

УДК 330.43

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КОНФЛИКТНОЙ СИТУАЦИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Цахоева А.Ф.

Северо-Осетинский государственный университет, Владикавказ, Россия (362025, г. Владикавказ, ул. Ватутина, 46), zachoeva_a@inbox.ru

В статье приводится решение задачи экономико-математического моделирования - типичного примера, относящегося к рекламированию конкурирующих товаров двух фармацевтических компаний, продающих два вида лекарств против гриппа, с применением табличного процессора Microsoft Excel. Для нахождения оптимальных смешанных стратегий двух фармацевтических компаний в конфликтной ситуации при проведении рекламной деятельности осуществляется построение пары двойственных задач линейного программирования на основе матрицы, характеризующей процент клиентов, привлеченных или потерянных одной из компаний согласно видам рекламной деятельности. Процесс решения задач оптимизации демонстрируется с применением надстройки «Поиск решения». Проводится анализ полученных результатов, делается вывод об отсутствии решения в виде единственной чистой стратегии конфликтной ситуации; также даются рекомендации по применению оптимальной смешанной стратегии.

Ключевые слова: экономико-математическая модель, двойственные задачи, смешанные стратегии, цена игры, седловая точка.

THE SOLUTION OF PROBLEMS OF MATHEMATICAL MODELING OF THE CONFLICT SITUATION APPLYING INFORMATION TECHNOLOGIES

Zachoeva A.F.

North-Ossetian State University, Vladikavkaz, Russia (46 Vatulina St., Vladikavkaz, Russia 362025), zachoeva_a@inbox.ru

The article considers the solution of the problem concerning economical and mathematical modeling. This is a typical example of economical-mathematical modeling that refers to the advertisement of competitive goods, applying the table processor Microsoft Excel. On the basis of a matrix the construction of dual problems of linear programming is performed. It targets at finding the optimal mixed strategies of two pharmaceutical companies in a conflict situation while holding an advertising campaign. The matrix characterizes the percentage of the customers drawn or lost by one of the companies. The process of optimization the problems solution is demonstrated using the panel button "Solver". In the article under consideration the analysis of the obtained results is made, the conclusion about the absence of solution as the only pure strategy of the conflict situation is drawn. Recommendations on the use of the optimal mixed strategy are given as well.

Keywords: an economical-mathematical model, dual problems, mixed strategies, the game price, saddle point.

Деятельность современного экономиста любой области требует умения анализировать имеющую информацию и моделировать описываемое экономическое явление или процесс [5], решать типовые математические задачи, используемые при принятии управленческих решений с применением информационных технологий. Успешное решение поставленных задач невозможно как без навыков применения современного математического инструментария, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов, так и без владения программным обеспечением для работы с деловой информацией. В исследованиях современной экономики применяются различные оптимизационные методы, опирающиеся на математическое программирование, сетевое планирование, теорию массового обслуживания и т.д., а также на теорию игр.

Теория игр – математическая схема анализа стратегического взаимодействия конкурирующих сторон. Она позволяет объяснить логику рационального поведения в условиях конфликта интересов. Появление теории игр принято связывать с публикацией в 1944 г. монографии Джона фон Неймана и Оскара Моргенштерна «Теория игр и экономическое поведение».

Поскольку игры берут свое начало в конфликте интересов, оптимальным решением игры является одна или несколько стратегий каждого из игроков, при этом любое отклонение от данных стратегий не улучшает плату тому или другому игроку. Эти решения могут быть в виде единственной чистой стратегии или нескольких стратегий, которые являются смешанными в соответствии с заданными вероятностями.

В статье приводится решение типичного примера, относящегося к рекламированию конкурирующих товаров, с применением табличного процессора Microsoft Excel.

Две компании продают два вида лекарств против гриппа. Компания А рекламирует продукцию на радио (A_1), телевидении (A_2) и в газетах (A_3). Компания В, в дополнение к использованию радио (B_1), телевидения (B_2) и газет (B_3), рассылает также по почте брошюры (B_4). В зависимости от умения и интенсивности проведения рекламной кампании каждая из компаний может привлечь на свою сторону часть клиентов конкурирующей компании. Приведенная ниже матрица (табл. 1) характеризует процент клиентов, привлеченных или потерянных компанией А.

Таблица 1. Матрица процентов клиентов, привлеченных или потерянных компанией А

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	8	-2	9	-3
A_2	6	4	6	8
A_3	-2	10	-9	6

Нахождение смешанных стратегий двух компаний может быть сведено к решению пары двойственных задач линейного программирования, для составления которых исходная матрица должна быть скорректирована (табл. 2) с целью присутствия в ней только положительных элементов.

Таблица 2. Скорректированная матрица процентов клиентов, привлеченных или потерянных компанией А

	B_1	B_2	B_3	B_4
--	-------	-------	-------	-------

A ₁	18	8	19	7
A ₂	16	14	16	18
A ₃	8	20	1	16

В соответствии с данными скорректированной матрицы процентов клиентов, привлеченных или потерянных компанией А, задача линейного программирования для определения смешанной стратегии компании А будет иметь вид

$$\begin{cases} z_1 = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min \\ 18x_1 + 16x_2 + 8x_3 \geq 1 \\ 8x_1 + 14x_2 + 20x_3 \geq 1 \\ 19x_1 + 16x_2 + x_3 \geq 1 \\ 7x_1 + 18x_2 + 16x_3 \geq 1 \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases} .$$

Цена игры с позиции компании А будет определяться как $v = \frac{1}{z_1}$, а

скорректированная цена - $v_{исправл} = \frac{1}{z_1} - 10$.

$p_i = vx_i, \quad i = \overline{1,3}$ - смешанная стратегия компании А.

Задача линейного программирования для определения смешанной стратегии компании В будет иметь вид

$$\begin{cases} z_2 = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \rightarrow \max \\ 18y_1 + 8y_2 + 19y_3 + 7y_4 \leq 1 \\ 16y_1 + 14y_2 + 16y_3 + 18y_4 \leq 1 \\ 8y_1 + 20y_2 + 1y_3 + 16y_4 \leq 1 \\ y_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases} .$$

Цена игры с позиции компании В будет определяться как $w = \frac{1}{z_2}$, а

скорректированная цена - $w_{исправл} = \frac{1}{z_2} - 10$.

$q_j = wy_j, \quad j = \overline{1,4}$ - смешанная стратегия компании В.

Исходные данные и связи между ними в виде формул для нахождения оптимальной стратегии компании В представлены на рис. 1. Диалоговое окно **Поиск решения** с

указанием целевой функции, изменяемых ячеек и ограничений соответствует рис. 2. Результаты работы надстройки Microsoft Excel, а также цена игры с позиции компании В, скорректированная цена игры, а также смешанная стратегия данной компании указаны на рис. 3.

	A	B	C	D
1	Исходная матрица			
2	8	-2	9	-3
3	6	4	6	8
4	-2	10	-9	6
5	Скорректированная для решения матрица			
6	=A2+ABS(МИН(\$A\$2:\$D\$4))+1	=B2+ABS(МИН(\$A\$2:\$D\$4))+1	=C2+ABS(МИН(\$A\$2:\$D\$4))+1	=D2+ABS(МИН(\$A\$2:\$D\$4))+1
7	=A3+ABS(МИН(\$A\$2:\$D\$4))+1	=B3+ABS(МИН(\$A\$2:\$D\$4))+1	=C3+ABS(МИН(\$A\$2:\$D\$4))+1	=D3+ABS(МИН(\$A\$2:\$D\$4))+1
8	=A4+ABS(МИН(\$A\$2:\$D\$4))+1	=B4+ABS(МИН(\$A\$2:\$D\$4))+1	=C4+ABS(МИН(\$A\$2:\$D\$4))+1	=D4+ABS(МИН(\$A\$2:\$D\$4))+1
9				
10	Ячейки ограничений			
11	=СУММПРОИЗВ(A6:D6;\$A\$16:\$D\$16)	1		
12	=СУММПРОИЗВ(A7:D7;\$A\$16:\$D\$16)	1		
13	=СУММПРОИЗВ(A8:D8;\$A\$16:\$D\$16)	1		
14	Решение ЗЛП для компании В			
15	у ₁	у ₂	у ₃	у ₄
16	0	0,0490196078431373	0,0196078431372549	0
17				
18	Z ₂	=СУММ(A16:D16)		
19	w	=1/B18		
20	w _{исправл.}	=B19-ABS(МИН(A2:D4))-1		
21	Смешанная стратегия компании В			
22	q ₁	q ₂	q ₃	q ₄
23	=B\$19*A16	=B\$19*B16	=B\$19*C16	=B\$19*D16
24				

Рис. 1. Исходные данные и связи между ними в виде формул для компании В

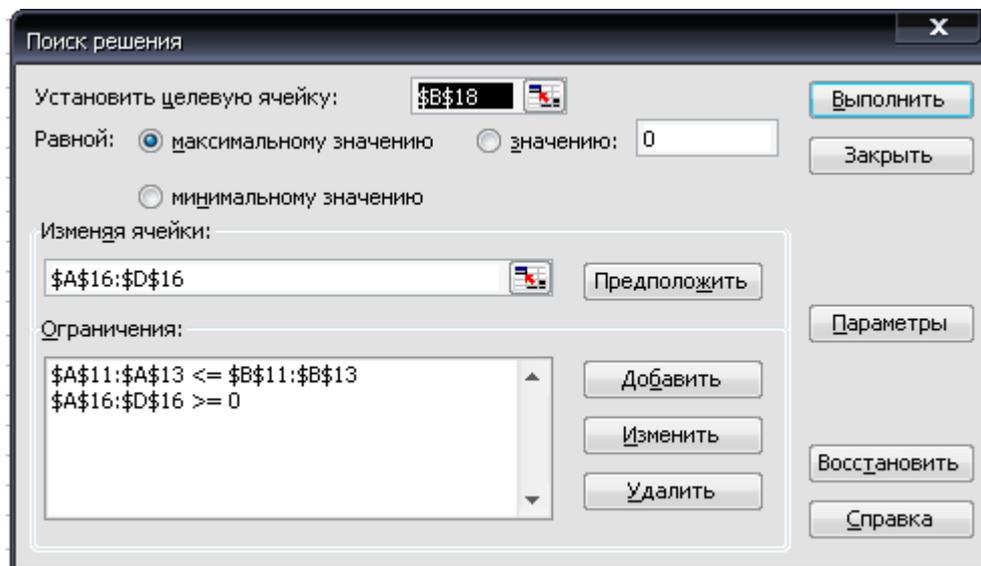


Рис. 2. Диалоговое окно Поиск решения для компании В

Исходные данные и связи между ними в виде формул для нахождения оптимальной стратегии компании А представлены на рис. 4. Результаты работы надстройки Microsoft Excel, а также цена игры с позиции компании А, скорректированная цена игры, а также смешанная стратегия данной компании указаны на рис. 5.

	A	B	C	D	E
1	Иходная матрица				
2	8	-2	9	-3	
3	6	4	6	8	
4	-2	10	-9	6	
5	Скорректированная для решения матрица				
6	18	8	19	7	
7	16	14	16	18	
8	8	20	1	16	
9					
10	Ячейки ограничений				
11	0,764705882	1			
12	1	1			
13	1	1			
14	Решение ЗЛП для компании В				
15	у ₁	у ₂	у ₃	у ₄	
16	0	0,049019608	0,019607843	0	
17					
18	Z ₂	0,068627451			
19	w	14,57142857			
20	W _{исправл.}	4,571428571			
21	Смешанная стратегия компании В				
22	q ₁	q ₂	q ₃	q ₄	
23	0	0,714285714	0,285714286	0	

Рис. 3. Результаты решения для компании В

	I	J	K
1			
5	Скорректированная для решения транспонированная матрица		
6	18	16	8
7	8	14	20
8	19	16	1
9	7	18	16
10	Ячейки ограничений		
11	=СУММПРОИЗВ(И6:К6;\$I\$17:\$K\$17)	1	
12	=СУММПРОИЗВ(И7:К7;\$I\$17:\$K\$17)	1	
13	=СУММПРОИЗВ(И8:К8;\$I\$17:\$K\$17)	1	
14	=СУММПРОИЗВ(И9:К9;\$I\$17:\$K\$17)	1	
15	Решение ЗЛП для компании А		
16	x ₁	x ₂	x ₃
17	0	0,0620915032679739	0,00653594771241829
18	Z ₁	=СУММ(И17:К17)	
19			
20	v	=1/J18	
21	W _{исправл.}	=J20-ABS(МИН(\$A\$2:\$D\$4))-1	
22			
23	Смешанная стратегия компании А		
24	p ₁	p ₂	p ₃
25	=J\$20*I17	=J\$20*J17	=J\$20*K17

Рис. 4. Исходные данные и связи между ними в виде формул для компании А

	I	J	K
1			
5	Скорректированная для решения транспонированная матрица		
6	18	16	8
7	8	14	20
8	19	16	1
9	7	18	16
10	Ячейки ограничений		
11	1,045752	1	
12	1	1	
13	1	1	
14	1,222222	1	
15	Решение ЗЛП для компании А		
16	x_1	x_2	x_3
17	0	0,062091503	0,006535948
18	Z_1	0,068627451	
19			
20	v	14,57142857	
21	$v_{исправ.л.}$	4,571428571	
22			
23	Смешанная стратегия компании А		
24	p_1	p_2	p_3
25	0	0,904761905	0,095238095

Рис. 5. Результаты решения для компании А

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод том, что решение в виде чистой стратегии неприемлемо. Обеим компаниям следует проводить рекламную кампанию на телевидении и в газетах. При этом выигрыш будет в пользу компании А, так как ее рынок увеличится на 4,57%. Любое отклонение от стратегии, полученной для компании В, не приведет при этом к улучшению ситуации, так как рекламная кампания на телевидении и в газетах с вероятностями $p_2=0,905$ и $p_3=0,095$ для компании А и $q_2=0,714$ и $q_3=0,286$ для компании В соответствует седловой точке.

Список литературы

1. Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. – М. : Наука, 1970. – 707 с.
2. Орлова И.В. Экономико-математические методы и модели. Выполнение расчетов в среде EXCEL. – М. : Финстатинформ, 2000. – 136 с.

3. Токарев В.В. Методы оптимальных решений. – М. : Физматлит, 2011. – 420 с.
4. Цахоева А.Ф., Алборова С.З. Прогнозирование поведения уровней ряда динамики на основе эконометрической модели числа незанятых граждан // Современные проблемы науки и образования : электронный журнал. – 2012. – № 3. - URL: <http://www.science-education.ru/103-6142> (дата обращения: 09.12.2013).
5. Эддоус М., Стэнсфилд Р. Методы принятия решений. – М. : Аудит, ЮНИТИ, 1997. – 590 с.

Рецензенты:

Ахполова В.Б., д.э.н., доцент, доцент кафедры менеджмента ГБОУ ВПО «Северо-Осетинский государственный педагогический институт», г. Владикавказ.

Дзагоева М.Р., д.э.н., профессор кафедры «Налоги и налогообложение» Северо-Осетинского государственного университета им. К.Л. Хетагурова, г. Владикавказ.

Макринова Е.И., д.э.н., профессор, заведующая кафедрой сервиса и туризма Белгородского университета кооперации экономики и права, г. Белгород.