

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ УДАЛЕНИЯХ ТОЧКИ ВОЗМУЩЕНИЯ

Колчанова В.А.¹, Исаев Ю.Н.¹, Лопатин В.В.¹

¹ФГБОУ ВПО «НИ ТПУ» («Национальный исследовательский Томский политехнический университет»), Томск, Россия (634050, г. Томск, пр. Ленина, 30), e-mail: ni105@mail.ru

Приводятся модели синхронного генератора для расчёта установившегося и переходного режимов с учётом переходных процессов в обмотках статора генератора, без демпферных обмоток. Показывается возможность использования различных математических приближений моделей генератора в зависимости от пространственного удаления точки возмущения. Приводятся примеры модели генератора при различных видах возмущающего воздействия. Для определения функциональных зависимостей токов и напряжений от времени использовался метод пространства состояний и преобразования Парка-Горева. Показана необходимость модификации классических уравнений Парка-Горева. Решения получены с помощью программно-интегрированной среды MathCAD методом Рунге-Кутты. Применение моделей возможно в сетях, содержащих синхронные генераторы, и для проектирования объектов, содержащих генераторы.

Ключевые слова: синхронный генератор, переходные процессы, демпферные обмотки, преобразования Парка – Горева.

MATHEMATICAL MODELS OF SYNCHRONOUS GENERATORS AT DIFFERENCE SPATIAL DISTANCES OF DISTURBANCE POINT

Kolchanova V.A.¹, Isaev Y.N.¹, Lopatin V.V.¹

¹National research Tomsk polytechnic university, Tomsk, Russia (634050, Tomsk, Lenin prospect, 30), e-mail: isaev_yusup@mail.ru

The models of the synchronous generator to calculate the steady-state and transient regimes including the transients of stator windings of generator without damper windings have been presented. The ability to use different mathematical approximations of the generator models in depending on the spatial distance of the disturbance point has been shown. The examples of the generator models without damper windings at various types of disturbance have been given. To determine the currents and voltages as a functions of time the state-space technique and Park – Gorev transformation have been used. The necessity of modifying the classical equations of the Park-Goreva has been shown. Solutions are obtained by use of program - MathCAD by means of Runge-Kutta method. Application of models can be used in networks containing synchronous generators and for the design of objects containing.

Keywords: Synchronous generator, transients, damper windings, Park –Gorev transformation.

Введение

Модель синхронного генератора с демпферными контурами описывается системой из шести дифференциальных уравнений. Два первых дифференциальных уравнения записываются для поперечной и продольной обмоток статора. Три следующих уравнения записываются для обмоток ротора. В обмотки ротора входят поперечная и продольная демпферные обмотки и обмотка возбуждения. Шестое дифференциальное уравнение является нелинейным. Это уравнение описывает связь инерционного, электромагнитного и механического моментов, действующих на вал ротора. Решение этих уравнений является не простой задачей. Однако искусство моделирования состоит не в умении решать сложные уравнения, а в умении без потерь основных, главных свойств явления преобразовывать исходную сложную систему в более простую, руководствуясь при этом условиями, которым

подвержена исследуемая система. Поэтому цель работы состоит в исследовании моделей генератора в условиях, когда исходную сложную систему можно упростить, но при этом не потерять основные характерные особенности модели.

Модель синхронного генератора при удаленном возмущении

Если точка приложения возмущения находится далеко от генератора, то в уравнениях генератора допускается не учитывать электромагнитные переходные процессы в демпферных контурах, так как демпферные контуры короткозамкнуты и, следовательно, их токи имеют только свободную – аperiodическую составляющую, которая быстро затухает, не успев дожидаться появления возмущения. Из-за большой инерционности ротора скорость ротора изменяется медленно, поэтому можно считать, что скольжение отсутствует $s = 0$. И уравнения для описания переходных процессов генератора приобретают вид [4; 5]:

$$\begin{aligned} Ri_d + \frac{x_d}{\omega_0} \frac{di_d}{dt} + x_q i_q + \frac{1}{\omega_0} \frac{dE_q}{dt} &= -u_d; \\ -x_d i_d + Ri_q + \frac{x_q}{\omega_0} \frac{di_q}{dt} - E_q &= -u_q; \\ T_r \frac{d}{dt} [(x_d - x'_d) i_d + E_q] + E_q &= e_r. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $E_q \propto i_f$ – синхронная ЭДС по поперечной оси, величина пропорциональна току возбуждения i_f , величина, которая подлежит определению. T_r – постоянная времени контура возбуждения при замкнутых контурах цепи статора. i_q, i_d – продольный и поперечный токи статора. $e_r = U_f x_{ad} / x_f$ – ЭДС, пропорциональная напряжению статора. x_q, x_d, x'_d, r – основные технические данные машины: синхронные реактивные сопротивления по поперечной и продольной осям, переходное сопротивление по продольной оси, активное сопротивление обмотки статора соответственно.

При решении дифференциальных уравнений (1) удобнее использовать непрерывно изменяющуюся величину E'_q – переходная ЭДС по поперечной оси, пропорциональная потокосцеплению Ψ_f контура возбуждения. А для определения изменяющейся скачком синхронной электродвижущей силы E_q использовать соотношение [1; 2]:

$$E'_q + i_d x'_d = E_q + i_d x_d = u_q.$$

При этом также можно не учитывать переходные процессы в обмотках статора генератора, считая, что к появлению возмущения в обмотках статора возник установившийся режим. На роторе генератора остается только один контур – обмотка возбуждения, ориентированная по оси d (продольная ось ротора), и уравнения принимают вид:

$$\begin{aligned}
-x_q i_q - R i_d &= u_d; \\
E'_q + x'_d i_d - R i_q &= u_q; \\
T_{d0} \frac{dE'_q}{dt} + E'_q - i_q (x_d - x'_d) &= E_{qe}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Таким образом, система алгебраических и дифференциальных уравнений при принятом допущении описывает переходные процессы в явнополносном синхронном генераторе без демпферных контуров. Алгебраические уравнения установившегося режима получаются из системы (2), если приравнять производные уравнения нулю $d/dt = 0$.

Решение разбивается на 3 этапа

1. Определяем зависимость токов статора i_q, i_d от напряжений статора u_q, u_d и переходной ЭДС E'_q

$$\begin{cases} i_q = \frac{-x'_d u_d + E'_q r - u_q r}{x'_d x_q + r^2}; \\ i_d = \frac{-x_d E'_q + x_q u_q - u_d r}{x'_d x_q + r^2}. \end{cases} \tag{3}$$

2. Далее находим значения ЭДС E'_{qnp} в установившемся режиме, подставив вместо тока i_d его выражение (4)

$$\begin{aligned}
E'_q - i_d (x_d - x'_d) &= E_{qe} \rightarrow \\
\rightarrow E'_q + \frac{E'_q x_q - x_q u_q + u_d r}{x'_d x_q + r^2} (x_d - x'_d) &= E_{qe}.
\end{aligned}$$

В результате получаем:

$$E'_{qnp} = \frac{x_q u_q x_d - x_q u_q x'_d - u_d x_d r + u_d x'_d r + E_{qe} x_q x'_d + E_{qe} r^2}{x_d x_q + r^2}.$$

Решаем дифференциальное уравнение для определения переходной ЭДС $E'_q(t)$ при известных напряжения статора. Предварительно приводим уравнение к нормальной форме

$$\frac{dE'_q}{dt} = -\frac{(r^2 + x_q x_d) E'_q}{T_{0d} (r^2 + x_q x'_d)} + \frac{E_{qe}}{T_{0d}} + \frac{(x'_d - x_d)(u_d r - u_q x_q)}{T_{0d} (r^2 + x_q x'_d)}.$$

Из последнего уравнения следует, что постоянной времени переходного процесса является величина, равная выражению

$$T = \frac{T_{0d} (r^2 + x_q x'_d)}{(r^2 + x_q x_d)}$$

Это выражение, при пренебрежении сопротивлением статорной обмотки, преобразуется в известное соотношение

$$T'_{0d} = \frac{T_{0d} x'_d}{x_d}$$

Разберем несколько примеров расчета переходных процессов с рассмотренной моделью генератора.

Приведем расчет для генератора со следующими паспортными данными: $x_q=1,1$; $x_q=0,6$; $x'_q=0,3$; $x_d=1,0$; $r=0,004$; $T_r=5\text{с.}$; $E_{qe}=1$.

Пример. Проведем моделирование для нагруженного генератора, в котором происходит трехфазное короткое замыкание с длительностью 0,8 с.

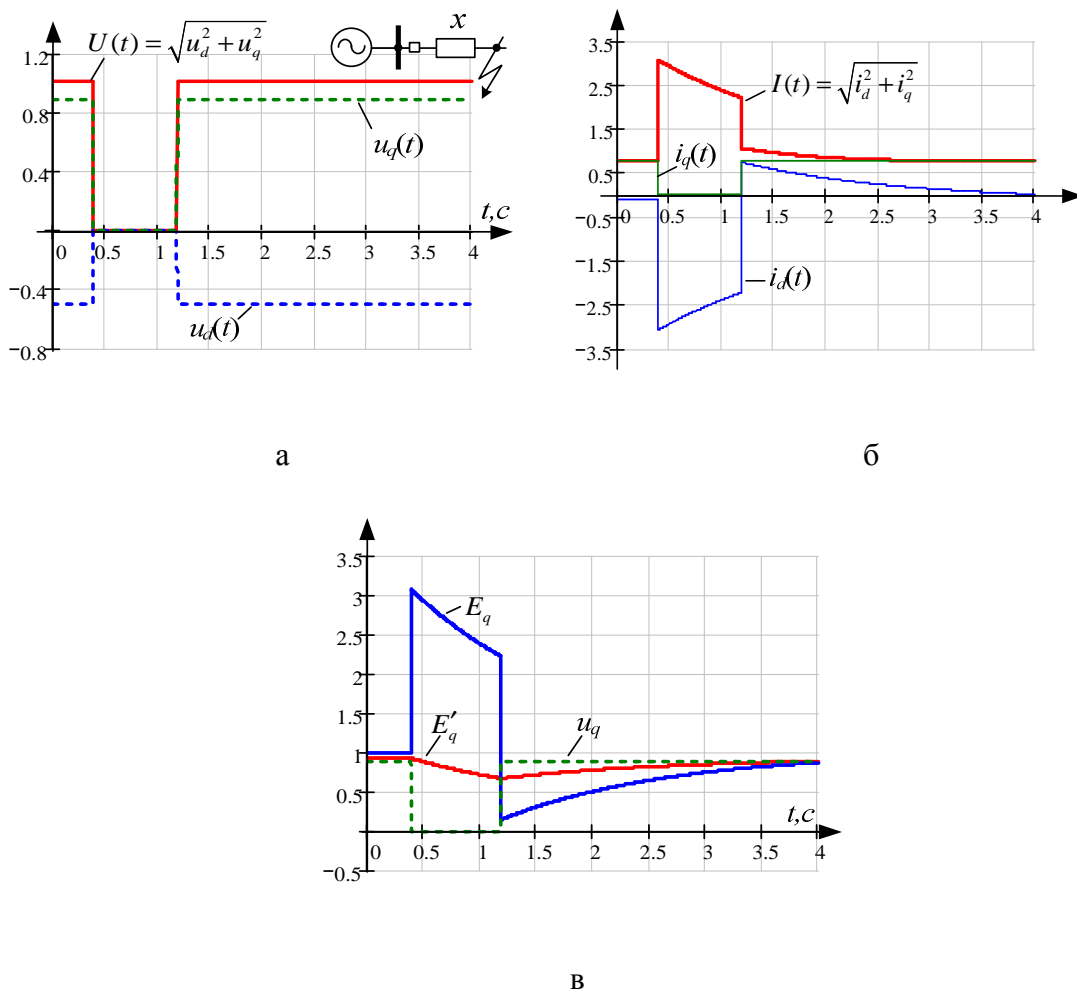


Рис. 1. Результаты расчётов: а – продольное и поперечное напряжение генератора, амплитуда напряжения; б – токи статора; в – поперечное напряжение генератора, переходная ЭДС и ЭДС генератора, пропорциональная току возбуждения

Прокомментируем полученные зависимости. При коротком замыкании напряжение генератора резко падает до нуля (рис. 1а), при этом мгновенно возрастают токи статора (рис. 1б). При возрастании токов статора увеличивается потокосцепление якоря, что в свою очередь мгновенно вызовет реакцию обмоток возбуждения. Эта реакция сопровождается мгновенным увеличением тока возбуждения (синяя линия на рис. 1в. Синхронная ЭДС, пропорциональная току возбуждения $E_q \propto i_f$). Увеличение тока возбуждения не увеличивает потокосцепление обмотки возбуждения. Потокосцепление обмотки возбуждения не может изменяться скачком, поэтому переходная ЭДС $E'_q \propto \psi_f$, пропорциональная потокосцеплению контура возбуждения, изменяется непрерывно-плавно, уменьшаясь до окончания короткого замыкания (красная линия на рис. 1в). После окончания короткого замыкания синхронная и переходная ЭДС аperiodически стремятся к своему установившемуся значению.

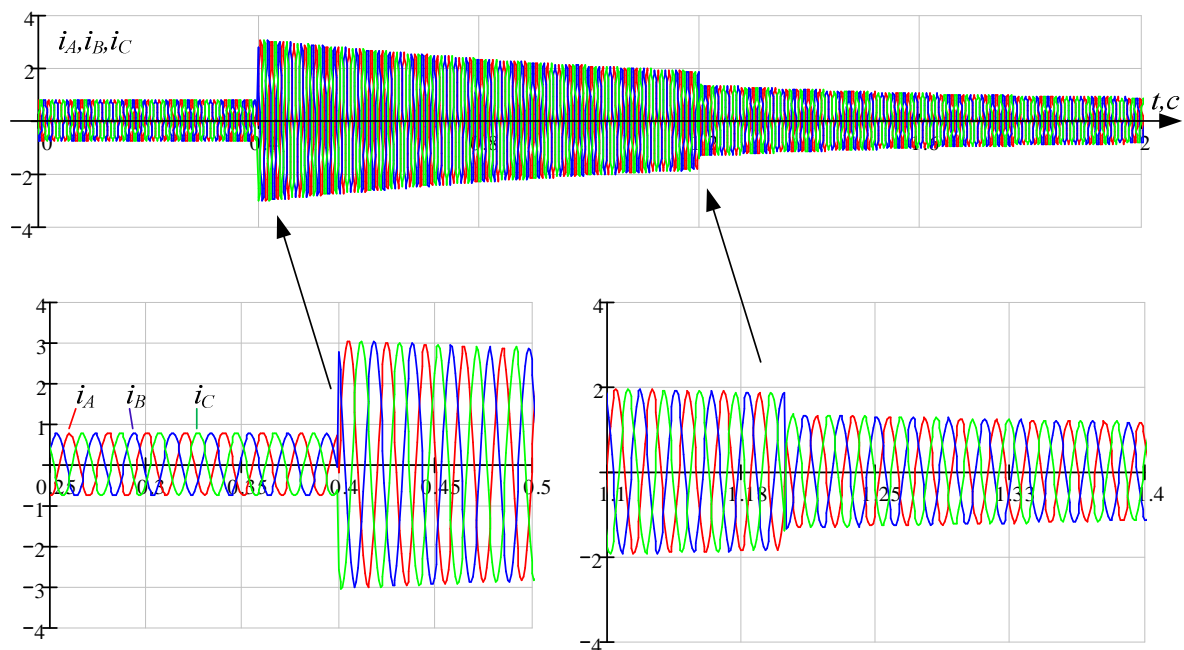


Рис. 2. Токи статора в системе координат статора

Пример. Приведем пример с автоматическим повторным включением. Произошло короткое замыкание, и в момент времени 0,4 с короткое замыкание отключается. Далее через 0,8 с произошло повторное включение короткого замыкания. Пример демонстрирует, что после повторного включения может оказаться, что условия повторного короткого замыкания

тяжелее первоначальных, то есть ток при повторном замыкании достигает большей величины.

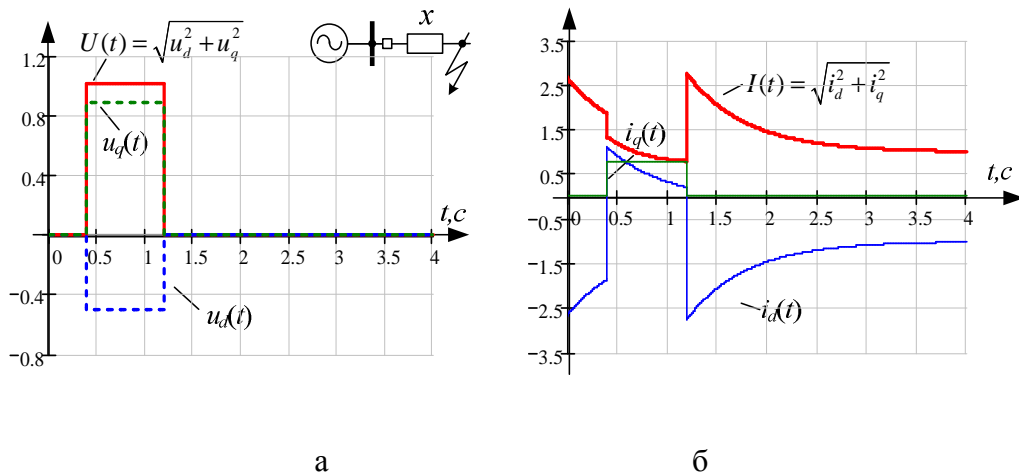


Рис. 3. Результаты расчётов: а – продольное и поперечное напряжение генератора, амплитуда напряжения; б – токи статора

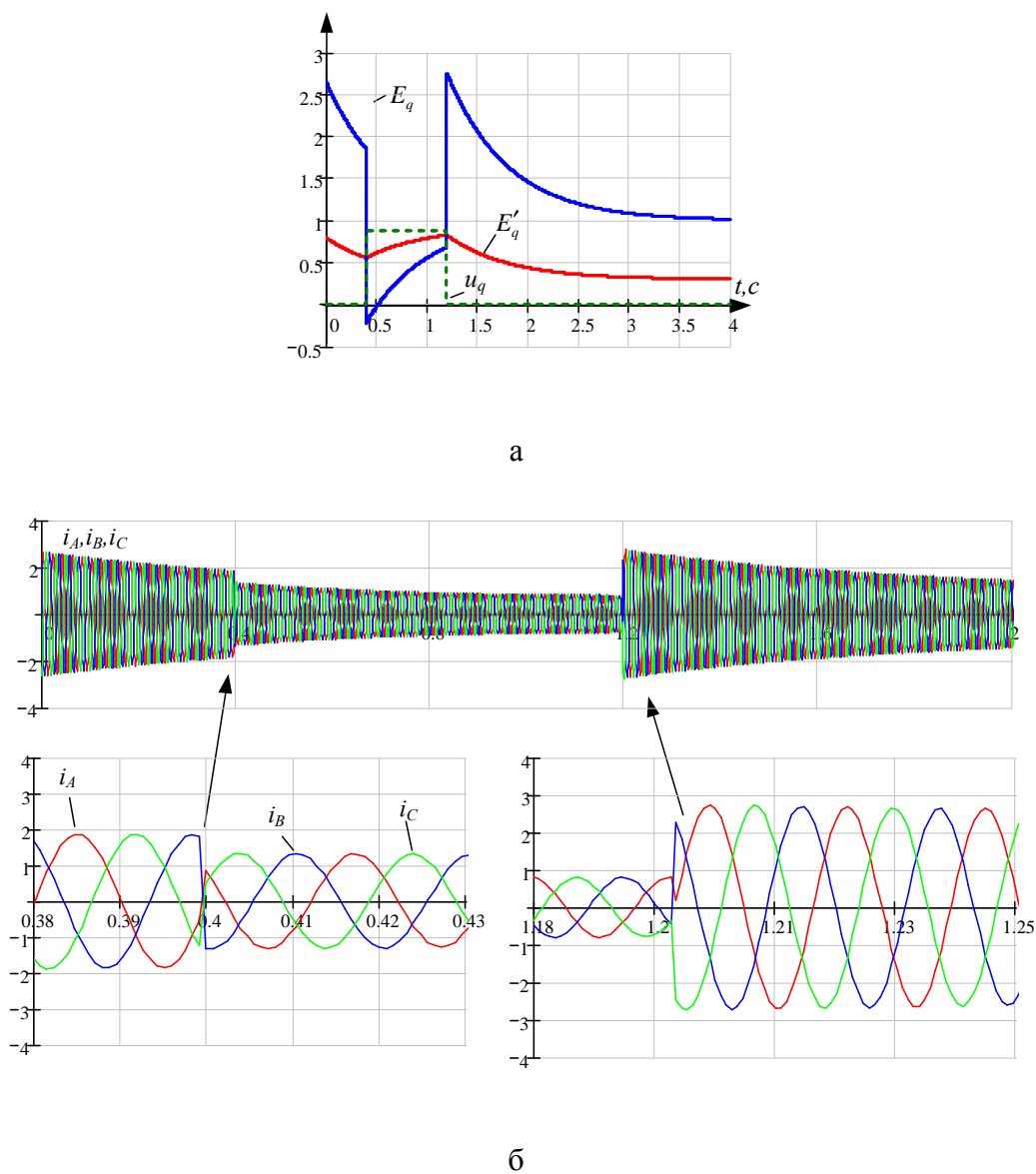


Рис. 4. Результаты расчётов: а – поперечное напряжение генератора, синхронная ЭДС и ЭДС генератора, пропорциональная току возбуждения; б – токи статора в системе координат статора. Ток после повторного включения больше первоначального

Модель синхронного генератора при близком возмущении

Рассмотрим модель синхронного генератора, считая, что точка приложения возмущения находится близко к генератору. В этом случае следует учитывать переходные процессы в обмотках статора и, следовательно, к предыдущим уравнениям добавляются слагаемые, содержащие информацию о переходных процессах в цепях статора. Как и прежде, из-за большой инерционности ротора скорость ротора изменяется медленно, поэтому можно считать, что скольжение отсутствует $s = 0$, и тогда можно записать [4]:

$$\begin{aligned} Ri_d + \frac{x_d}{\omega_0} \frac{di_d}{dt} + x_q i_q + \frac{1}{\omega_0} \frac{dE_q}{dt} &= -u_d; \\ -x_d i_d + Ri_q + \frac{x_q}{\omega_0} \frac{di_q}{dt} - E_q &= -u_q; \\ T_r \frac{d}{dt} [(x_d - x'_d) i_d + E_q] + E_q &= e_r. \end{aligned} \quad (4)$$

Приведем пример использования приведенных уравнений для генератора со следующими паспортными данными: $x_q = 0,65$; $x_d = 1,0$; $R = 0,004$; $T_r = 5$ с; $e_r = 1$.

Систему уравнений (4) будем решать, считая, что режим, предшествующий короткому замыканию, являлся режимом холостого хода, в котором токи статора i_d и i_q равнялись нулю. Следовательно, начальными данными к решению уравнений будут величины $i_d(0) = 0$, $i_q(0) = 0$, а напряжения в уравнениях превращаются в нуль $u_d = 0$, $u_q = 0$, так как на выходе генератора короткое замыкание. Поскольку в этом режиме ЭДС возбуждения величина постоянная, то последнее из уравнений (4) дает для нее следующее начальное значение $E_{q0} = e_r$ [2].

Первый этап – определение принужденных составляющих. В дифференциальных уравнениях следует положить все производные нулю. Так как в установившемся режиме величины не изменяются – они постоянны, а производные постоянных величин равны нулю. Таким образом, система дифференциальных уравнений преобразуется в систему алгебраических уравнений. Решение этой системы приведем ниже. Решения получены с помощью программно-интегрированной среды *MathCAD* с использованием функций *Given* и *Find* [3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_d = \frac{-e_r x_q}{x_d x_q + R^2} \\ i_q = \frac{e_r R}{x_d x_q + R^2} \\ E_q = e_r \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} i_d = \frac{-e_r x_q}{x_d x_q + R^2} = -1 \\ i_q = \frac{e_r R}{x_d x_q + R^2} = 0,0123 \\ E_q = e_r = 1 \end{array} \right. \quad (5)$$

Второй этап – это решения дифференциальных уравнений методом пространства состояний.

Метод пространства состояний распространяется на системы любого порядка, важное его преимущество – это наличие матрицы состояния и вектора правых частей, с помощью которых легко определить собственные числа и определить корни характеристического уравнения, а также если записать $\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}$, где \mathbf{A} – матрица состояний, \mathbf{B} – вектор правых частей, то можно рассчитать установившийся режим.

Следует добавить, что нелинейные модели второго порядка позволяют выявлять многие принципиальные особенности поведения динамических систем. Также данный метод позволяет унифицировать описание одномерных и многомерных систем, может применяться к нелинейным и нестационарным системам, и с помощью него удобно решать задачи на ЭВМ.

Приводим уравнения (5) к нормальной форме, разрешая их относительно производных [3].

$$\begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= \frac{-(T_r \cdot R \cdot i_d \cdot \omega_0 + T_r \cdot x_q \cdot i_q \cdot \omega_0 - E_q + e_r)}{T_r \cdot x'_d}; \\ \frac{di_q}{dt} &= \frac{x_d \cdot i_d - R \cdot i_q + E_q}{x_q}; \\ \frac{dE_q}{dt} &= \frac{-(T_r \cdot R \cdot i_d \cdot \omega_0 \cdot x'_d - T_r \cdot x_d \cdot i_d \cdot \omega_0 - T_r \cdot x_d \cdot x_q \cdot i_q \cdot \omega_0 +}{T_r \cdot X'_d} \\ &\quad + x_d \cdot E_q - x_d \cdot e_r + x_q \cdot i_q \cdot \omega_0 \cdot T_r \cdot x'_d)}{T_r \cdot x'_d}. \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \\ \frac{dE_q}{dt} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ E_q \end{pmatrix} + \mathbf{B} \quad (6)$$

Матрица состояний и вектор правых частей имеют вид:

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{R\omega_0}{x'_d} & -\frac{x_q\omega_0}{x'_d} & \frac{1}{T_r \cdot x'_d} \\ \frac{x_d\omega_0}{x_q} & -\frac{R\omega_0}{x_q} & \frac{\omega_0}{x_q} \\ \frac{\omega_0 \cdot T_r \cdot R(x_d - x'_d)}{T_r \cdot x'_d} & \frac{\omega_0 \cdot T_r \cdot x_q(x_d - x'_d)}{T_r \cdot x'_d} & \frac{-x_d}{T_r \cdot x'_d} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \frac{-e_r}{T_r \cdot x'_d} \\ 0 \\ e_r \frac{x_d}{T_r \cdot x'_d} \end{pmatrix}$$

Собственные числа матрицы состояний дают нам корни характеристического уравнения. С помощью программы *MathCAD*, используя функцию *eigenvals(A)*, определяем собственные числа:

$$\lambda = \begin{pmatrix} -6,11904 + j313,9856 \\ -6,11904 - j313,9856 \\ -0,66654 \end{pmatrix}$$

Полученные корни говорят о том, что в решении будут присутствовать медленная апериодическая и быстро затухающая колебательная составляющие, а с учетом принужденных составляющих (5) и постоянная составляющая.

Третий этап – Решение системы дифференциальных уравнений. Построение графических зависимостей и интерпретация результатов.

Для решения системы (6) используем программу *MathCAD* с использованием функции *rkfixed()* – метод Рунге - Кутты 4 порядка.

С помощью обратного преобразования Парка - Горева получаем фазные токи статора [3; 4; 6] i_A, i_B, i_C

$$\begin{pmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega_0 t + \alpha) & -\sin(\omega_0 t + \alpha) \\ \cos\left(\omega_0 t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\omega_0 t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\omega_0 t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\omega_0 t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_q \\ i_d \end{pmatrix}.$$

Здесь α – угол между положением продольной оси ротора генератора и осью фазы А.

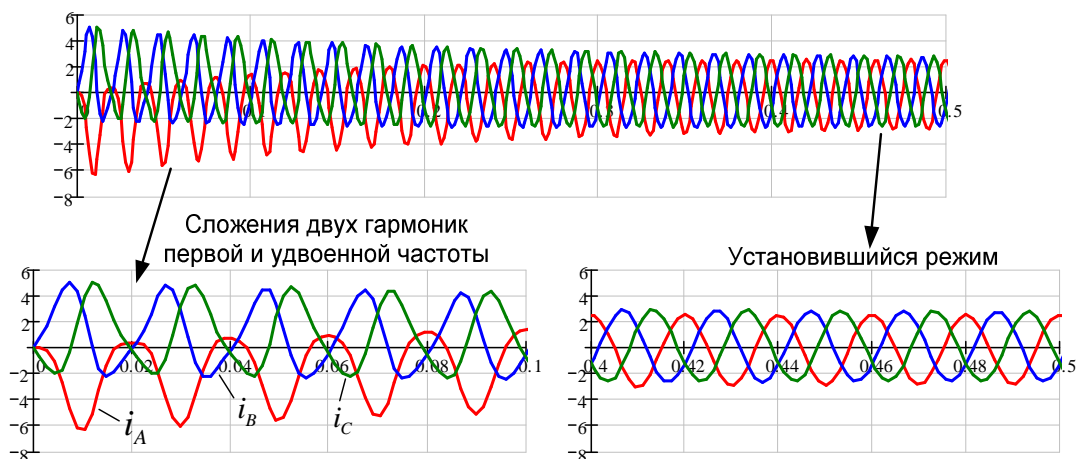


Рис. 5. На начальном этапе видно характерное проявление сложения двух гармоник. Составляющая второй гармоники быстро затухает, и остается составляющая первой гармоники.

Полученные графики показывают, что на начальном этапе короткого замыкания в токах статора возникает гармоника удвоенной частоты, что свидетельствует о несимметрии ротора. Магнитный поток от аperiodической слагающей токов трех фаз статора практически неподвижен в пространстве. В обмотке возбуждения он наводит ЭДС синхронной частоты, которая создает в этой обмотке переменный ток той же частоты. В результате возникает пульсирующий магнитный поток, неподвижный относительно ротора. Пульсирующий поток можно разложить на два потока, вращающихся в противоположную сторону, один из которых неподвижен относительно статора, а другой вращается относительно статора с удвоенной частотой.

Выводы

Модели синхронных генераторов, предложенные в работе, позволяют сделать следующие заключения.

Если место приложения возмущающего воздействия находится в удаленной точке от синхронного генератора, то можно не учитывать быстрые переходные процессы, происходящие в демпферных контурах и контурах статора.

Расчеты переходных процессов синхронного генератора по предложенной модели показывают, что после повторного включения может оказаться, что условия повторного короткого замыкания тяжелее первоначальных условий, то есть ток при повторном замыкании достигает большей величины.

Если место приложения возмущающего воздействия находится в точке, близкой к синхронному генератору, тогда при расчете режимов в моделях генератора следует учитывать переходные процессы в обмотках статора.

Предложенная модель хорошо согласуется с известным фактом, что на начальном этапе переходного процесса токи статора имеют гармоники удвоенной частоты.

Применение моделей возможно в сетях, содержащих синхронные генераторы, и для проектирования объектов, содержащих генераторы.

Список литературы

1. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Высшая школа, 1985. — 536 с.
2. Жданов П.С. Вопросы устойчивости электрических систем. — М. : Энергия, 1979. — 455 с.
3. Исаев Ю.Н., Купцов А.Н. Практика использования системы MathCad в расчетах электрических и магнитных. — М. : СОЛОН-Пресс, 2013. — 180 с.
4. Левинштейн М.Л. Операционное исчисление в задачах. — 2-е изд., доп. — Л. : Энергия, 1972. — 358 с.
5. Пивняк Г.Г., Винославский В.Н., Рыбалко А.Я., Несен Л.И. Переходные процессы в системах электроснабжения. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Энергоатомиздат; Днепропетровск : НГУ, 2003. - 550 с.
6. Ульянов С.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. — М. : Энергия, 1970. — 517 с.

Рецензенты:

Усов Ю.П., д.т.н., профессор кафедры ЭСиЭ ЭНИН ФГБОУ ВПО «НИ ТПУ», Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск.

Сивков А.А., д.т.н., профессор кафедры ЭПП ЭНИН ФГБОУ ВПО «НИ ТПУ», Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск.