

## ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ СВОЙСТВ АКУСТИЧЕСКИХ ПАНЕЛЕЙ

<sup>1</sup>Шлычков С.В.

<sup>1</sup>ФБГОУ ВПО «Поволжский Государственный технологический университет», Йошкар-Ола, Россия (424000, Йошкар-Ола, пл. Ленина, 3), e-mail: [shlychkovsv@volgatech.net](mailto:shlychkovsv@volgatech.net)

В работе рассматривается тонкостенная панель, закрепленная на отnose от жесткого основания. Исследуется ее динамическое поведение как связанной упруго-акустической системы. Упругая система представляется прямоугольной панелью – шарнирно-опертой конструкцией из древесины. В качестве акустической системы рассматривается воздушный объем, заключенный между панелью и жестким основанием. Математическая модель строится с помощью метода конечных элементов. Для расчета низших собственных частот и форм колебаний используется метод итераций в подпространстве собственных векторов. Определяется и сопоставляется спектр колебаний парциальных и связанной динамических систем в диапазоне низших и средних частот. Установлено, что наличие воздушного промежутка между панелью и жестким основанием увеличивает количество резонансных частот упругой системы и позволяет более эффективно поглощать энергию звуковых колебаний в диапазоне низших и средних частот.

Ключевые слова: акустическая панель, спектр собственных частот, метод конечных элементов, акустические свойства.

## STUDY OF THE RESONANT PROPERTIES OF ACOUSTIC PANELS

<sup>1</sup>Shlychkov S.V.

<sup>1</sup>Volga State University of Technology, Yoshkar-Ola, Russia (424000, Yoshkar-Ola, pl. Lenin, 3) e-mail: [shlychkovsv@volgatech.net](mailto:shlychkovsv@volgatech.net)

In this paper the thin-wall panel, docked at a distance from the hard ground. Investigates the dynamic behavior of elastic-like sound system. Elastic system is a rectangular panel is swing jointed design of wood. As the acoustic system is air volume between Panel and hard ground. The mathematical model is constructed using the method of finite elements. The lowest eigenmodes and eigenfrequencies are computed by the subspace iteration method. Defined and mapped to the range of oscillations of the partial and dynamical systems in the range of low and medium frequencies. The presence of air gap between Panel and hard ground increases the amount of resonance frequencies of elastic system and allows you to more effectively absorb the energy of the sound vibrations in the range of low and medium frequencies.

Keywords: acoustic panel, spectrum of eigenfrequencies, finite element method, acoustic properties.

### Введение

Известно, что деревянные панели широко используются в отделке помещений. В случае их использования для корректировки тембра издаваемых звуков, подобные конструкции называют акустическими панелями [3]. В работе рассматривается панель, которая крепится к потолку или стенам помещений. Под действием звуковых волн панель начинает вибрировать, при этом максимальная интенсивность этих колебаний будет при совпадении собственных и вынужденных частот (явление резонанса). Вблизи панели, при этом, образуется звуковое поле, в котором происходит перераспределение энергии от одной полуволны колеблющейся конструкции к другой и обратно. В результате энергия звуковых волн не излучается в окружающее пространство, а остается «связанной» с панелью в виде кинетической энергии присоединенной массы некоторого объема воздушной среды, прилегающей к конструкции. Таким образом, осуществляется процесс звукопоглощения в

диапазоне низших частот [1, 4]. Однако, начиная с некоторой граничной частоты, может начаться достаточно эффективное звукоизлучение от самой панели, что может негативно повлиять на акустику помещений. Величина этой частоты определяется формулой [5]:

$$f_{zp} = 0,55 \left( \frac{C_{\text{в}}^2}{h C_{\text{д}}} \right). \quad (1)$$

Здесь  $C_{\text{в}}$  – скорость звука в воздухе,  $C_{\text{д}}$  – скорость звука в древесине панели,  $h$  – толщина панели. На этой частоте длина изгибной волны становится равной длине звуковой волны и происходит волновое совпадение, при котором интенсивность изгибных колебаний резко увеличивается. Скорость звука в древесине определяется формулой [6]:

$$C_{\text{д}} = \sqrt{\frac{E}{\rho_{\text{д}}}}, \quad (2)$$

где  $E$  – модуль упругости вдоль волокон древесины,  $\rho_{\text{д}}$  – плотность древесины.

В строительной акустике качество акустических панелей принято оценивать двояко:

1. Исследование спектра собственных частот панели (рис.1, а).

Известна зависимость, позволяющая определять спектр частот для однородных шарнирно-опертых прямоугольных пластин [3]

$$p_{mn} = 0,45 \cdot C_{\text{д}} \cdot h \left( \frac{m^2}{b^2} + \frac{n^2}{l^2} \right) \quad (3)$$

Здесь –  $m, n = 1, 2, 3, \dots$  - числа натурального ряда;  $b$  и  $l$  - геометрические размеры пластины.

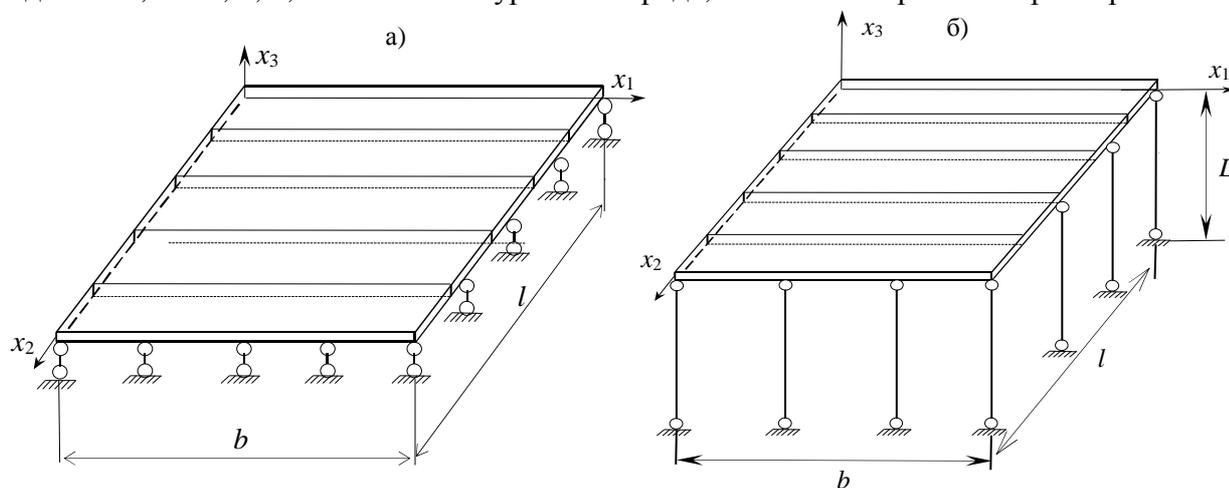


Рис.1. Расчетные модели акустических панелей

2. Определение низшей частоты упругой системы, состоящей из панели на основе от жесткого основания и упругого акустического объема, заключенного между панелью и жестким основанием – стена или потолок (рис.2).

Известна эмпирическая зависимость, оценивающая низшую резонансную частоту, упругой системы [5].

$$\rho_0 = 0,16 \cdot c_6 \sqrt{\frac{\rho_6}{\rho_0 \cdot h \cdot L}} \quad (4)$$

Здесь  $\rho_0$  – плотность древесины,  $L$  – расстояние от панели до жесткого основания. При этом формула (4) получена исходя из предположения о геометрической однородности и изотропии конструкционного материала панели. Таким образом, в большинстве случаев, подобная оценка не может являться корректной.

### Цель работы

Следовательно, возникает необходимость разработки методики расчета динамического поведения акустической панели, учитывающей влияние анизотропии конструкционных материалов и воздушной полости. Очевидно, для эффективной корректировки акустической характеристики помещения в низкочастотном диапазоне необходимо создание такой конструкции, которая имела бы максимально большое количество собственных частот (плотный спектр), лежащих ниже граничной частоты (1). Это позволило бы наиболее эффективно поглощать энергию звуковых колебаний в диапазоне низших частот.

### Расчетные модели упругой и акустической систем

Акустическая панель представляется в виде шарнирно-опертой прямоугольной пластины, изготовленная из дощечек древесины ели, склеенных между собой вдоль волокон. Доски уложены вдоль короткой стороны. Толщина панели составляет  $h = 28$  мм, длина  $l = 1500$  мм, ширина  $b = 800$  мм (рис.1, а). Координата  $x_1$  соответствует направлению вдоль волокон древесины,  $x_2$  – радиальному направлению,  $x_3$  – тангенциальному. Древесина представляется на основании модели ортотропного тела. Физико-механические характеристики древесины выбираются согласно [2]. Задача динамики решается методом конечных элементов (МКЭ) и описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = 0. \quad (5)$$

$$[M^f]\{\ddot{p}\} + [K^f]\{p\} = 0 \quad (6)$$

Здесь  $[M]$ ,  $[K]$  – матрицы масс и жесткости конструкции;  $[M^f]$ ,  $[K^f]$  – матрицы масс и жесткости воздушного объема, заключенного между панелью и жесткой стенкой (рис.1, б).

Конечно-элементные соотношения, содержащие аппроксимирующие функции для давления ( $P$ ) и перемещения ( $u$ ), записываются в следующем виде

$$P = \{\Phi\}^T \{p\} \quad (7)$$

$$u = \{\Phi'\}^T \{q\} \quad (8)$$

Здесь  $\{p\}$  – вектор узловых давлений,  $\{q\}$  – вектор узловых перемещений,  $\{\Phi\}$  и  $\{\Phi'\}$  – функции формы для давления и перемещения акустического КЭ соответственно.

Для дискретизации пластины используются шестиузловые оболочечные конечные элементы (КЭ) Shell 93 с 6 степенями свободы в узле. Для дискретизации воздушной полости - объемные акустические КЭ Fluid 30. Рассмотрен режим свободных колебаний шарнирно-опертых по контуру акустических панелей и воздушного объема с размерами  $b^x l^x L$ . Результаты решений уравнений (5) и (6) на собственные значения сведены в табл. 1.

### Расчетная модель связанной упруго-акустической системы

В матричной форме с учетом МКЭ волновое уравнение уравнение, составленное для связанной упруго-акустической системы будет иметь вид

$$[M^f] \{\ddot{p}\} + [K^f] \{p\} + \rho [G]^T \{\dot{q}\} = 0 \quad (9)$$

Здесь  $\rho [G]^T$  – добавленная матрица масс, учитывающая взаимодействие между граничными КЭ акустической полости и КЭ структуры.

При этом

$$[G] = \int_A \{\Phi\} \{n\}^T \{\Phi'\}^T dA, \quad (10)$$

где  $\{n\}$  – это вектор направляющих косинусов нормали к поверхности панели, взаимодействующей с акустической средой,  $A$  – площадь панели.

Уравнения движения для КЭ модели панели записываются в виде

$$[M^s] \{\ddot{q}\} + [K^s] \{q\} = \{F^{fs}\}. \quad (11)$$

Здесь  $\{F^{fs}\}$  - вектор нагрузок, инициируемых давлением со стороны акустической полости на поверхность панели, определяется формулой:

$$\{F^{fs}\} = \int_A \{\Phi'\} P \{n\} dA, \quad (12)$$

Учитывая формулировку (12), уравнения динамики акустической полости (6) и структурной модели (11) в связанной постановке запишутся в виде [12]

$$\begin{bmatrix} [M^s] & 0 \\ \rho [G]^T & [M^f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{q}\} \\ \{\ddot{p}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K^s] & -[G] \\ 0 & [K^f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = 0 \quad (13)$$

### Динамический анализ связанной упруго-акустической системы

Под связанной будем понимать систему (СС), состоящую из двух или более сопряженных областей. При этом для любого момента времени поведение одной системы оказывает влияние на поведение другой и наоборот [8-10]. Анализ проведенных численных исследований для панели с учетом упругости воздушного объема, находящегося между ней и жестким основанием на расстоянии  $L = 250$  мм (рис.1, б), позволил систематизировать полученные результаты в табл. 1. Здесь представлены частоты, находящиеся в акустически важном диапазоне частот до граничной частоты, определяемой по формуле (1). Для расчета

граничной частоты принята  $C_e = 340$  м/с; согласно данным [2] по формуле (2) скорость звука вдоль волокон древесины ели получается  $C_d = 5697$  м/с. Согласно (1) величина граничной частоты  $f_{zp} = 403$  Гц. Для идентификации форм колебаний используются буквенные обозначения  $m, n, k$  – количество полуволин в направлениях  $x_1, x_2, x_3$ .

Таблица 1. Спектр колебаний

ПАНЕЛЬ		ВОЗДУШНЫЙ ОБЪЁМ		СС		
Структурная мода ( $m, n$ )	Частота $\nu$ , Гц	Акустическая мода ( $m, n, k$ )	Частота $\omega$ , Гц	Структурная мода ( $m, n$ )	Акустическая мода ( $m, n, k$ )	Частота $p$ , Гц
(1, 1)	51,9			(1, 1)		59,9
(1, 2)	92,2			(1, 2)	(0, 1, 0)	87,4
		(0, 1, 0)	111	(1, 2)	(0, 1, 0)	116
(1, 3)	160			(1, 3)	(0, 1, 0)	153
(2, 1)	178			(2, 1)	(1, 0, 0)	176
(2, 2)	206			(2, 2)	(1, 2, 0)	206
		(1, 0, 0)	209	(2, 1)	(1, 0, 0)	212
		(0, 2, 0)	223	(1, 3)	(0, 2, 0)	225
		(1, 1, 0)	236	(1, 4)	(1, 1, 0)	238
(1, 4)	250			(2, 2)	(2, 2, 0)	240
(2, 3)	263			(2, 3)	(1, 2, 0)	268
		(1, 2, 0)	305	(2, 3)	(1, 2, 0)	307
(2, 4)	328			(2, 4)	(1, 2, 0)	330
		(0, 3, 0)	334	(1, 4)	(0, 3, 0)	336
(3, 1)	342			(1, 5)	(1, 2, 0)	360
(1, 5)	365			(3, 1)	(1, 2, 0)	376
(3, 2)	382			(3, 2)	(2, 2, 0)	393
		(1, 3, 0)	395	(2, 3)	(1, 3, 0)	396

Видно существенное (15%) повышение величины низшей собственной частоты для СС при повторении структурной моды парциальной системы. Сопоставление низших форм колебаний представлено на рис.2 и рис.3. При этом структурные и акустические моды СС повторяют моды парциальных систем, которые имеют место в данной частотной области: 2, 3 и 4 собственные частоты СС реагируют по первой акустической моде воздушного объема, 5 и 7 – по второй (рис.2). Структурные формы колебаний также накладываются на акустические моды (рис.3). Взаимодействуя друг с другом, они меняют спектр колебаний СС, делают его качественно ( $p_9$  на рис.3) и количественно (табл.1) другим.

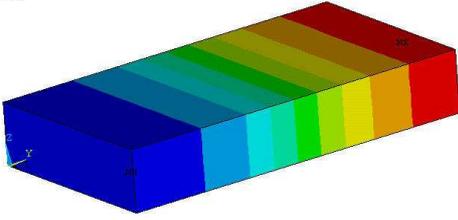
### Заключение

На базе МКЭ разработана расчетная модель акустической панели на отnose от жесткого основания, как связанной упруго-акустической системы. Результаты расчета заметно отличаются от данных, полученных посредством известных соотношений (3) и (4). Установлено, что спектр колебаний СС отличается от парциальных в диапазоне низших частот незначительно.

### ВОЗДУШНЫЙ ОБЪЕМ

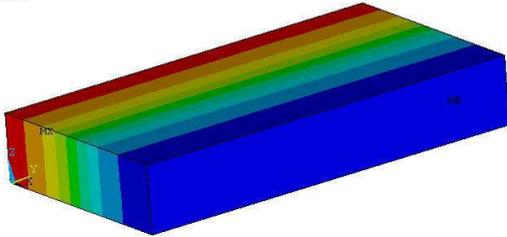
$\omega_1 = 111 \text{ Гц}$

4.321  
.288



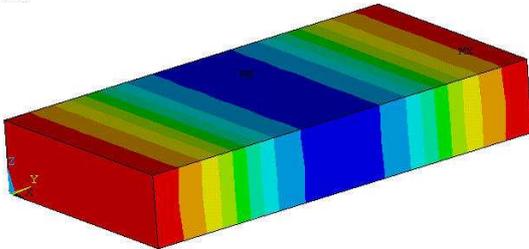
$\omega_2 = 209 \text{ Гц}$

4.222



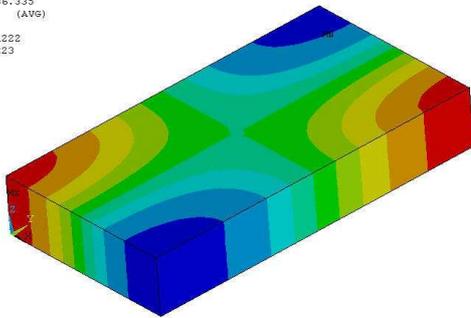
$\omega_3 = 223 \text{ Гц}$

.693



$\omega_4 = 236 \text{ Гц}$

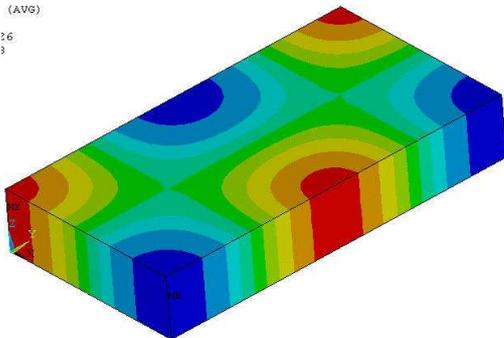
\*236.335  
(AVG)  
=0  
=-1222  
=1223



$\omega_5 = 305 \text{ Гц}$

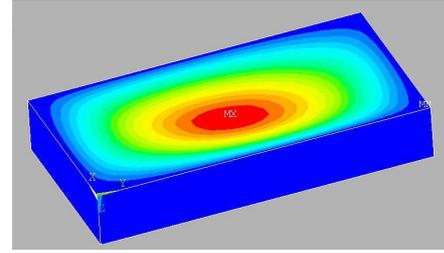
..479  
(AVG)

36  
3

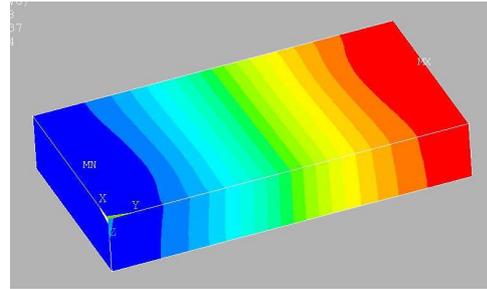


### ПАНЕЛЬ +ВОЗДУШНЫЙ ОБЪЕМ

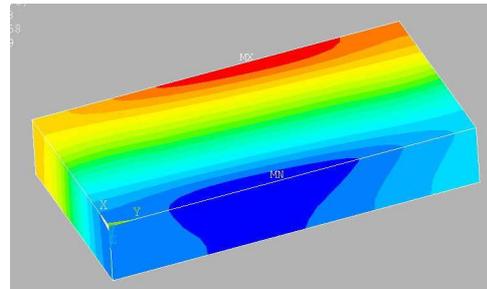
$p_1 = 59,9 \text{ Гц}$



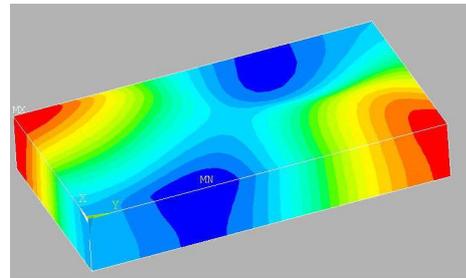
$p_2 = 87,4 \text{ Гц}$   $p_3 = 116 \text{ Гц}$   $p_4 = 153 \text{ Гц}$



$p_5 = 176 \text{ Гц}$   $p_7 = 212 \text{ Гц}$



$p_6 = 206 \text{ Гц}$



$p_8 = 225 \text{ Гц}$

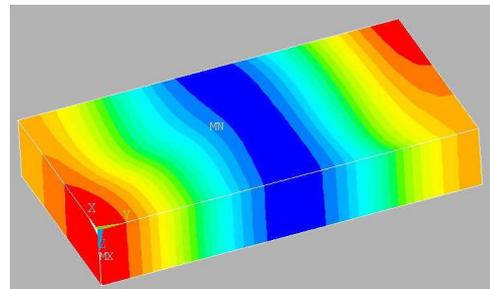
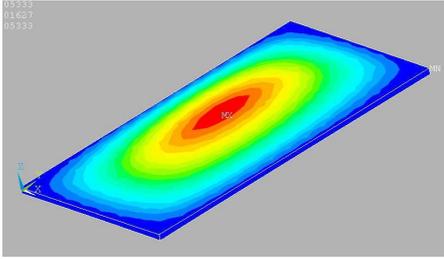


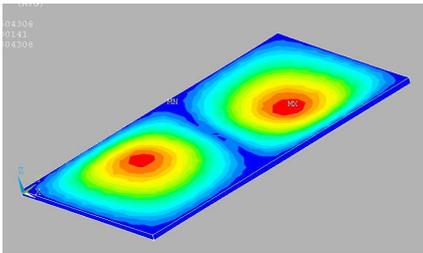
Рис.2. Акустические моды – поля распределений давления на резонансных частотах воздушного объема и СС

**ПАНЕЛЬ**

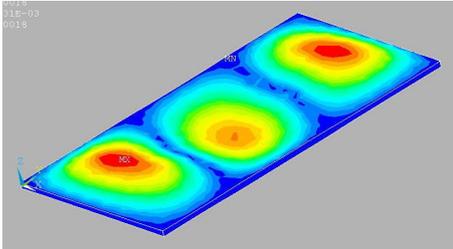
$\nu_1 = 51,9 \text{ Гц}$



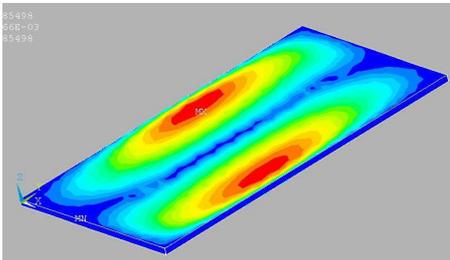
$\nu_2 = 92,2 \text{ Гц}$



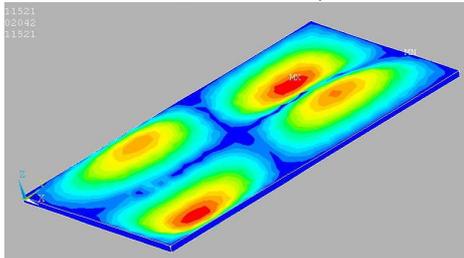
$\nu_3 = 160 \text{ Гц}$



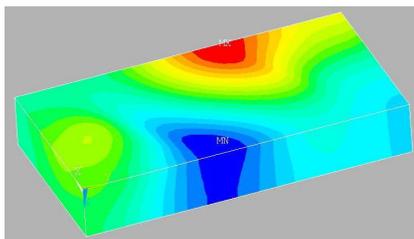
$\nu_4 = 178 \text{ Гц}$



$\nu_5 = 206 \text{ Гц}$

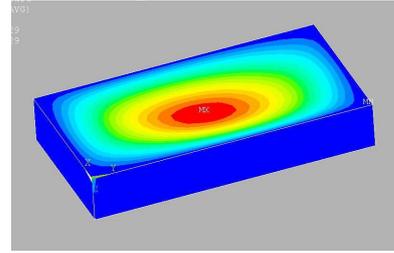


$p_9 = 238 \text{ Гц}$

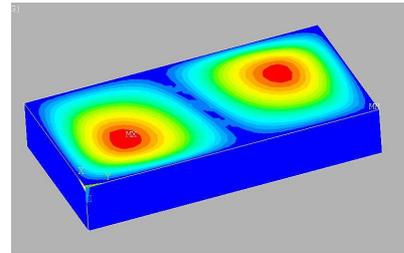


**ПАНЕЛЬ +ВОЗДУШНЫЙ ОБЪЕМ**

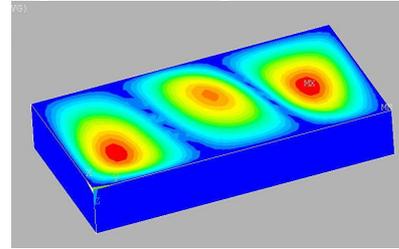
$p_1 = 59,9 \text{ Гц}$



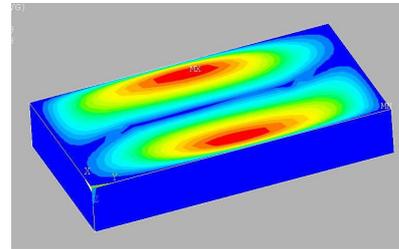
$p_2 = 87,4 \text{ Гц} \quad p_3 = 116 \text{ Гц}$



$p_4 = 153 \text{ Гц} \quad p_8 = 225 \text{ Гц}$



$p_5 = 176 \text{ Гц} \quad p_7 = 212 \text{ Гц}$



$p_6 = 206 \text{ Гц} \quad p_{10} = 240 \text{ Гц}$

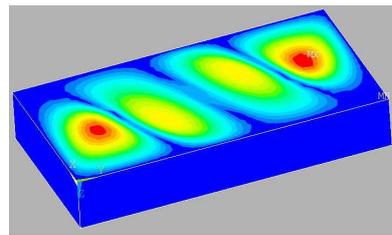
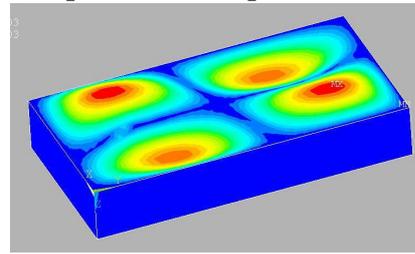


Рис.3. Формы колебаний панели и СС

В диапазоне средних частот выявлены новые устойчивые режимы колебаний для СС и соответственно новые частоты и формы колебаний, существенно отличающиеся от парциальных систем. Структурные моды, находящиеся в этих частотных областях гасятся или видоизменяются. В полосе более высоких частот они вообще перестают реализовываться.

Наличие воздушного промежутка между панелью и жестким основанием увеличивает количество резонансных частот упругой системы и позволяет более эффективно поглощать энергию звуковых колебаний в диапазоне низших и средних частот.

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №13-01-97045 р\_поволжье\_a*

### Список литературы

1. Акустика: Справочник/ А.П. Ефимов, А.В. Никонов, М.А. Сапожков, В.И. Шоров; Под ред. М.А. Сапожкова. – М.: Радио и связь, 1989. – 336 с.
2. Ашкенази Е.К., Ганов Э.В. Анизотропия конструкционных материалов. – Л.: Машиностроение, 1980. – 247 с.
3. Борисов Л.А, Градов В.А., Щиржецкий Х.А. Исследование акустических характеристик панелей, изготовленных из резонансной ели// Academia. Архитектура и строительство. – 2010, №3, – С. 85-90.
4. Ковригин С.Д., Крышов С.И. Архитектурно-строительная акустика. – М.: Высшая школа, 1985. – 256 с.
5. Колесников А.Е. Шум и вибрация: Учебник. - Л.: Судостроение, 1988. – 248 с.
6. Кузнецов Л.А. Акустика музыкальных инструментов: Справочник. М.: Легпромбытиздат, 1989. – 368 с.
7. В. Рейхардт. Акустика общественных зданий. – М.: Стройиздат, 1984. – 200 с.
8. Шлычков С.В. Особенности динамического поведения связанных систем/ Проблемы нелинейной механики деформируемого твердого тела: Тр. Второй междунар. конф. Казань, 8-11 декабря 2009 г. – Казань: Казан. Гос. ун-т, 2009. – С. 435-438.
9. Шлычков С.В. Исследование динамических процессов в задачах сопряженного типа// Ansys Advantage. Русская Редакция. – 2011, №2, Вып.16 – С. 43-49.
10. Шлычков С.В. Исследование динамических свойств связанных систем// Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011, №4, часть 4 – С. 1873-1875.

**Рецензенты:**

Иванов С.П., д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Сопротивления материалов и прикладной механики» ФГБОУ ВПО «ПГТУ», г. Йошкар-Ола.

Куликов Ю.А., д.т.н., профессор кафедры «Сопротивления материалов и прикладной механики» ФГБОУ ВПО «ПГТУ», г. Йошкар-Ола.