

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИМ ПОНЯТИЯМ В СИСТЕМЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ КАЧЕСТВА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Кисельников И.В.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВПО «Алтайская государственная педагогическая академия», Барнаул, Россия (656031, г. Барнаул, ул. Молодёжная, 55), e-mail: kiv@uni-altai.ru

В статье обосновывается актуальность разрабатываемой автором концепции процессного подхода к обучению и её основные характеристики. Отражены основные этапы построения процессной модели обучения математическим понятиям: назначение, цель, входы, выходы процесса, процессы поставщиков и потребителей, показатели результативности процессов, последовательность действий. Осуществлено проектирование процесса обучения математическим понятиям в системе обеспечения качества обучения математике. Выделены этапы формирования математических понятий: «житейских» представлений, мономодальных математических представлений, комплексных представлений, понятийный и концептуальный этапы. Обосновывается использование различных форм представления математического содержания в процессе изучения математических понятий. Применение предложенной методики может включаться в систему менеджмента качества образовательного учреждения. Рассмотренный подход может использоваться для проектирования других процессов: обучения математическим методам, обучения решению математических задач и др.

Ключевые слова: математическое образование, качество обучения математике, процессный подход к управлению качеством, понимание, деятельность.

## PLANNING THE PROCESS OF MATHEMATICAL CONCEPTS ACQUISITION IN THE SYSTEM OF QUALITY EDUCATION IN MATHEMATICS

Kiselnikov I.V.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Altai State Pedagogical Academy, Barnaul, Russia (656031, Barnaul, street Molodyoznaya, 55), e-mail: kiv@uni-altai.ru

The article explains the relevance of the concept developed by the author of the process approach to learning and its main characteristics. The main stages of the construction process model of learning. Carried out the design of the learning process mathematical concepts in the system to ensure the quality of teaching mathematics. Stages of formation of mathematical concepts. Demonstrate the use of various forms of presentation of mathematical content in the process of learning mathematical concepts. Application of the proposed method can be included in the quality management system of an educational institution. The approach can be used to design other processes: teaching mathematical methods, training solution of mathematical problems, etc.

Keywords: mathematical education, quality of math training, process approach to quality management, comprehension, activity.

В современных условиях развития образования особую актуальность приобрели вопросы управления качеством в образовании, которые имеют важное методологическое значение для понимания механизмов совершенствования и развития системы образования, практическую значимость для различных категорий потребителей образовательной деятельности. Проблемы обеспечения качества образования широко обсуждаются в научно-педагогических публикациях и исследуются на уровне кандидатских и докторских диссертаций (Г.А. Бордовский, В.А. Бордовский, А.А. Нестеров, С.Ю. Трапицын, А.И. Субетто, Н.А. Селезнова, М.М. Поташник, Г.Б. Скок, Г.В. Гутник, Г.С. Ковалева, Ю.П. Похолков, Д.В. Пузанков, В.В. Нагаев, Ю.В. Димов, А.К. Шмаков, Б. Сандер, М. Скилбек, Х. Коннел и др.).

Обеспечение качества обучения, в частности математике, может достигаться в условиях реализации процессного подхода [5].

Выделяемые в системе обучения дисциплине взаимосвязанные процессы требуют своих подходов к управлению, методике и глубине описания, технологии осуществления. Выбор такого подхода обуславливается назначением, местом в целостной системе, структурой, уровнем процесса. Рассмотрим один из возможных подходов к описанию на примере процесса обучения понятиям в образовательной области «Математика и информатика», основанный на выявлении и отражении его существенных характеристик.

### 1. *Назначение процесса*

Понятие является формой мышления о целостной совокупности существенных и несущественных свойств объектов реального мира, в частности идеальных математических объектов. Для формирования математических понятий необходимо понимание математического объекта.

Процесс обучения понятию охватывает овладение учащимися содержанием понятия, постепенное накопление знаний о его существенных признаках, выстраивание личностно значимого образа понятия. «Данное извне понятие "формируется" в той мере, в какой оно является продуктом мыслительной деятельности учащихся. Отсюда возникают последовательные этапы в процессе овладения содержанием понятия, постепенное "движение" от неполного знания к полному» [8]. Приоритет реализации данного процесса следует отдавать фундаментальным математическим понятиям. В современном российском образовании предпринята попытка нормативного выделения «фундаментального ядра образования», разработчики которого отмечают, что «не следует включать в него понятия и идеи, смысл которых не может быть достаточно популярно и полно раскрыт школьнику» [9, с. 7].

В дидактике и психологии разработана получившая в дальнейшем широкое распространение теория поэтапного формирования умственных действий (П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина и др.), реализующая операционный подход к формированию понятий. Согласно этой теории, усвоение математического понятия происходит в процессе осуществления учебных действий: подведение под понятие (формируется при решении задач на распознавание объекта); выведение следствий (формируется при решении задач, в которых требуется вывести свойства объекта из факта его принадлежности определяемому классу); сравнения (задачи на понимание места усваиваемого понятия среди других); классификации (задачи на понимание родо-видовых отношений, выделение подклассов объектов, входящих в объем изучаемого понятия) и др. Действия не усваиваются, если не выполняются. Выполнение действий с признаками понятий выступает в качестве

инструмента при порождении понятия, его построении. Если действие, на основе которого формируется понятие, после поэтапной обработки становится автоматическим и подсознательным умственным процессом, то понятие возникает как целостный образ.

Образное мышление является деятельностью по созданию образов, оперированию ими, перекодированию образов в определённом направлении (заданном или произвольном), использованию для построения образов разных систем отсчета, выделению значимых для человека признаков и свойств объекта в его образе. Факторами, влияющими на формирование и использование образного мышления при обучении математическим понятиям, являются, во-первых, условия и формы предъявления математических фактов, во-вторых, особенности субъективного опыта учащихся, их избирательность, эмоциональность отношения к обучению. Возможность применения различных форм представления математических фактов, познаваемость смысла значительной части изучаемого математического содержания обосновывают целесообразность использования и развития средств образного мышления учащихся.

Раскрытие первосмыслов, заложенных в математическое понятие, может являться началом обучения такому понятию. Раскрытие первосмыслов осуществляется средствами образного мышления учащихся при оперировании образом, его развитии от визуального образа (на начальных фазах обучения) до концептуального (на итоговой фазе обучения). процесс познания при усвоении математического понятия проходит отдельные этапы, которые имеют вполне определённые характеристики.

*Этап «житейских» представлений* обусловлен тем, что игнорирование стихийно образовавшихся донаучных «житейских» представлений (или недостаточность внимания к ним) негативно сказывается на результативности сознательного усвоения математики, так как нет гарантии того, что представляемые вниманию ученика факты будут им приняты безотносительно к имеющимся знаниям. В связи с этим подвергаются анализу «житейские» представления, связанные с терминами, используемыми для обозначения математических понятий, с целью выяснения их адекватности научному смыслу понятий.

*Этап мономодальных математических представлений* предусматривает предъявление учащемуся в наиболее адекватной форме математических объектов, составляющих объем изучаемого понятия. Адекватность формы с психологической точки зрения обеспечивается опорой на подлежащие развитию «житейские» представления, с математической – тем, что представление содержания должно в наиболее ярком виде отражать сущность изучаемого понятия.

Эту роль может выполнять геометрическая форма, благодаря которой формируется зрительный образ.

*Этап комплексных представлений.* Образы, в которых объекты отражаются в совокупности их свойств и отношений, в психологической литературе называются комплексными представлениями [4]. В рамках таких представлений учащийся может переходить от анализа одних свойств объекта к анализу других его свойств, проявляя гибкость мышления. Это свойство заключается в перестройке имеющихся способов решения задачи, в изменении способа, перестающего быть эффективным, на оптимальный. Гибкость связана с характером образного отражения и проявляется при выполнении заданий (решении задач), включающих возможность выделения различных контекстов интерпретации при использовании одного и того же объекта. Существует два плана оперирования комплексными представлениями: актуальный (объект отражается с помощью оперативного образа, исходя из условий решаемой задачи) и потенциальный (объект отражается в совокупности свойств и отношений безотносительно к решаемой задаче). Для того чтобы сформировать у школьников гибкость мышления, необходимо, чтобы они использовали в своей деятельности четыре типа мыслительных действий: уподобляющие действия (отсутствие внешних проявлений гибкости), абстрагирующие действия (ориентация на внешние признаки), обобщающие действия (ориентация на существенные в данной ситуации признаки), действия по выделению «новых» свойств и отношений в объектах.

*Понятийный этап.* Основываясь на комплексах представлений, отражающих в различных формах свойства математических объектов, выделяются существенные свойства. На этом этапе дается определение понятия на том уровне строгости, который отвечает целям обучения. Отрабатываются формальные процедуры оперирования понятием.

Переход от «житейских» представлений через определение к понятию не может быть осуществлен по операционной схеме, поскольку осуществляемые действия не могут быть сразу соотнесены с индивидуальными образами, необходимо предварительно провести работу по доведению индивидуальных образов до такого уровня, когда они будут характеризоваться четкостью (позволяющей выделять свойства понятия), обобщенностью. Игнорирование индивидуальных образов, ранний переход к абстракциям ведет к тому, что у учеников формируются неадекватные представления, хотя формальные знания ученик демонстрирует.

*Концептуальный этап.* На этом этапе формируется целостное содержание понятия, содержащее логический (знание свойств понятия) и интуитивный (энергетически сильный обобщенный образ понятия, характеризующийся возможностью актуализации) компоненты. Концепт не сводится к отдельным элементам представлений, а характеризуется осознанием смысла. Это обеспечивает применение понятия для построения другой теории, решения «нестандартных» задач, требующих самостоятельного выбора учеником адекватной формы

представления понятия, оптимального перевода содержания из одной формы представления в другую (зачастую осуществляемого в свернутом виде).

Анализ философской и психологической литературы, касающейся формирования математических понятий, приводит к осознанию необходимости выбора методических средств для формирования целостных образов математических понятий. Таким средством могут выступать специальные задания и задачи. К формированию математических понятий возможно привлечь средства образного мышления. В образах фиксируется: идейный смысл, благодаря которому осознанно осуществляется оперирование понятием, применение его для решения нестандартных задач, субъективно переработанный опыт. Невозможно создать и удерживать образ, тем более оперировать образом, к содержанию которого субъект безразличен.

## ***2. Цель процесса обучения понятиям (необходимый или желательный результат, достигаемый в ходе выполнения процесса)***

Понимание как результат раскрытия, усвоения основной идеи, сущности понятия, установление взаимосвязей с уже имеющимися знаниями, включение знаний в смысловую сферу личности. Понимание сообщаемой информации осуществляется через установление первичных, в значительной мере обобщенных связей и отношений между предметами, явлениями и процессами, выявление их состава, назначения, причин и источников функционирования. В основе понимания лежит установление связей между новым материалом и ранее изученным, что, в свою очередь, является основанием для более глубокого и разностороннего осмысления учебного материала.

## ***3. Входы процесса (материальные и информационные потоки, поступающие в процесс извне и подлежащие преобразованию)***

Предметные (житейские) представления учащихся, их первичные образы, основанные на предыдущем знании, ранее изученные понятия.

## ***4. Выходы процесса (результаты преобразования, добавляющие ценность)***

Математическое понятие.

## ***5. Процессы поставщиков (внутренние или внешние поставщики – источники входов процесса)***

Процесс проектирования и разработки.

## ***6. Процессы потребителей (процессы внутреннего или внешнего происхождения, являющиеся пользователями результатов рассматриваемого процесса)***

Процессы обучения математическим предложениям, математическим методам, правилам и алгоритмам, решения математических задач.

## **7. Показатели результативности процесса (отражающие степень соответствия фактических результатов процесса запланированным)**

Результативность понимающего усвоения выражается в следующих характеристиках: отчётливость понимания; полнота понимания; глубина понимания; обоснованность понимания.

Наличие таких характеристик свидетельствует о достижении цели процесса обучения понятию, следовательно, эти характеристики и выступают в качестве показателей результативности такого процесса. Таким показателям качества может быть противопоставлен формализм в усвоении понятия. Как справедливо отмечал Н.В. Метельский [3], «формальное, поверхностное усвоение понятий ведёт к их смешению, неточному пониманию и неправильному использованию, а в конечном счёте – к формальному прохождению курса, плохому, поверхностному усвоению его». Разработка критериев результативности может осуществляться исходя из специфики понятия, целей обучения, уровня обучения и др.

В зависимости от того, с чем производится сравнение действий ученика при оценке результативности, можно выделять способы оценивания:

- личностный, при котором сравниваются действия, производимые учеником в настоящем, с аналогичными действиями, произведенными им же в прошлом;
- нормативный, при котором произведенные действия сравниваются с установленной нормой их выполнения;
- сопоставительный, при котором сравниваются действия, производимые учеником, с аналогичными действиями, выполненными другими учениками.

Показателями, по которым учитель имеет возможность судить об овладении понятиями учащимся, служат погрешности, допущенные учащимися при работе со средствами контроля, предложенными учителем.

## **8. Порядок выполнения процесса (последовательность действий)**

Процесс формирования понятий может строиться двумя различными способами в зависимости от природы изучаемых понятий: классификационно-операционный и актуализированный.

В современной научно-педагогической литературе существуют различные подходы к выделению этапов в процессе обучения понятиям.

А.В. Усова [6], исследуя процессы формирования сложных научных понятий, выделяет в них следующие этапы: чувственно-конкретное восприятие (носящее целенаправленный характер, управляемое некоторыми специальными приёмами, например «обогащение знаний» [10]); выявление общих существенных свойств класса наблюдаемых

объектов; абстрагирование; определение понятия; уточнение и закрепление в памяти существенных признаков понятия; установление связи данного понятия с другими понятиями; применение понятий в решении элементарных задач учебного характера; классификация понятий; применение понятий в решении задач творческого характера; обогащение понятия; вторичное, более полное определение понятия; опора на данное понятие при усвоении нового понятия; новое обогащение понятия; установление новых связей и отношений данного понятия с другими.

О.Б. Епишева [3], основываясь на выявлении в педагогической психологии трёх ступеней понимания математического материала, выделяет три этапа формирования понятий, условно автором называемые: подготовительным (приоритетны: учёт представлений учащихся, использование методических приёмов создания проблемных ситуаций); основным (работа над определением понятия, применение методических приёмов для усвоения определений); этапом закрепления (установление и развитие связей и отношений нового понятия с другими, усвоение всей системы понятий теории или дисциплины в целом).

Г.И. Саранцев [7], исследуя упражнения как средства формирования понятия, выделяет следующие этапы: мотивация введения понятия; выделение существенных свойств понятия; синтез выделенных свойств, формулировка выделения понятия; понимание смысла слов в определении понятия; усвоение логической структуры определения понятия; запоминание определения понятия; применение понятия; установление связей изучаемого понятия с другими понятиями.

Учитывая психологические особенности процесса образования понятий, Э.Г. Гельфман, М.А. Холодная, Л.Н. Демидова [1] выделяют компоненты понятийного мышления: формирование способности к словесно-образному переводу; выделение признаков усваиваемого понятия; включение исходного понятия в систему связей с другими понятиями; развитие основных мыслительных операций; подключение предметного (жизненного) опыта учащихся. Эти компоненты мышления могут рассматриваться в качестве основы процесса обучения понятиям, причём в такой последовательности, которая обусловлена спецификой изучаемого понятия, личности учащегося, направленностью обучения и др.

### **Список литературы**

1. Гельфман Э.Г. Психологические основы конструирования учебной информации (проблема интеллектоёмких технологий преподавания) / Э.Г. Гельфман, М.А. Холодная, Л.Н. Демидова // Психологический журнал. – 1993. – Т. 14. – С. 39–41.

2. ГОСТ Р ИСО 9001-2001. Системы менеджмента качества. Требования. – М. : Изд-во стандартов, 2001. – 21 с.
3. Епишева О.Б. Общая методика преподавания математики в средней школе : курс лекций : учебное пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов. – Тобольск : Изд-во ТГПИ им. Д.И. Менделеева, 1997. – 191 с.
4. Ермакова Е.С. Изучение психологических механизмов гибкости мышления дошкольников // Вопросы психологии. – 1996. – № 1. – С. 124–131.
5. Кисельников И.В. Процессный подход в обеспечении качества обучения математике в общеобразовательной школе // Мир науки, культуры, образования. – 2010. - № 1 (20). - С. 148-151.
6. Метельский Н.В. Дидактика математики: общая методика и её проблема : учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. – Минск : Изд-во БГУ, 1982. – 256 с.
7. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе. – М. : Просвещение, 2002. – 224 с.
8. Усова А.В. Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения. – М. : Педагогика, 1986. – 176 с.
9. Фундаментальное ядро содержания общего образования : проект / под ред. В.В. Козлова, А.М. Кондакова. – М. : Просвещение, 2009. – 48 с. – (Стандарты второго поколения) [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=2619>
10. Шардаков М.Н. Мышление школьника. – М. : Учпедгиз, 1963. – 255 с.

**Рецензенты:**

Брейтигам Э.К., д.п.н., профессор, профессор кафедры алгебры и методики обучения математики, ФГБОУ ВПО «АлтГПА», г. Барнаул.

Сотникова О.А., д.п.н., доцент, профессор кафедры высшей математики Ухтинского государственного технического университета, г. Ухта.