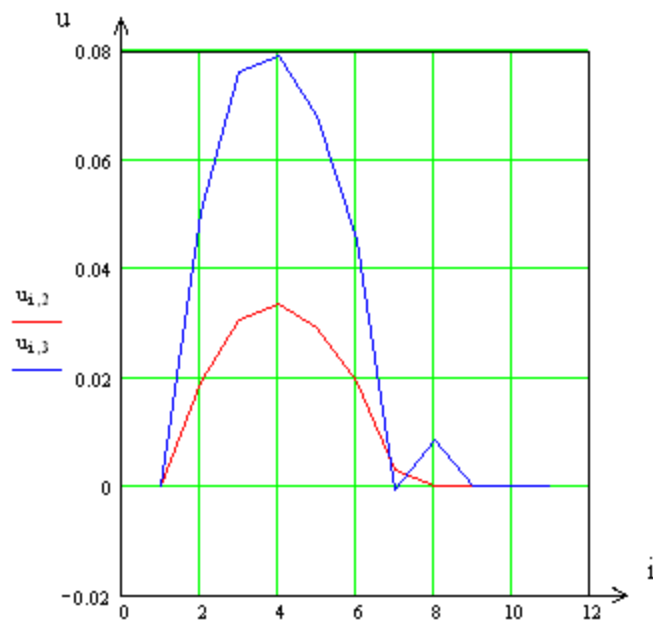


Рис. 2

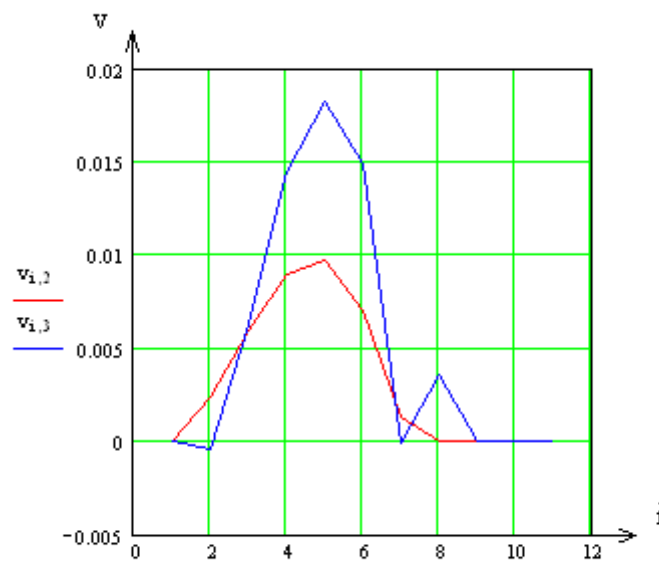


Рис. 3

На рис. 4 приведены графики распределения температур $T_{i,2}$ и $T_{i,3}$, в горизонтальном сечении (по оси приточной струи), на высотах 1,0 и 2,0 м от пола соответственно.

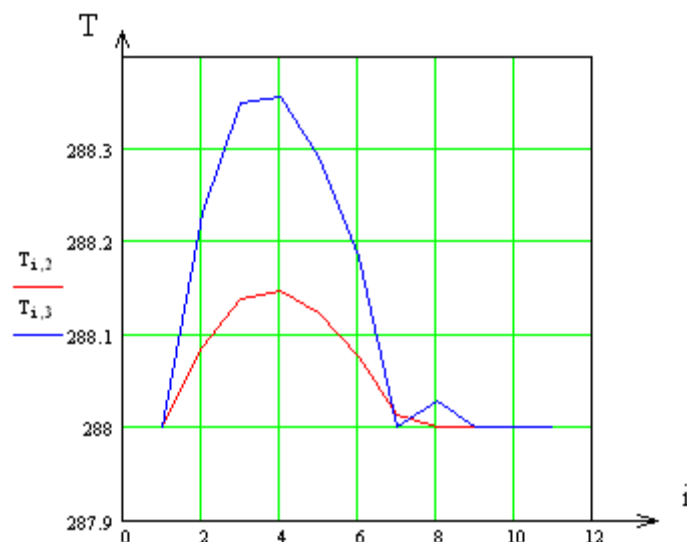


Рис. 4

Проверяем значения скоростей и перепадов температур на выполнение условия (19). При заданной (наклонной) подаче приточной воздушной струи ВОА в пространство помещения (под углом 35°) превышения максимальных нормативных значений температур и скоростей воздуха в рабочей зоне помещения отсутствуют. Условия выполняются, расчет завершен. Места расположения оборудования, способ подачи приточной струи, скорость и температуру приточной струи на истечении и ВОА оставляем принятыми.

Выводы

1. Существующие методики расчета систем отопления с использованием воздушно-отопительных агрегатов не охватывают всего многообразия современных способов обеспечения микроклимата (всего диапазона углов подачи приточной струи, совместного использования одноструйных ВОА и дестратификаторов, применения двухструйных ВОА, режимов работы на нагрев/охлаждение).
2. Для целей проектирования систем обеспечения теплового режима помещений воздушно-отопительными агрегатами, выполнения вычислительных экспериментов рекомендуется использовать программный комплекс "Locairheat" (согласно приведенному алгоритму расчетов).

Список литературы

1. Беляев К.В., Двинский А.С., Никулин Д.А., Стрелец М.Х. (2004). Программный комплекс для численного моделирования гидродинамики и тепломассопереноса в системах

кондиционирования помещений и охлаждения электронной аппаратуры // Научно-технические ведомости. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та. № 2. С.47-55.

2. Воронков Д.С. Особенности формирования микроклимата в помещениях большой высоты. Актуальные проблемы современного строительства: 63-я Международная научно-техническая конференция молодых ученых / Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет. В 3 ч. Ч. III. – СПб., 2010. – С. 58-62.

3. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. – М.: Главная редакция физ.-мат. лит. изд-ва “Наука”, 1972. – 392 с.

4. Линь Цзя-цзяо. Турбулентные течения и теплопередача. – М.: Изд-во Иностранной лит., 1963. – 563 с.

5. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. 5-е изд. – М.: Наука, 1978. – 736 с.

6. Рекомендации по выбору отопительно-рециркуляционных агрегатов АЗ-840. Государственный проектный институт Сантехпроект Главпромстройпроекта Госстроя СССР (ГПИ Сантехпроект). – М., 1981.

7. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.

8. Сканави А.Н., Махов Л.М. Отопление: Учебник для вузов. – М.: Изд-во АСВ, 2002. – 576 с.

9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 712 с.

Рецензенты:

Журавлев Ю.Н., д.т.н., профессор, Псковский государственный университет, г. Псков.

Плохов И.В., д.т.н., профессор, Псковский государственный университет, г. Псков.