

УДК 624.15

ВЛИЯНИЕ ТРЕНИЯ НА ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЛЕНТОЧНЫХ ФУНДАМЕНТОВ, ОБЪЕДИНЕННЫХ БИНАРНЫМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ОБОЛОЧКАМИ, С ГРУНТОВЫМ ОСНОВАНИЕМ

Прозозин Я.А.¹, Гербер А.Д.¹, Наумкина Ю.В.¹

¹ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный архитектурно-строительный университет», Тюмень, Россия (625001, Тюмень, ул. Луначарского, 2) e-mail: pronozin@tgasu.ru

Рассмотрено взаимодействие ленточных фундаментов, объединенных бинарными оболочками, с грунтовым основанием, моделируемым гипотезой Винклера, с учетом сил трения на контакте «мембрана – оболочка» и «оболочка – грунт». При наличии трения между мембраной и оболочкой часть усилия растяжения будет передаваться на оболочку, что с учетом трения между оболочкой и грунтом может повлиять на НДС системы «фундамент – грунтовое основание». Разработана расчетная схема, реализованная на языке Паскаль в среде Delphi, дающая численное решение интегро-дифференциального уравнения деформирования бинарной оболочки в составе ленточных фундаментов на грунтовом основании с учетом трения. В результате численного моделирования выявлено влияние величины коэффициента трения на поверхности контакта «мембрана – оболочка» и «оболочка – грунт» на изменение величины осадки ленточных фундаментов и усилие растяжения мембраны.

Ключевые слова: бинарная оболочка, мембрана, силы трения, коэффициент трения, осадка, усилие растяжения в мембране.

THE EFFECT OF FRICTION ON THE INTERACTION OF STRIP FOUNDATIONS UNITED BY BINARY CYLINDRICAL SHELLS, WITH GROUND BASE

Pronozin Y.A.¹, Gerber A.D.¹, Naumkina Y.V.¹

¹Tyumen State University of Architecture and Civil Engineering, Tyumen, Russia (625001, Tyumen, street Lunacharskogo, 2) e-mail: pronozin@tgasu.ru

The interaction of strip foundations united by binary shells, with ground base taking into account the friction forces on the contact surface "membrane-shell" and "shell-soil" is considered. Ground base is modeled by hypothesis Winkler. In the presence of friction between the membrane and the shell part of the tensile forces will be transmitted to the shell. Taking into account the friction between the shell and the ground base, it can affect the stress-strain state of the "foundation - ground base". The calculation scheme is developed and realized in Pascal in the medium Delphi. It gives a numerical solution of the integro-differential equation of binary shell deformation taking into account friction. Numerical simulation revealed the influence of the friction coefficient on the contact surface "membrane-shell" and "shell-soil" on the change of strip foundation settlement and membrane tensile force.

Keywords: binary-shell, membrane, friction forces, coefficient of friction, settlement, membrane tensile force.

Введение

В работах [4, 5] предложены новые виды фундаментов мелкого заложения в виде ленточных фундаментов, объединенных цилиндрическими бинарными оболочками (рис. 1).

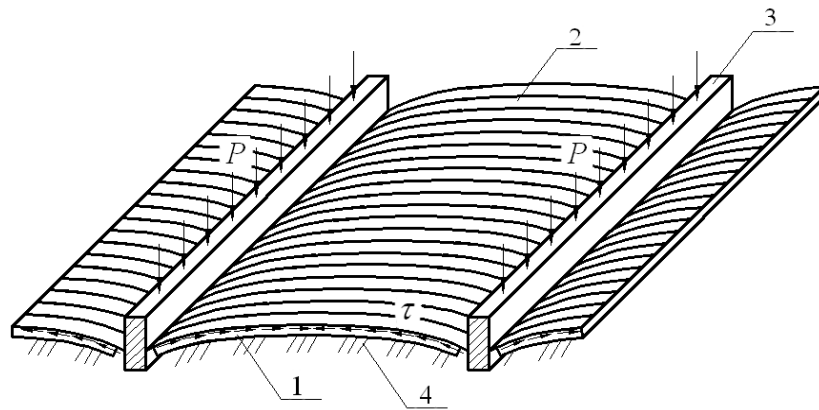


Рисунок 1. Ленточные фундаменты, объединенные цилиндрическими бинарными оболочками: 1 – оболочка; 2 – мембрана; 3 – ленточный фундамент; 4 – естественное или искусственное основание

Данные фундаменты эффективны в условиях слабых грунтов, обладающих высокой сжимаемостью, а также в условиях достаточно тонкого верхнего прочного слоя грунта, подстилаемого слабыми грунтами. В таких фундаментах мембрана работает на растяжение, а цилиндрическая оболочка испытывает совместное действие усилий растяжения и изгибающих моментов. При этом в реальных фундаментах в значительной степени реализуются силы трения на контакте «мембрана – оболочка» и «оболочка – грунт» (рис. 2), которые влияют на напряженно-деформированное состояние (НДС) системы «фундамент – грунтовое основание».

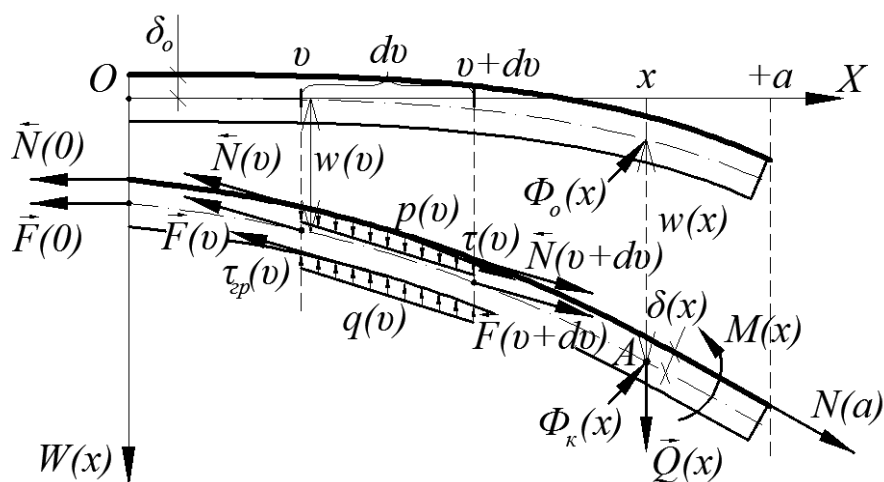


Рисунок 2. Расчетная схема для определения моментов сил при симметричном нагружении

При использовании бинарных оболочек и отсутствии трения между мембраной и оболочкой оболочка работает на изгиб, и в этом случае касательные силы трения реализуются в пределах, характерных для традиционных сплошных фундаментов с плоской подошвой, работающих на поперечный изгиб. В подавляющем числе случаев касательными силами трения при расчете плитных фундаментов пренебрегают ввиду их незначительности [1, 3]. При наличии трения между мембраной и оболочкой часть усилия растяжения будет

передаваться на оболочку, что с учетом трения между оболочкой и грунтом может повлиять на НДС системы «*фундамент – грунтовое основание*».

Трение между мембраной и оболочкой зависит от применяемых материалов и качества поверхностей. Пусть λ_1 определяет коэффициент трения между мембраной и оболочкой, а λ_2 – коэффициент трения между оболочкой и грунтом, предельное значение которого ограничено прочностью грунта на сдвиг.

Обозначим уравнение срединной линии оболочки в заданной системе координат до приложения усилий как $\Phi_0(x)$. Ее же положение после приложения усилий как $\Phi_k(x)$.

Тогда величина смещения конструкции $w(x)$ будет равна:

$$w(x) = \Phi_k(x) - \Phi_0(x). \quad (1)$$

Если предположить, что сечение оболочки не является постоянным, а задается функцией $\delta(x)$ – половина толщины оболочки в точке с координатами x , то можно восстановить вид зависимости для линии контакта мембраны и оболочки, а также оболочки и грунта.

Уравнение линии контакта «*мембрана-оболочка*» имеет вид:

$$\Phi_{\text{верх}}(x) = \Phi_k(x) - \delta(x). \quad (2)$$

Уравнение линии контакта «*оболочка-грунт*» имеет вид:

$$\Phi_{\text{низ}}(x) = \Phi_k(x) + \delta(x). \quad (3)$$

Для вывода уравнения изгиба оболочки выпишем выражения для моментов относительно точки A с координатой x , для всех сил, действующих на участке от v до $v+dv$. Если $p(v)$ – давление мембраны (возможно и с присутствием внешних усилий) на бетонную оболочку на отрезке $[v, v+dv]$ с плечом $x-v$, то момент этой силы равен:

$$dM_p = p(v)(x-v)dv. \quad (4)$$

Более детальный анализ показывает, что в случае значительного прогиба, плечо силы $p(v)dv$ будет определяться расстоянием, взятым от точки A до точки приложения силы вдоль касательной в этой точке, то есть можно записать:

$$dM_p = p(v) \frac{(x-v)}{\cos \alpha} dv, \quad (5)$$

где $\text{tg} \alpha = \Phi'_{\text{верх}}(v) \rightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha} = \sqrt{1 + \Phi'^2_{\text{верх}}(v)}$.

Если предположить, что оболочка достаточно полого, тогда $\Phi'_{\text{низ}}(v) \approx 0$, то $\sqrt{1 + \Phi'^2_{\text{верх}}(v)} \approx 1$ и выражение для момента этой силы совпадает с тем, что было получено ранее.

Пусть $q(v)$ – давление отпора грунта на оболочку на отрезке $[v, v+dv]$ с плечом $x-v$, то величина элементарного момента этой силы имеет вид:

$$dM_q = -q(v)(x-v)dv. \quad (6)$$

Аналогично, детальный анализ, проведенный по той же схеме, дает нам:

$$dM_q = -q(v) \frac{(x-v)}{\cos\beta} dv, \quad (7)$$

$$\text{где } \operatorname{tg}\beta = \Phi'_{\text{низ}}(v) \rightarrow \frac{1}{\cos\beta} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\beta} = \sqrt{1 + \Phi'^2_{\text{низ}}(v)}.$$

Момент сил трения, возникающих за счет соприкосновения мембраны с оболочкой на отрезке $[v, v+dv]$ определяется величиной касательного напряжения $\tau(v)dv$ и плечом, выражение для которого можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} (\Phi_k(x) - \Phi_{\text{верх}}(v) - (x-v)\operatorname{tg}\alpha)\cos\alpha &= (\Phi_k(x) - \Phi_{\text{верх}}(v))\cos\alpha - (x-v)\sin\alpha = \\ &= \frac{\Phi_k(x) - \Phi_{\text{верх}}(v)}{\sqrt{1 + \Phi'^2_{\text{верх}}(v)}} - \frac{(x-v)\Phi'_{\text{верх}}(v)}{\sqrt{1 + \Phi'^2_{\text{верх}}(v)}}. \end{aligned} \quad (8)$$

После упрощения и предположения о наличии пологости оболочки, получаем:

$$\begin{aligned} (\Phi_k(x) - \Phi_{\text{верх}}(v))\cos\alpha - (x-v)\sin\alpha &\approx \Phi_k(x) - \Phi_{\text{верх}}(v), \\ dM_\tau &= -\tau(v)(\Phi_k(x) - \Phi_{\text{верх}}(v))dv. \end{aligned} \quad (9)$$

Аналогичное выражение для момента сил трения между оболочкой и грунтом $\tau_{\text{сп}}(v)dv$ с плечом действия:

$$\begin{aligned} (\Phi_k(x) - \Phi_{\text{низ}}(v) - (x-v)\operatorname{tg}\beta)\cos\beta &= (\Phi_k(x) - \Phi_{\text{низ}}(v))\cos\beta - (x-v)\sin\beta = \\ &= \frac{\Phi_k(x) - \Phi_{\text{низ}}(v)}{\sqrt{1 + \Phi'^2_{\text{низ}}(v)}} - \frac{(x-v)\Phi'_{\text{низ}}(v)}{\sqrt{1 + \Phi'^2_{\text{низ}}(v)}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Как и выше, в предположении пологости:

$$dM_{\tau_{\text{сп}}} = \tau_{\text{сп}}(v)(\Phi_k(x) - \Phi_{\text{низ}}(v))dv. \quad (11)$$

Для отыскания суммарных величин моментов вычислим интегралы по отсеченной части бинарной оболочки. Из рассмотрения баланса моментов в выделенном сечении оболочки получим искомое уравнение.

Выпишем выражения для суммарных величин моментов:

- сил, действующих нормально к поверхности практически нерастяжимой мембраны, опирающейся на бетонную оболочку и, возможно, внешних сил:

$$M_p(x) = \int_0^x p(v)(x-v)\sqrt{1 + \Phi'^2_{\text{верх}}(v)}dv, \quad (12)$$

- сил отпора, действующих со стороны грунта на оболочку $q(x)$:

$$M_q(x) = -\int_0^x q(v)(x-v)\sqrt{1+\Phi_{низ}'^2(v)}dv, \quad (13)$$

- сил трения между мембраной и оболочкой $\tau(x)$:

$$M_\tau(x) = -\int_0^x \frac{\tau(v)}{\sqrt{1+\Phi_{верх}'^2(v)}} \{ \Phi_k(x) - \Phi_{верх}(v) - (x-v)\Phi_{верх}'(v) \} dv, \quad (14)$$

- сил трения между оболочкой и грунтом $\tau_{zp}(x)$:

$$M_{\tau_{zp}}(x) = \int_0^x \frac{\tau_{zp}(v)}{\sqrt{1+\Phi_{низ}'^2(v)}} \{ \Phi_k(x) - \Phi_{низ}(v) - (x-v)\Phi_{низ}'(v) \} dv. \quad (15)$$

Все эти моменты компенсируются моментом, возникающим из-за наличия ненулевой изгибной жесткости оболочки:

$$M_x(x) = -D(x)w''. \quad (16)$$

Уравнение баланса моментов примет вид:

$$M_p(x) + M_q(x) + M_\tau(x) + M_{\tau_{zp}}(x) + M_x(x) = 0. \quad (17)$$

Полученное уравнение для определения величины смещения, содержащее интегралы с переменным верхним пределом, можно упростить за счет повторного дифференцирования.

Окончательный вид уравнения деформирования пологой оболочки с учетом трениями по контакту «мембрана – оболочка» и «оболочка – грунт», имеет вид:

$$\begin{aligned} (D(x)w'')'' - N_{мемб}(x)\Phi_{верх}''(x) + k(x)w + (\Phi_0(x) + w(x))'' \left\{ \lambda_{мо} \int_0^x N_{мемб}(v)\Phi_{верх}''(v)dv - \right. \\ \left. - \lambda_{озр} \int_0^x k(v)w(v)dv \right\} - \delta(x) \left\{ \lambda_{мо} N_{мемб}(x)\Phi_{верх}''(x) + \lambda_{озр} k(x)w(x) \right\}' = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Решение интегро-дифференциального уравнения деформирования бинарной оболочки в составе ленточных фундаментов на грунтовом основании (18) реализовано на языке Паскаль [6] в среде Delphi [2].

На рисунке 3 представлен интерфейс программы для расчета взаимодействия ленточных фундаментов, объединенных бинарными цилиндрическими оболочками с грунтовым (линейно-деформируемым) основанием.

Расчетом определяется осадка ленточных фундаментов и бинарных оболочек, реактивные давления под подошвой фундамента, усилие натяжения мембраны, растяжения оболочки, изгибающие моменты и поперечные силы в оболочке. Расчет производится в автоматическом режиме при вводе необходимых исходных данных по фундаменту, нагрузкам на него и свойствам грунтового основания.

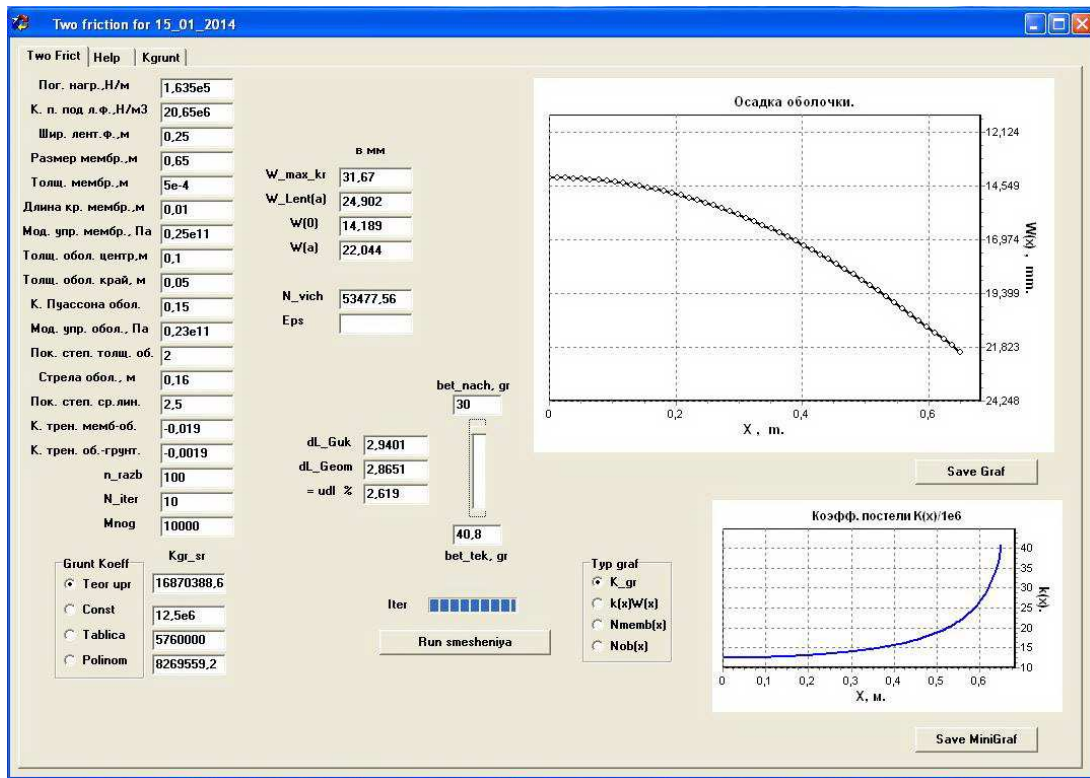


Рисунок 3. Интерфейс программы

Все искомые величины определяются на основании численного решения дифференциального уравнения (18) относительно осадки w с соответствующими граничными условиями.

На рисунке 4 представлены зависимость осадки ленточных фундаментов от коэффициентов трения λ_1 и λ_2 .

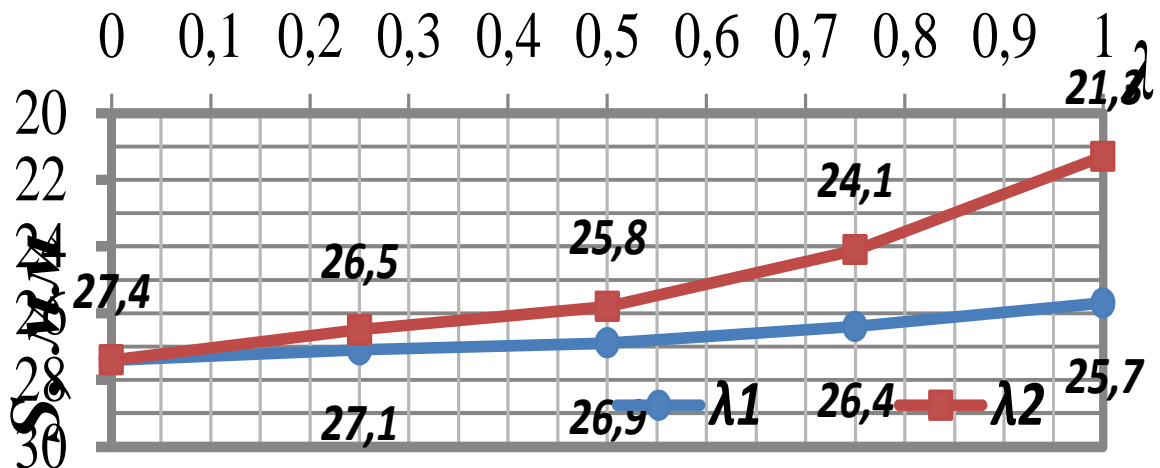


Рисунок 4. Зависимость осадки ленточных фундаментов от коэффициентов трения λ_1 и λ_2

На рисунке 5 представлена зависимость изменения натяжения мембраны от коэффициента трения λ_1 .

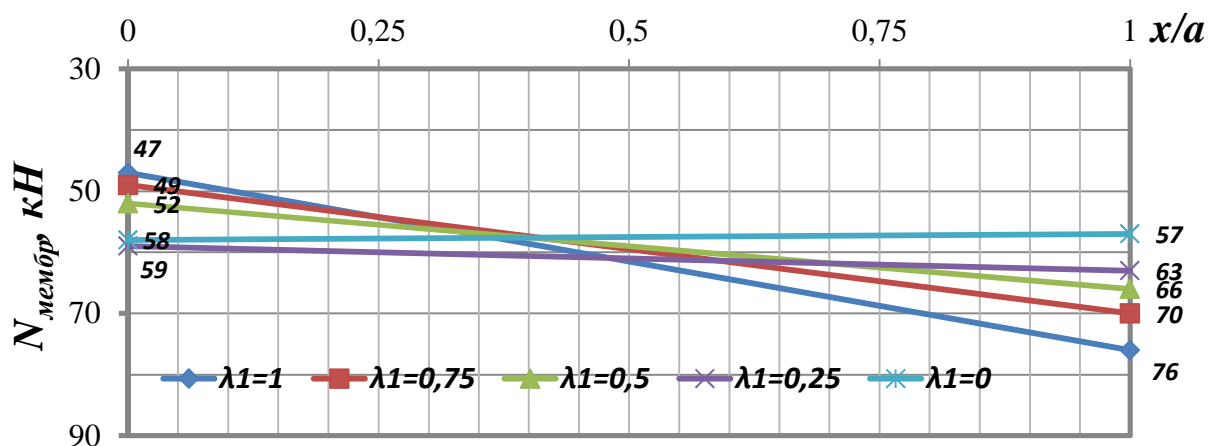


Рисунок 5. Зависимость изменения натяжения мембраны от коэффициента трения λ_1 :

x – координата точки, a – полупролет бинарной оболочки

По результатам выполненных исследований следует сделать следующие выводы:

1. Разработана расчетная схема взаимодействия ленточных фундаментов, объединенных бинарными оболочками, с грунтовым основанием, моделируемым гипотезой Винклера, с учетом сил трения на контакте «мембрана – оболочка» и «оболочка – грунт».

2. Численно реализовано аналитическое решение взаимодействия бинарных оболочек с грунтовым основанием, моделируемым гипотезой Винклера, с учетом сил трения на контакте «мембрана – оболочка» и «оболочка – грунт».

3. В результате численного моделирования выявлено, что при геометрических размерах, характерных для фундаментов реальных зданий и сооружений, изменение коэффициента трения на контакте «мембрана – оболочка» в пределах $0 < \lambda_1 < 1$, влияет на изменение осадки ленточного фундамента в пределах 6%. Изменение коэффициента трения на контакте «оболочка – грунт» в пределах $0 < \lambda_2 < 1$ влияет на изменение осадки ленточного фундамента в пределах 22%.

4. При увеличении λ_1 до единицы усилие растяжения мембраны в заделке ленточного фундамента увеличивается на 33%, а в центре уменьшается на 18% по отношению к равномерному распределению усилия растяжения, характерного при отсутствии трения на контакте «мембрана – оболочка», т.е. $\lambda_1=0$.

Список литературы

1. Горбунов-Посадов, М.И. Расчет конструкций на упругом основании / М.И. Горбунов-Посадов [и др.]. – М.: Стройиздат, 1984.

2. Датеманн, Дж. Программирование в среде Delphi / Дж. Датеманн, Дж. Мишел, Д. Тейлор. – Киев: ДиаСофт, 1995. – 608 с.
3. Мурзенко, Ю.Н. Несущая способность железобетонных фундаментных плит с учетом перераспределения усилий / Ю.Н. Мурзенко, А.А. Цесарский // Бетон и железобетон. – 1972. - №9. – С. 35-37.
4. Порошин, О.С. Взаимодействие цилиндрических бинарных фундаментов-оболочек с глинистым основанием: автореф. дисс. ... канд. техн. наук: / Порошин Олег Сергеевич. – Тюмень, 2011. – 21 с.
5. Пронозин, Я.А. Применение ленточных фундаментов мелкого заложения, объединенных пологими оболочками, на сильносжимаемых грунтовых основаниях/ Я.А. Пронозин, О.С. Порошин, М.А. Степанов // Инновационные конструкции и технологии в фундаментостроении и геотехнике: материалы науч.-тех. конф. с междунар. участием (27-29 окт. 2013 г.). – М., 2013. – С. 110-117.
6. Рапаков, Г. Г. Программирование на языке Pascal / Г.Г. Рапаков, С.Ю. Ржеуцкая. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 480 с.

Рецензенты:

Миронов В.В., д.т.н., профессор, профессор кафедры «Водоснабжение и водоотведение» ФГБОУ ВПО ТюмГАСУ, г. Тюмень.

Чекардовский М.Н., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Теплогазоснабжение и вентиляция» ФГБОУ ВПО ТюмГАСУ, г. Тюмень.