УДК 519.833

РАВНОВЕСИЕ ПО НЭШУ В СТАЦИОНАРНОМ СОСТОЯНИИ В МНОГОШАГОВОЙ МОДЕЛИ ДВОЙНОГО ЗАКРЫТОГО АУКЦИОНА

Кондратьев А.Ю.[1,2]

[1]*ГОУ ВПО «Петрозаводский Государственный Университет», Петрозаводск, Россия (185910, Петрозаводск, ул. Ленина, 33),*
[2]*ИПМИ КарНЦ РАН, Петрозаводск, Россия (185910, Петрозаводск, ул. Пушкинская, 11), e-mail: kondratev@krc.karelia.ru.*

Рассматривается теоретико-игровая модель многошаговых сделок между продавцами и покупателями. Предложена модель с бесконечным числом шагов, дисконтированием, уходом совершивших сделку и поступлением новых продавцов и покупателей. Исследуется ситуация на рынке, когда уход одних игроков компенсируется приходом новых, в результате чего распределения продавцов и покупателей не меняются от шага к шагу. Каждый игрок обладает приватной информацией о резервной цене, которую не знает другой игрок. Резервные цены являются случайными величинами с произвольными распределениями вероятностей. Сделка происходит, если предложенная цена покупателя превосходит объявленную цену продавца. Найдено байесовское равновесие со строго возрастающими стратегиями игроков как решение системы интегро-дифференциальных уравнений. Доказано необходимое и достаточное условие для стратегий порогового типа с фиксированной ценой быть равновесием. Показано, что при ограниченных плотностях распределения резервных цен игроков и при дисконтировании достаточно близком к единице равновесие с пороговыми стратегиями существует.

Ключевые слова: модель аукциона, сделки между продавцами и покупателями, пороговые стратегии, интегро-дифференциальные уравнения для равновесия.

NASH EQUILIBRIUM FOR STATIONARY STATE IN MULTISTEP BARGAINING MODEL

Kondratev A.Y.[1,2]

[1]*Petrozavodsk State University (33, Lenin Str., 185910, Petrozavodsk, Rep. of Karelia, Russia),*
[2]*IAMR Karelian Research Centre of RAS (11, Pushkinskaya Str., 185910, Petrozavodsk, Republic of Karelia, Russia), e-mail: kondratev@krc.karelia.ru.*

We consider a game-theoretic multistep bargaining model with incomplete information related with deals between buyers and sellers. A player (buyer or seller) has private information about his reserved price. Reserved prices are random variables with known probability distributions. Each player declares a price which depends on his reserved price. If the bid price is above the ask price, the good is sold for the average of two prices. Otherwise, there is no deal. We investigate model with infinite time horizon and permanent distribution of reserved prices on each step. Two types of Nash-Bayes equilibrium are derived. One of them is a threshold form, another one is a solution of a system of integro-differential equations.

Keywords: auction model, seller-buyer interactions, integro-differential equations for equilibrium, threshold strategies.

Введение

В работах [1-7] рассматривалась модель сделок с неполной информацией, где покупатель и продавец, случайно встретившись, определяли возможность осуществления сделки при конечном числе шагов. В работе [3] предложена и исследована следующая модель аукциона с конечным числом шагов. Зафиксируем временной горизонт n. Выберем случайным образом продавца и покупателя на рынке. Предположим, что их резервные цены s и b есть независимые случайные величины, распределенные на интервале $[0,1]$ с непрерывными плотностями соответственно $f(s)$ и $g(b)$. На шаге k игроки появляются на рынке и объявляют цену на товар (не обязательно совпадающую с резервными ценами). Мы будем считать их функциями от резервных цен, соответветственно $S_k = S_k(s)$ и $B_k = B_k(b)$. Сделка происходит, если $B_k \geq S_k$. Естественно считать, что $S_k(s) \geq s$ и $B_k(b) \leq b$, т. е. продавец завышает, а покупатель занижает истинную оценку продукта, чтобы получить дополнительный доход от данной сделки. Если сделка состоялась, то будем считать, что она происходит по цене $(S_k(s)+B_k(b))/2$, продавцы получают доход $(S_k(s)+B_k(b))/2-s$, а покупатели $b-(S_k(s)+B_k(b))/2$. Если сделка не состоялась, игроки переходят на следующий шаг $k-1$, покупатель (продавец) может изменить свое предложение и сделать его другому продавцу (покупателю). Мы считаем, что распределения резервных цен игроков не меняются. Стратегиями в данной байесовской игре являются функции $B_k(b)$ и $S_k(s)$. Логично, что это неубывающие функции, поскольку чем больше затраты у продавца или оценка стоимости предмета у покупателя, то и предложения игроков должны быть больше. Были найдены дифференциальные уравнения и краевые условия для каждого шага, которым должно удовлетворять равновесие по Нэшу.

В данной работе эту конечношаговую модель двойного двухстороннего закрытого аукциона мы естественным образом обобщим для бесконечного числа шагов.

1. Двойной закрытый аукцион с бесконечным числом шагов

Введем коэффициент дисконтирования δ и рассмотрим аукцион с бесконечным временным горизонтом. Предположим, что резервные цены продавцов и покупателей s и b на шаге $i=1,2,\ldots$ распределены на интервале $[0,1]$ с непрерывными плотностями распределения соответственно $f_i(s), s\in[0,1]$ и $g_i(b), b\in[0,1]$. На i-м шаге игроки используют стратегии $S_i(s)$ и $B_i(b)$. Если сделка состоялась, то покупатель b и продавец s получают доход $\delta^{i-1}(b-\frac{B_i(b)+S_i(s)}{2})$ и $\delta^{i-1}(\frac{B_i(b)+S_i(s)}{2}-s)$ соответственно и на следующий шаг не переходят. Кроме того, пусть на каждом шаге на рынке появляется фиксированное количество новых продавцов и покупателей с распределениями, не зависящими от номера шага. Исследование этой модели в общем случае представляется довольно трудным. Однако, логично ожидать, что при $i\to\infty$ и оптимальном поведении игроков, $f_i(s)$ и $g_i(b)$ сходятся к неким предельным распределениям $f(s)$ и $g(b)$. Поэтому ограничимся исследованием стационарного состояния на рынке, когда распределения игроков $f(s)$ и $g(b)$ не меняются от шага к шагу, т. е. уход игроков, заключивших сделку, компенсируется приходом новых продавцов и покупателей.

2. Интегро-дифференциальные уравнения для равновесия по Нэшу

Для нахождения оптимальных стратегий игроков воспользуемся следующими соображениями. Будем считать их функциями от резервных цен, соответственно $S = S(s)$ и $B = B(b)$. Допустим, что это дифференцируемые и строго возрастающие функции. Тогда существуют обратные (тоже дифференцируемые и строго возрастающие) функции $U = B^{-1}$ и $V = S^{-1}$, т. е. соответственно $s = V(S)$ и $b = U(B)$. Сделка происходит, если $B \geq S$. Если сделка состоялась, будем считать, что она происходит по цене $(S(s)+B(b))/2$. Функции выигрыша игроков имеют вид (1) и (2), где математическое ожидание берется по соответствующим распределениям. Зафиксируем стратегию покупателя $B(b)$ и установим наилучший ответ продавца для различных значений параметра s.

Условие $B(b) \geq S$ эквивалентно $b \geq U(S)$. Выигрыш продавца равен

$$H_s(S) = \int_{U(S)}^{1} \left(\frac{B(b)+S}{2} - s \right) g(b)db + \delta G(U(S)) H_s(S),$$

$$H_s(S) = \frac{1}{1-\delta G(U(S))} \int_{U(S)}^{1} \left(\frac{B(b)+S}{2} - s \right) g(b)db. \quad (1)$$

Дифференцируя (1) по S, установим наилучший ответ продавца из (необходимого) условия равенства нулю производной выигрыша

$$\frac{\partial H_s(S)}{\partial S} = \frac{1}{(1-\delta G(U(S)))^2} [(\frac{1-G(U(S))}{2} - (S-s) g(U(S)) U'(S)) \cdot$$

$$\cdot (1-\delta G(U(S))) + \int_{U(S)}^{1} \left(\frac{B(b)+S}{2} - s \right) g(b)db \cdot \delta \cdot g(U(S)) U'(S)],$$

откуда получаем интегро-дифференциальное уравнение для определения оптимальных стратегий (точнее обратных фунций) $U(B), V(S)$

$$(\frac{1-G(U(S))}{2} - (S - V(S)) g(U(S)) U'(S)) (1-\delta G(U(S))) +$$

$$\delta \cdot g(U(S)) U'(S) ((\frac{S}{2} - V(S)) (1-G(U(S))) + \frac{1}{2} \int_{U(S)}^{1} B(b) g(b)db) = 0.$$

Аналогично, пусть $S(s)$ стратегия продавца. Найдем наилучший ответ покупателя для различных значений параметра b. Его выигрыш

$$H_b(B) = \int_{0}^{V(B)} \left(b - \frac{S(s)+B}{2} \right) f(s)ds + \delta (1-F(V(B))) H_b(B),$$

$$H_b(B) = \frac{1}{1-\delta + \delta F(V(B))} \int_{0}^{V(B)} \left(b - \frac{S(s)+B}{2} \right) f(s)ds. \quad (2)$$

Дифференцируя (2) по B, установим наилучший ответ покупателя из (необходимого) условия равенства нулю производной выигрыша

$$\frac{\partial H_b(B)}{\partial B} = \frac{1}{(1-\delta+\delta F(V(B)))^2}[((b-B)f(V(B))V'(B)-\frac{F(V(B))}{2})\cdot$$

$$\cdot(1-\delta+\delta F(V(B)))-\int_0^{V(B)}\left(b-\frac{S(s)+B}{2}\right)f(s)ds\cdot\delta\cdot f(V(B))V'(B)],$$

откуда получаем второе интегро-дифференциальное уравнение для определения оптимальных стратегий (точнее обратных фунций) $U(B), V(S)$

$$((U(B)-B)f(V(B))V'(B)-\frac{F(V(B))}{2})\cdot(1-\delta+\delta F(V(B)))-$$

$$\delta\cdot f(V(B))V'(B)\cdot((U(B)-\frac{B}{2})F(V(B))-\frac{1}{2}\int_0^{V(B)}S(s)f(s)ds)=0.$$

Запишем систему уравнений в разрешенном относительно производных виде

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{(1-G(U))(1-\delta G(U))}{2g(U)\left[(t-V)(1-\delta G(U))-\delta(\frac{t}{2}-V)(1-G(U))-\frac{\delta}{2}\int_U^1 B(b)g(b)db\right]}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{F(V)(1-\delta+\delta F(V))}{2f(V)\left[(U-t)(1-\delta+\delta F(V))-\delta(U-\frac{t}{2})F(V)+\frac{\delta}{2}\int_0^V S(s)f(s)ds\right]}. \quad (4)$$

Функции U и V должны удовлетворять граничным условиям $U(a)=a$, $U(c)=1$, $V(a)=0$, $V(c)=c$. Переходя к пределу в (3) и (4), легко находим, что

$$U'(a) = \frac{(1-G(a))(1-\delta G(a))}{2g(a)\left[a(1-\delta G(a))-\frac{\delta}{2}a(1-G(a)-\frac{\delta}{2}\int_a^1 B(b)g(b)db\right]}, \quad (5)$$

$$V'(c) = \frac{F(c)(1-\delta+\delta F(c))}{2f(c)\left[(1-c)(1-\delta+\delta F(c))-\delta(1-\frac{c}{2})F(c)+\frac{\delta}{2}\int_0^c S(s)f(s)ds\right]}. \quad (6)$$

Также как и в одношаговой задаче [1,3-4], для нахождения маргинальных цен a и c воспользуемся следующими соображениями. Предположим, что существуют, конечны и больше нуля производная $V'(a)$ и плотность $f(0)$. Тогда по правилу Лопиталя выводим, что

$$V'(a) = \lim_{t\to a}\frac{f(V)V'(1-\delta+\delta F(V))+\delta F(V)f(V)V'}{2f(V)[(U'-1)(1-\delta+\delta F(V))+(U-t)\delta f(V)V'-\delta(U'-\frac{1}{2})F(V)}$$

$$\overline{-\delta(U-\frac{t}{2})f(V)V'+\frac{1}{2}\delta tf(V)V']} = \frac{f(0)V'(a)(1-\delta)}{2f(0)(U'(a)-1)(1-\delta)} = \frac{V'(a)}{2(U'(a)-1)},$$

откуда следует, что $U'(a)=1.5$.

Аналогично, пусть существуют, конечны и больше нуля производная $U'(c)$ и плотность $g(1)$. Тогда по правилу Лопиталя получаем, что

$$U'(c)=\lim_{t\to c}\frac{-g(U)U'(1-\delta G(U))-\delta(1-G(U))g(U)U'}{2g(U)[(1-V')(1-\delta G(U))-(t-V)\delta g(U)U'-\delta(\frac{1}{2}-V')(1-G(U))}$$

$$\overline{+\delta(\frac{t}{2}-V)g(U)U'+\frac{1}{2}\delta tg(U)U']} = \frac{-g(1)U'(c)(1-\delta)}{2g(1)(1-V'(c))(1-\delta)} = \frac{-U'(c)}{2(1-V'(c))},$$

откуда вытекает, что $V'(c)=1.5$.

Итак, мы нашли необходимое условие оптимальности для дифференцируемых строго возрастающих стратегий игроков. Заметим, что случай $\delta=0$ соответствует одношаговой задаче, подробно изученной в [1].

Теорема 1. *Пусть плотности распределения* $g(b)$ *и* $f(s)$ *непрерывные на* $[0,1]$, $0<f(0)<+\infty$, $0<g(1)<+\infty$. $S'(0),B'(1)$ *существуют, конечны и больше нуля. Тогда дифференцируемые строго возрастающие стратегии* $S(s)$ *на* $[0,c]$ *и* $B(b)$ *на* $[a,1]$, *образующие равновесие по Нэшу в задаче о сделках с бесконечным горизонтом, определяются по системе (3),(4) на интервале* (a,c), *с граничными условиями* $U(a)=a$, $U(c)=1$, $V(a)=0$, $V(c)=c$. *Причем маргинальные цены* a *и* c *определяются из условий* $U'(a)=1.5$, $V'(c)=1.5$, *находимым по (5), (6).*

3. Равновесие по Нэшу с пороговыми стратегиями участников

Необходимое и достаточное условие для пороговых стратегий являться равновесием по Нэшу дает следующая

Теорема 2. *Пусть стратегии* $S(s),B(b)$ *порогового типа с ценой* $a\in[0,1]$, *т.е.* $S(s)=\max\{a,s\},B(b)=\min\{a,b\}$. *Тогда они образуют равновесие по Нэшу в задаче о сделках с бесконечным временным горизонтом, тогда и только тогда, когда справедливы*

(*) $H_{s=0}(S)$ *имеет на* $[0,a]$ *наибольшее значение при* $S=a$,

(**) $H_{b=1}(B)$ *на* $[a,1]$ *принимает наибольшее значение при* $B=a$.

Доказательство.

Сделка происходит, если резервная цена продавца $s\in[0,a]$, а предлагаемая им цена $S\in[s,a]$ и $S\le B(b)$. Выигрыш продавца (1) равен

$$H_s(S)=\frac{1}{1-\delta G(S)}\left[\int_S^a\left(\frac{b+S}{2}-s\right)dG(b)+\int_a^1\left(\frac{a+S}{2}-s\right)dG(b)\right]=$$

$$=\frac{1}{1-\delta G(S)}\left[\left(\frac{S}{2}-s\right)(1-G(S))+\frac{1}{2}\int_S^a b\,dG(b)+\frac{a}{2}(1-G(a))\right]. \quad (7)$$

Нетрудно понять, что

$$H_s(S)=H_{s=0}(S)+\frac{(1-\delta)s}{\delta(1-\delta G(S))}-\frac{s}{\delta},$$

откуда, учитывая монотонность $G(S)$, из $(*)$ следует, что для любого $s\in[0,a]$ выигрыш продавца достигает наибольшего значения при $S=a$.

Аналогичные рассуждения можно провести для покупателей. Сделка происходит, если резервная цена покупателя $b\in[a,1]$, а предлагаемая им цена $B\in[a,b]$ и $B\geq S(s)$. По формуле (2) найдем выигрыш покупателя

$$H_b(B)=\frac{1}{1-\delta+\delta F(B)}\left[\left(b-\frac{B}{2}\right)F(B)-\frac{1}{2}\int_a^B s\,dF(s)-\frac{a}{2}F(a)\right]. \quad (8)$$

Заметим, что

$$H_b(B)=H_{b=1}(B)-\frac{(1-b)}{\delta}+\frac{(1-b)(1-\delta)}{\delta(1-\delta+\delta F(B))},$$

откуда, учитывая монотонность $F(B)$, из $(**)$ следует, что для любого $b\in[a,1]$ выигрыш покупателя достигает наибольшего значения при $B=a$.

Замечание 1. *Если $F(s),G(b)$ имеют кусочно-непрерывные и ограниченные плотности $f(s)\leq L$ на $[a,1]$ и $g(b)\leq M$ на $[0,a]$, то в теореме 2 для $(*)$ достаточно выполнения*

$$\delta\geq 1-\frac{(1-G(a))^2}{2aM}, \quad (9)$$

а $(**)$ верно, если

$$\delta\geq 1-\frac{F^2(a)}{2(1-a)L}. \quad (10)$$

Доказательство.

В точках непрерывности $g(b)$, дифференцируя (7), находим

$$H_{s=0}'(S)=\frac{1}{2(1-\delta G(S))^2}[1-G(S)-2Sg(S)-\delta G(S)+\delta G^2(S)+$$

$$+\delta Sg(S)G(S)+\delta g(S)\int_S^a bg(b)db+\delta ag(S)-\delta aG(a)g(S)+\delta Sg(S)]. \quad (11)$$

Учитывая, что

$$g(S)\int_S^a bg(b)db \ge g(S)\int_S^a Sg(b)db = Sg(S)(G(a)-G(S)),$$

представляя $\delta = 1-(1-\delta)$, получаем, что в (11) выражение в квадратных скобках не меньше

$$(1-G(S))^2 + g(S)(a-S)(1-G(a)) - (1-\delta)(-G(S)+G^2(S)+$$
$$+(S-a)g(S)G(a)+(a+S)g(S)) \ge$$

и далее, так как $S \le a$ и верно (9), следует

$$\ge (1-G(S))^2 - (1-\delta)(a+S)g(S)) \ge (1-G(a))^2 - (1-\delta)2aM \ge 0.$$

Таким образом мы доказали, что производная выигрыша $H_{s=0}'(S)$ неотрицательна на $[0,a]$, откуда и следует $(*)$.

В точках непрерывности $f(s)$, дифференцируя (8), получаем

$$H_{b=1}'(B) = \frac{1}{2(1-\delta+\delta F(B))^2}[-(1-\delta)F(B) + 2(1-\delta)f(B) - \delta F^2(B) +$$
$$-\delta Bf(B)F(B) + \delta f(B)\int_a^B sf(s)ds + \delta aF(a)f(B) - 2(1-\delta)Bf(B)]. \qquad (12)$$

Замечая, что

$$f(B)\int_a^B sf(s)ds \le f(B)\int_a^B Bf(s)ds = Bf(B)(F(B)-F(a)),$$

подставляя $\delta = 1-(1-\delta)$, выводим, что в (12) выражение в квадратных скобках не меньше

$$2(1-\delta)(1-B)f(B) - (1-\delta)(F(B)-F^2(B)) - F^2(B) - \delta(B-a)f(B)F(a) \le$$

и далее, так как $B \ge a$ и верно (10), следует

$$\le 2(1-\delta)(1-B)f(B) - F^2(B) \le 2(1-\delta)(1-a)L - F^2(a) \le 0.$$

Т.е. мы доказали, что производная выигрыша $H_{b=1}'(B)$ неположительна на $[a,1]$, откуда вытекает $(**)$.

Таким образом, при выполнении условий теоремы 2 сделка всегда происходит по фиксированной цене a. Замечание 1 показывает, что для любой цены $a \in (0,1)$ при ограниченных плотностях распределения игроков $f(s), g(b)$ и при дисконтировании δ достаточно близком к единице будет иметь место равновесие с фиксированной ценой a.

Пример 1 . Исследуем задачу при равномерном распределении игроков на интервале $[0,1]$, т. е. $F(s)=s$, $G(b)=b$. Так как $f(s)=1$, $g(b)=1$, то в Замечании 1 можно положить $L=M=1$. По (9), (10) находим, что при $\delta \ge \max\{1-\frac{(1-a)^2}{2a}, 1-\frac{a^2}{2(1-a)}\}$ пороговые стратегии с ценой $a \in (0,1)$ образуют равновесие. При $a = 0.5$ мы получаем достаточное (по Замечанию 1) условие $\delta \geq 0.75$.

Найдем точную границу для коэфициента дисконтирования δ. Производная выигрыша (11) в этом случае равна

$$H_{s=0}'(S) = \frac{1}{(1-\delta S)^2}\left[\frac{3}{4}\delta S^2 - \frac{3}{2}S + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\delta a^2 + \frac{1}{2}\delta a\right],$$

откуда, решая соответствующее квадратное неравенство, легко выводим, что при

$$S \leq \frac{3-\sqrt{9-6\delta+3\delta^2 a^2 - 6\delta^2 a}}{3\delta}$$

производная выигрыша продавцов неотрицательна. Следовательно, получаем необходимое и достаточное условие

$$a \leq \frac{3-\sqrt{9-6\delta+3\delta^2 a^2 - 6\delta^2 a}}{3\delta},$$

решая которое, находим, что продавцов устроит цена

$$a \in \left[0, \frac{3-\delta-\sqrt{\delta^2-10\delta+9}}{2\delta}\right].$$

Аналогично получаем нижнюю границу цены сделки для покупателей

$$a \in \left[\frac{3\delta-3+\sqrt{\delta^2-10\delta+9}}{2\delta}, 1\right],$$

откуда, следует, что при $\delta \geq \frac{2}{3}$ пороговые стратегии с ценой $a = \frac{1}{2}$ образуют равновесие по Нэшу в задаче о сделках с бесконечным числом шагов.

Заключение

В настоящей работе предлагается многошаговая модель двойного закрытого аукциона. Распределение резервных цен на рынке известно всем участникам. На каждом шаге случайным образом выбирается пара агентов с разными резервными ценами, которые решают осуществлять сделку или нет. В классической постановке, это одноактный процесс. Такая постановка исследовалась в работах Чаттерджи и Самуэльсона и нобелевского лауреата Майерсона. В предложенной модели, если сделка не происходит, агенты переходят на следующий шаг. При этом происходит дисконтирование платежей.

Ищется равновесие по Нэшу в данной игре. Стратегиями являются функции от резервных цен, т.е. в зависимости от резервной цены агенты предлагают тот или иной вариант для сделки с целью максимизировать свой доход. Предполагая, что существует стационарное состояние в этой модели при большом интервале аукциона, исследуется каким должно быть равновесие в данной задаче. Его свойства представлены в теоремах 1 и 2. В первой теореме приводится система интегро-дифференциальных уравнений с граничными условиями, из которых могут быть найдены строго монотонные равновесные стратегии. Во второй теореме приводятся условия, при которых равновесие лежит среди пороговых стратегий.

Работа выполняется при финансовой поддержке Программы стратегического развития ПетрГУ в рамках реализации комплекса мероприятий по развитию научно-исследовательской деятельности. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 13-01-00033-а, 13-01-91158-ГФЕН_а).

Список литературы

1. Мазалов В.В., Кондратьев А.Ю. Задача о сделках с неполной информацией // Вестн. С.-Петерб. ун-та. — 2012. — Сер. 10, Вып. 1. — С. 33-40.
2. Мазалов В.В., Кондратьев А.Ю. Равновесие в сделках с пороговыми стратегиями // Математическая Теория Игр и ее приложения. — 2013. — Т. 5, Вып. 2. — С. 46-63.
3. Мазалов В.В., Менчер А.Э., Токарева Ю.С. Переговоры. Математическая теория. — Санкт-Петербург-Москва-Краснодар, Лань, 2012. — 304 с.
4. Мазалов В.В., Токарева Ю.С. Равновесие в задаче о сделках с неравномерным распределением резервных цен // Математическая Теория Игр и ее Приложения. — 2011. — Т.3, Вып. 2. — С. 37-49.
5. Chatterjee K., Samuelson W. Bargaining under incomplete information // Operations Research. — 1983. — Vol. 31, N. 5. — P. 835-851.
6. Myerson R., Satterthwait M.A. Efficient mechanisms for Bilateral Trading // Journal of Economic Theory. — 1983. — Vol. 29. — P. 265-281.
7. Myerson R. Two-Person Bargaining Problems with Incomplete Information // Econometrica. — 1984. — Vol. 52. — P. 461-487.

Рецензенты:

Мазалов В.В., д.ф.-м.н., профессор, директор Института прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН, г.Петрозаводск.

Рогов А.А., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой ТВиАД Петрозаводского государственного университета, г.Петрозаводск.

Криштоп В.В., д.ф.м.н., профессор, заведующий кафедрой «Физика», Дальневосточный государственный университет путей сообщения, г. Хабаровск, профессор Университета Kwangwoon University, Korea.