

## РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА МАКРОМОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА МАКСИМАЛЬНОЕ РАСЧЕТНОЕ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ

Ниджад А.Я.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет», Санкт-Петербург, Россия (190005, г. Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 4), e-mail: amrnijad@mail.ru

Расчеты на максимальное расчетное землетрясение предусматривают прямой динамический расчет зданий с помощью нелинейных моделей, учитывающих возникновение пластических шарниров. Метод макромодели является обобщением упругопластической модели с одной степенью свободы на случай произвольной системы с  $n$  степенями свободы. Макромодель предлагается для исследования пластического ресурса рамных конструкций при сейсмических воздействиях. В данной статье разработаны алгоритм и программа расчета рамных конструкций на максимальное расчетное землетрясение по методу макромодели без учета упрочнения материала. Выполнены тестовые расчеты рамных конструкций на максимальное расчетное землетрясение. Разработаны алгоритм и программа метода макромодели с учетом упрочнения материала. Разработаны алгоритм и программа для учета сингулярности в поверхностях текучести рам при расчетах по методу макромодели.

Ключевые слова: упругопластическая модель с несколькими степенями свободы, пластический ресурс, макромодель сложного упругопластического деформирования, поверхность текучести, расчет на максимальное расчетное землетрясение.

## REALIZATION OF MACROMODEL METHOD FOR FRAME STRUCTURES DESIGN UNDER MAXIMUM DESIGN EARTHQUAKE

Nijad A.Y.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint-Petersburg, Russia (190005, Saint-Petersburg, 2-nd Krasnoarmeiskaya St, 4), e-mail: amrnijad@mail.ru

Calculations under maximum design earthquake provide direct dynamic analysis of buildings using nonlinear models that take into account appearance of plastic hinges. Macromodel method is generalization of elastoplastic model with one degree of freedom in case of systems with  $n$  degrees of freedom. Macromodel is proposed for analyzing plastic resource of frame structures under seismic loads. In this paper we developed an algorithm and a program for analyzing frame structures under maximum design earthquake using Macromodel excluding material hardening. Test calculations are performed to frame structures under the maximum design earthquake. Developed an algorithm and a program using Macromodel including material hardening. Developed an algorithm and program to account singularities in the yield surface of frame structures.

Keywords: elastoplastic multiple degree of freedom model, plastic resource, complex elastoplastic deformation macro-model, yield surfaces, calculation on maximum design earthquake.

### Введение

Для учета пластического ресурса рамных конструкций при сейсмических воздействиях широко используется упругопластическая модель с одной степенью свободы, которая не позволяет с достаточной надежностью выявить пластический резерв рамных конструкций. Для выполнения надежных, адекватных реальности расчетов приходится создавать модели рамных конструкций большой размерности и использовать для их анализа сложные программные комплексы (ПК). В [4] профессор Рутман Ю.Л. предлагает обобщение упругопластической модели с одной степенью свободы на случай произвольной системы с  $n$  степенями свободы. Такую обобщенную модель он называет макромоделью.

Обобщенная модель позволяет учитывать взаимодействие компонентов реакции упругопластической системы. Это взаимодействие оказывает большое влияние на характер процесса при сложном (непропорциональном по компонентам) нагружении. Для работы с этой моделью достаточно использования ПК типа *MathCAD* или *MATLAB*. Адекватность макромодели была проверена в [1]. Необходимым условием применения этого метода является отыскание поверхностей текучести рамных конструкций (геометрическое место точек, соответствующих компонентам обобщенной предельной реакции рамной конструкции, при возникновении которой она превращается в механизм). Допускается считать работу конструкции внутри поверхности текучести чисто упругой, и, как только обобщенная реакция рамной конструкции достигает любой точки поверхности текучести, рамная конструкция превращается в механизм. В [1] были предложены методы построения и исследования поверхностей текучести. Поверхность текучести систем с двумя степенями свободы представляет собой плоскую фигуру. Чем больше степеней свободы имеет система, тем большей размерностью обладает поверхность текучести.

Из [4] уравнения упругопластической макромодели для системы с двумя степенями свободы имеют вид (1–3).

Уравнение движения приведенной массы  $M$ :

$$\begin{cases} M(\ddot{U}_x + \ddot{X}) = R_x \\ M(\ddot{U}_y + \ddot{Y}) = R_y \end{cases}, \quad (1)$$

в условиях упругой работы конструкции имеем

$$\begin{cases} \dot{R}_x = D_{11}\dot{U}_x + D_{12}\dot{U}_y \\ \dot{R}_y = D_{21}\dot{U}_x + D_{22}\dot{U}_y \end{cases}, \quad (2)$$

в условиях упругопластической работы имеем

$$\begin{cases} \dot{R}_x = f_{11}(R_x, R_y)\dot{U}_x + f_{12}(R_x, R_y)\dot{U}_y \\ \dot{R}_y = f_{21}(R_x, R_y)\dot{U}_x + f_{22}(R_x, R_y)\dot{U}_y \end{cases}, \quad (3)$$

где  $\ddot{X}, \ddot{Y}$  – проекции ускорения основания рамы на оси  $X, Y$ ;  $\ddot{U}_x, \ddot{U}_y$  – проекции на оси  $X, Y$  ускорения массы  $M$  относительно основания;  $R_x, R_y$  – проекции на оси  $X, Y$  усилий взаимодействия между массой и рамой;  $D_{ij}$  – упругие жесткости системы;  $f_{ij}$  – коэффициенты зависимости между скоростями обобщенных перемещений и усилий, которые определяются из уравнения поверхности текучести рамной конструкции. Аналитическая аппроксимация этой поверхности текучести или ее части имеет вид  $F(R_x, R_y) = 0$ .

Результаты исследования ряда широко используемых рамных конструкций в [3] показали, что поверхности текучести рамных конструкций имеют вид многоугольников. Чем больше статическая неопределенность рамы и чем больше число вариантов ее возможных механизмов, тем больше сторон у многоугольника, т.е. поверхность текучести приближается к эллипсу. Расчетный анализ показал, что замена многоугольника текучести эллипсом дает погрешность порядка 10-20%, что допустимо для инженерных расчетов.

### Реализация метода макромоделли в ПК *MathCAD* без учета упрочнения материала конструкций

Алгоритм программы динамического расчета по методу макромоделли без учета упрочнения материала конструкций представлен на рисунке 1.

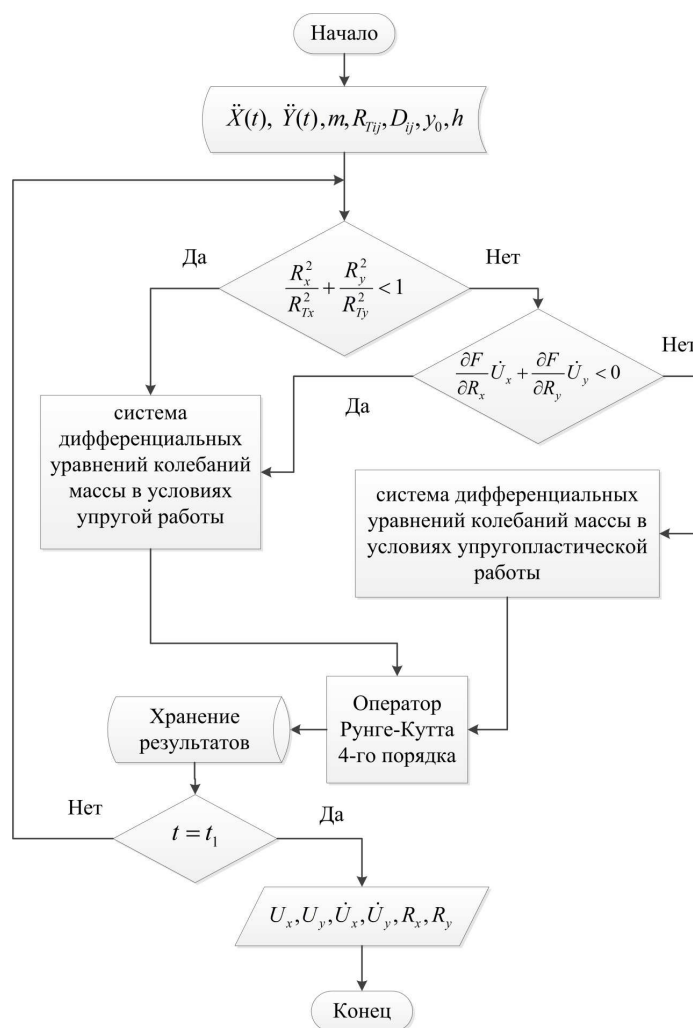


Рис. 1. Алгоритм динамической макромоделли без учета упрочнения материала конструкций

где  $\ddot{X}(t), \ddot{Y}(t)$  – инструментальные или синтезированные акселерограммы;  $m$  – значение сосредоточенной приведенной массы;  $D_{ij}$  – упругие жесткости системы, получаемые из

упругого расчета по двум направлениям;  $R_{Tij} = \begin{Bmatrix} R_{Tx} \\ R_{Ty} \end{Bmatrix}$  – вектор предельных нагрузок,

радиусы эллипса (поверхности текучести);  $y_0$  – вектор начальных условий;  $h$  – шаг интегрирования;  $\frac{R_x^2}{R_{Tx}^2} + \frac{R_y^2}{R_{Ty}^2} < 1$  – условие текучести системы;  $\frac{\partial F}{\partial R_x} \dot{U}_x + \frac{\partial F}{\partial R_y} \dot{U}_y < 0$  – условие разгрузки.

В качестве тестового примера однопролетная рама с сосредоточенной массой в середине пролета была подвержена динамическому воздействию в виде двух акселерограмм по двум направлениям  $X$  и  $Y$ . Результаты изображены на рисунках 2, 3 и 4.

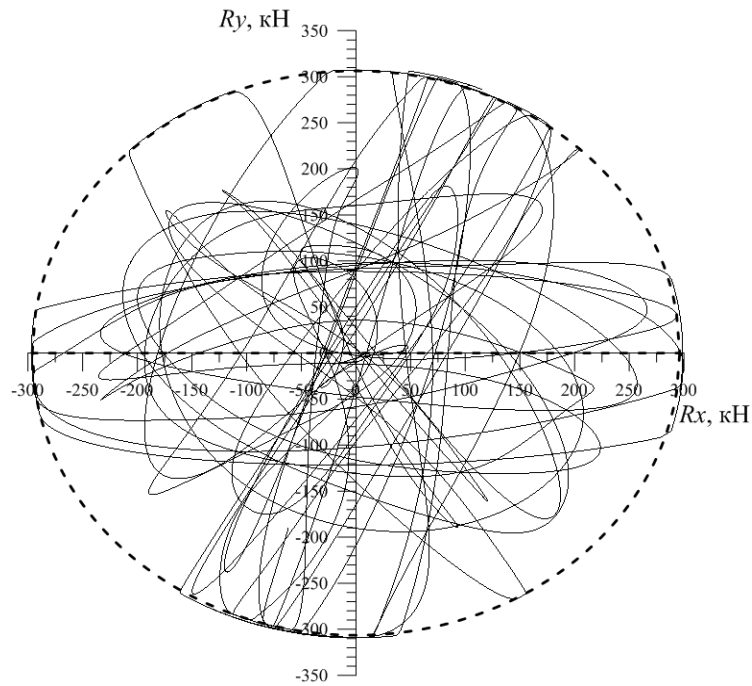


Рис. 2. Годограф изменения обобщенной реакции рамной конструкции, соответствующий решению по макромодели

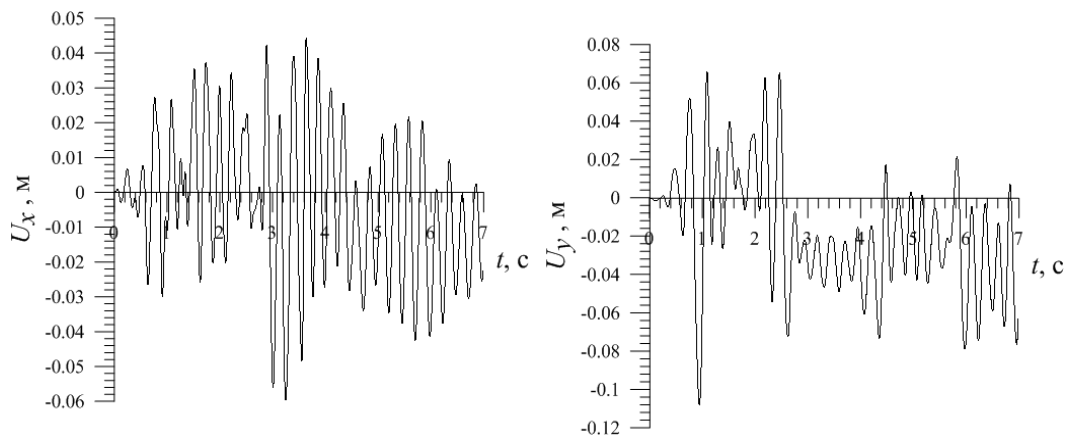


Рис. 3. Перемещения приведенной массы: (слева) по  $X$ ; (справа) по  $Y$

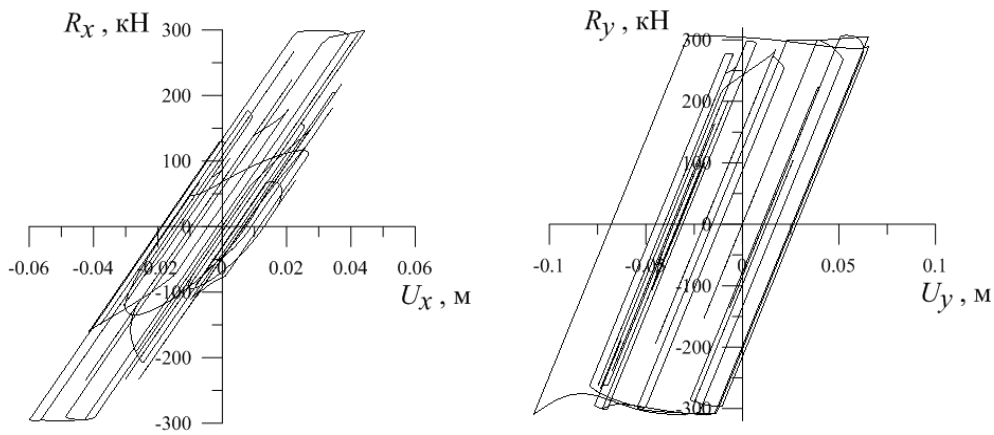


Рис. 4. График изменения обобщенной реакции системы в зависимости от перемещения, приведенной в точке массы: (слева) по  $X$ ; (справа) по  $Y$

В [2] было выполнено сравнение динамических расчетов рамных конструкций на МРЗ с использованием данной реализованной макромодел и упругопластической модели с одной степенью свободы на воздействие инструментальных акселерограмм. Также было выполнено сравнение этих результатов с результатами, полученными в ПК ANSYS, которые считались эталонными. Использование макромодел давало результаты, более близкие к эталонному решению, чем модель с одной степенью свободы.

#### Реализация метода макромодел в ПК MATLAB с учетом упрочнения материала конструкций

В [5] предлагается обобщение макромодел с учетом упрочнения материала конструкций. В данной статье реализована программа расчета по методу макромодел для рамных конструкций с учетом упрочнения. Программа предназначена для анализа систем с поверхностями текучести, описанными повернутым эллипсом под любым углом  $\theta$ . Главной сложностью реализации такого алгоритма является учет упрочнения эллипса в виде его расширения. Для этого необходимо преобразовать условие текучести так, чтобы оно соответствовало расширяемому эллипсу, с каждым шагом решения.

В [5] поверхность текучести, с учетом упрочнения материала конструкций, описывается уравнением  $F(R_x, R_y) = \tilde{R}$ . Тогда условие текучести будет  $\frac{R_x^2}{R_{Tx}^2} + \frac{R_y^2}{R_{Ty}^2} < \tilde{R}$ .

Из [5]  $\tilde{R} = R_0 + \lambda \int_0^t \bar{U}^{(p)} dt$ , где  $R_0$  – параметр, определяющий поверхность текучести в

начальный момент времени;  $\lambda$  – параметр упрочнения конструкций;  $\bar{U}^{(p)}$  – вектор скоростей пластических перемещений. Из [5] имеем  $\bar{U}^{(p)} = \sqrt{\dot{U}_x^{(p)2} + \dot{U}_y^{(p)2}}$ .

Чтобы найти  $R_0$ , преобразуем начальную поверхность текучести в следующий вид:

$$\frac{R_{Ty}^2}{R_{Tx}^2} \cdot R_x^2 + R_y^2 = R_{Ty}^2; \Rightarrow \sqrt{\alpha^2 \cdot R_x^2 + R_y^2} = R_{Ty} = R_0. \quad (4)$$

где –  $\alpha = const = \frac{R_{Ty}}{R_{Tx}}$ .

Второе слагаемое  $\tilde{R}$ , при шаговом решении, можно вычислить следующим образом:

$$\lambda \int_0^t \bar{U}^{(p)} dt = \lambda \bar{U}^{(p)} h. \quad (5)$$

Из (4) и (5) условие текучести приобретет следующий вид:

$$\sqrt{\alpha^2 \cdot R_x^2 + R_y^2} < R_0 + \lambda \cdot \bar{U}^{(p)} \cdot h. \quad (6)$$

Далее стоит задача определения вектора скоростей пластических перемещений. В статье [5] скорость пластических перемещений можно вычислить из:

$$\begin{aligned} \dot{U}_x^{(p)} &= \frac{1}{\lambda} \frac{\psi_1 \dot{R}_x + \psi_2 \dot{R}_y}{\sqrt{\psi_1^2 + \psi_2^2}} \psi_1; \\ \dot{U}_y^{(p)} &= \frac{1}{\lambda} \frac{\psi_1 \dot{R}_x + \psi_2 \dot{R}_y}{\sqrt{\psi_1^2 + \psi_2^2}} \psi_2. \end{aligned} \quad (7)$$

Уравнения (7) определяют скорость пластических перемещений в условиях пластической работы системы. Для общего вычисления скоростей пластических перемещений мы находим их, путем вычитания из полных скоростей, после каждого шага интегрирования скорости упругих перемещений. Тогда, в условиях упругой работы системы, скорость пластических перемещений будет равна нулю.

Как показано в [5], скорость упругих перемещений можно вычислить из:

$$\begin{aligned} \dot{U}_x^{(e)} &= \frac{D_{22} \dot{R}_x - D_{12} \dot{R}_y}{D_{11} D_{22} - D_{12}^2}; \\ \dot{U}_y^{(e)} &= \frac{D_{11} \dot{R}_x - D_{12} \dot{R}_y}{D_{11} D_{22} - D_{12}^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

В (8)  $\dot{R}_x, \dot{R}_y$  в условиях упругой работы системы определяется по (2), а в условиях упругопластической работы системы по (3).

Тогда можно найти скорость пластических перемещений:

$$\begin{aligned} \dot{U}_x^{(p)} &= \dot{U}_x - \dot{U}_x^{(e)}; \\ \dot{U}_y^{(p)} &= \dot{U}_y - \dot{U}_y^{(e)}. \end{aligned} \quad (9)$$

На основе вышеуказанного были реализованы алгоритм и программа расчета по методу макромоделей с учетом упрочнения материала конструкций.

Интерфейс программы и также результаты тестового примера расчета рамной конструкции на максимальное расчетное землетрясение с учетом упрочнения материала показаны на рисунке 5. В области показа результатов исходная поверхность текучести изображена красным цветом, а зеленым цветом изображена поверхность после упрочнения материала конструкции. Синим цветом изображен гистограф изменения обобщенной реакции  $R$  рамной конструкции.

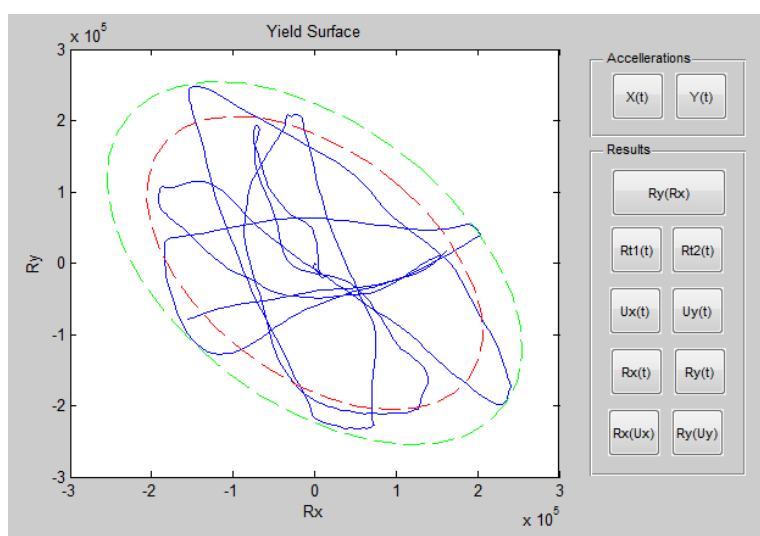


Рис. 5. Результаты тестового примера расчета рамной конструкции на МРЗ с учетом упрочнения материала

### Реализация макромоделей в ПК *MATLAB* с учетом сингулярности в поверхностях текучести рам

В целях уточнения результатов расчетов по макромоделям, в [3] было выполнено обобщение метода макромоделей для учета многоугольной формы и точек сингулярности в поверхностях текучести рам. В данной работе реализована программа для такого обобщения.

Особенность создания программы расчета по методу макромоделей с такими поверхностями текучести заключалась в учете ломаного вида поверхности текучести, что означает необходимость следить за уравнением текучести и условием разгрузки для каждого участка. На каждом участке коэффициенты  $f_{ij}$  будут разными. Вторая сложность – это учет точки сингулярности на поверхности текучести.

В данной работе была реализована программа для расчета по методу макромоделей консолей с двумя степенями свободы (рис. 6а). Поверхность текучести таких конструкций имеет вид рисунка 6б.

Задача состоит в определении координат точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  на рисунке бб. Из уравнений линий 1-4 (линии, отвечающие за каждый вид возможного механизма) получаем координаты всех точек сингулярности на поверхности текучести.

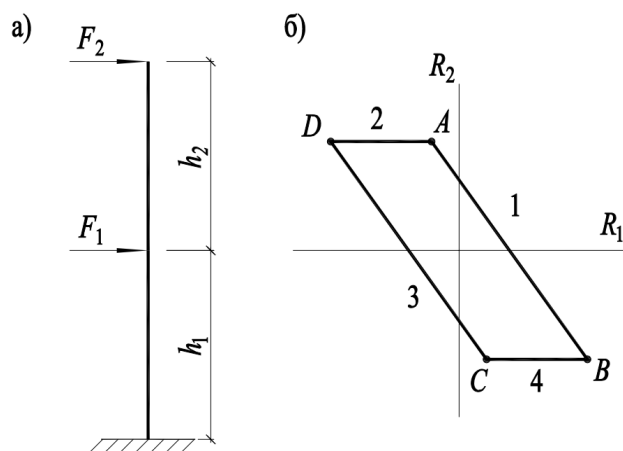


Рис. 6. Расчетная схема и поверхность текучести консоли с двумя степенями свободы

По аналогии создания этой программы можно реализовать макро модель для любых видов многоугольных поверхностей текучести.

### Список литературы

1. Ниджад А. Проверка адекватности метода макро модели / А.Я. Ниджад, Ю.Л. Рутман // Вестник гражданских инженеров. – 2012. - № 3 (32). - С. 137-142.
2. Ниджад А. Сравнение динамических расчетов рамных конструкций на МРЗ с использованием упругопластической макро модели и модели с одной степенью свободы // Морские интеллектуальные технологии. – 2012. - № 4 (18). - С. 51-54.
3. Ниджад А. Исследование поверхностей текучести для рамных конструкций / А. Ниджад, Ю.Л. Рутман // Вестник гражданских инженеров. – 2013. – № 3 (38). - С. 87-92.
4. Рутман Ю.Л. Модель сложного упругопластического деформирования механической системы с несколькими степенями свободы // Вестник гражданских инженеров. - 2012. - № (1) 30. - С. 117-120.
5. Рутман Ю.Л. Учет упрочнения в упругопластической макро модели // Вестник гражданских инженеров. - 2013. - № 4 (39). - С. 110-113.

### Рецензенты:

Веселов А.А., д.т.н., профессор кафедры железобетонных и каменных конструкций, ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет», г.Санкт-Петербург.



Кондратьева Л.Н., д.т.н., профессор, зав. кафедрой строительной механики, ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет», г.Санкт-Петербург.